

**A IMUNIZAÇÃO DO RISCO DE TAXA DE JURO: UM ENSAIO
COM OBRIGAÇÕES DO TESOURO PORTUGUÊS**

João Heitor Canas

Dissertação de Mestrado
em Finanças

Orientador(a):

Prof. Doutor Luís Oliveira, Prof. Auxiliar, ISCTE Business School, Departamento de
Finanças

Dezembro 2012

Resumo

O impacto das alterações na Estrutura Temporal de Taxas de Juro ao nível dos investimentos em ativos de rendimento fixo tem levado que a tenham sido desenvolvidas diversos modelos de gestão do risco de taxa de juro.

As estratégias mais comuns ao longo das últimas décadas recorrem ao conceito de duração para imunizar portfólios face ao risco de taxa de juro, e assim, assegurar um rendimento determinado para um horizonte de investimento definido.

O objetivo desta dissertação consiste na apresentação de diferentes estratégias de imunização e medidas de risco de taxa de juro e na análise empírica comparativa, da eficácia de algumas dessas estratégias e medidas.

O estudo, recorrendo a obrigações do Tesouro Português, apresenta diversas vertentes, que procuram avaliar a eficácia das estratégias de imunização em horizonte de investimentos iguais ou inferiores a 3 anos: relevância da seleção da estratégia de imunização ou da medida de risco de taxa de juro e a influência de fatores não captados pela Estrutura Temporal de Taxas de Juro que introduzam distorções nos preços das obrigações consideradas.

Palavras-chave: Risco de taxa de juro; gestão de risco; duração; imunização.

Abstract

The impact of changes in the Term Structure of Interest Rates on fixed income securities investments has led to the development of several models for the management of interest rate risk.

The most common strategies over the past decades are based on the concept of duration to immunize portfolios against interest rate risk, and thus ensure a determined income for the investment horizon set.

This dissertation aims to describe the different immunization strategies and interest rate risk measures and perform a comparative empirical analysis, to test the effectiveness of some of these strategies and measures.

The work performed, focusing on Portuguese government debt market, presents different facets, which try to assess the effectiveness of immunization strategies in a investment horizon equal to or less than 3 years: relevance of immunization strategy selection or the interest rate risk measure and the influence of factors not captured by the Term Structure of Interest Rates which introduce distortions in the prices of considered bonds.

Keywords: Interest rate risk; risk management; immunization; duration.

JEL Classification: E43 G11

Agradecimento e dedicatória

Gostava de deixar um agradecimento ao Professor Luís Oliveira, pela orientação e apoio durante a elaboração desta dissertação.

Dedico esta dissertação à minha família e em especial aos meus pais, que vejam neste trabalho o corolário da formação académica que me proporcionaram.

Índice

Resumo	ii
Abstract.....	iii
Agradecimento e dedicatória	iv
Índice	v
Lista de Tabelas.....	vi
Lista de Figuras	vii
1 - Sumário executivo.....	8
2 - Modelos de imunização.....	11
2.1 - Gestão ativa	11
2.2 - Gestão Passiva	12
2.3 – Imunização.....	12
2.4 - Modelo de Fisher e Weil	14
2.5 - Outras medidas de duração.....	19
2.6 - Medidas de dispersão	20
2.7 - Modelos de Vetores de Duração.....	24
2.8 – Modelos de imunização e resultados de estudos sobre modelos	26
3 - Estrutura Temporal de Taxas de Juro.....	31
4 – Risco Idiossincrático e imunização	36
5 - Trabalho empírico	37
5.1 – Período da estratégia de imunização.....	37
5.2 - Dados Base	38
5.3 - Estratégias de imunização	40
5.4 – Medidas de risco de taxa de juro	41
5.5 - <i>Settlement Date</i> e Rebalanceamento	41
5.6 - Medida de desempenho	42
5.7 Resultados	43
6 - Conclusão	56
7 - Bibliografia	59
8 - Anexos.....	62

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Taxas de juro médias nos períodos de imunização considerados e respetivos desvios padrão	38
Tabela 2 - Obrigações consideradas no período de imunização 2004-2007	39
Tabela 3 - Obrigações consideradas no período de imunização 2007-2010	39
Tabela 4 - Resultados estratégia imunização 2004-2007 anos face ao valor objetivo com preços reais.....	43
Tabela 5 - Resultados estratégia imunização 2004-2007 anos face ao valor objetivo com preços reais.....	43
Tabela 6 - Resultados estratégia imunização 2004-2007 anos face ao valor objetivo com preços teóricos.....	44
Tabela 7 - Resultados estratégia imunização 2004-2007 anos face ao valor objetivo com preços teóricos.....	45
Tabela 8 - Resultados estratégia imunização 2007-2010 anos face ao valor objetivo com preços reais.....	49
Tabela 9 - Resultados estratégia imunização 2007-2010 anos face ao valor objetivo com preços reais.....	50
Tabela 10 - Resultados estratégia imunização 2007-2010 anos face ao valor objetivo com preços teóricos.....	51
Tabela 11 - Resultados estratégia imunização 2007-2010 anos face ao valor objetivo com preços teóricos.....	51

Lista de Figuras

Figura 1 - Evolução ETTJ – 2004-2005	46
Figura 2 - Evolução ETTJ – 2005-2006	46
Figura 3 - Evolução ETTJ – 2006-2007	47
Figura 4 - Evolução ETTJ – 2007-2008	52
Figura 5 - Evolução ETTJ – 2008-2009	53
Figura 6 - Evolução ETTJ - 2009-2010.....	53

1 - Sumário executivo

A volatilidade das taxas de juro passou nos últimos 40 anos a ser um tema amplamente estudado ao nível da teoria financeira. Essa volatilidade tem reflexos nas alterações da Estrutura Temporal de Taxas de Juro (ETTJ) gerando risco de taxa de juro. A ETTJ é em consequência desse fato um dos principais fatores que leva à variação do valor dos ativos financeiros de rendimento de cupão fixo. Dado que não é possível prever a sua evolução futura o enfoque de académicos e instituições financeiras centra-se na criação de ferramentas que permitam a gestão do risco de taxa de juro.

As estratégias de gestão passiva do risco de taxa de juro têm como objetivo assegurar um rendimento determinado para um horizonte de investimento, independentemente da evolução da ETTJ. A imunização do risco de taxa de juro é no âmbito das estratégias passivas a mais estudada.

O objetivo desta dissertação consiste na apresentação de diferentes estratégias de imunização e medidas de risco de taxa de juro e na análise empírica comparativa, da eficácia de algumas dessas estratégias e medidas, recorrendo a obrigações do Tesouro Português.

A primeira parte deste trabalho incide sobre a revisão da literatura relativa ao conceito de imunização. Serão depois expostos os desenvolvimentos posteriores da pesquisa académica, que levaram ao desenvolvimento de estratégias e medidas de risco de taxa de juro mais complexas, por forma a solucionar algumas das restrições impostas pelos modelos e estratégias iniciais. Nesse contexto será também efetuada uma análise de alguns dos mais recentes estudos comparativos realizados sobre a eficácia das diferentes estratégias de imunização e medidas de risco de taxa de juro.

Na segunda parte, será revista a literatura sobre a influência da estrutura dos portfólios de obrigação de cupão fixo e o risco idiossincrático na eficácia da estratégia de imunização.

A terceira parte expõe algumas teorias acerca do comportamento e metodologias de estimação e modelação estocástica da ETTJ, dado que esta constitui a base sobre a qual se sustenta a gestão do risco de taxa de juro. O conhecimento da formação da ETTJ é fundamental no processo de identificação do melhor modelo de imunização a ser adotado para minimizar os riscos de uma carteira de títulos.

Finalmente será efetuado um estudo empírico que se propõe analisar de forma comparativa diferentes estratégias de imunização e medidas de risco de taxa de juro recorrendo a obrigações do Tesouro Português.

As estratégias de imunização serão estudadas em horizontes de investimento até 3 anos, entre 2004 e 2010, permitindo assim a análise em períodos mais curtos que os habitualmente estudados e que apresentam diferentes volatilidades da ETTJ.

As estratégias de imunização consideradas no estudo são portfólios *Bullet*, *Barbell*, *Maturity Barbell*, *Maturity Bullet* e a minimização do M-quadrado de Fong e Vasicek (1984). A inclusão da maturidade como medida de risco de taxa de juro, procura explorar a evidência empírica, que indica que a inclusão de uma obrigação no portfólio cuja maturidade é próxima do horizonte de investimento, melhora o desempenho da estratégia de imunização.

O estudo empírico procurará também analisar avaliar se a escolha da estratégia de imunização tem maior impacto no desempenho na imunização que a seleção da medida de risco de taxa de juro.

Outra vertente do estudo incidirá sobre a comparação dos resultados das estratégias de imunização considerando preços reais e teóricos, determinados através da utilização da metodologia de Nelson e Siegel (1987). Será assim possível avaliar a possibilidade de outros fatores como o risco idiossincrático ou questões relacionadas com o risco de liquidez das obrigações poderem influenciar o desempenho das estratégias de imunização.

Verificamos pelo estudo empírico efetuado que parece haver evidência de que, tal como refere Agca (2005) a seleção da estratégia de imunização e da medida de risco de taxa de juro é condicionada pela expectativa de alterações que a ETTJ venha a sofrer ao longo do horizonte de investimento. Isto deve-se ao facto de não existir uma estratégia de imunização, medida de risco de taxa de juro ou uma combinação de ambas que determine de forma absoluta um resultado mais favorável.

Verifica-se que as medidas tradicionais parecem ser um razoável instrumento de gestão do risco da taxa de juro mesmo com choques não aditivos, sendo que a maturidade, parece apenas apresentar bons resultados quando se verificam choques aditivos.

Os resultados do estudo parecem sugerir que existem algumas diferenças nos desempenhos das medidas de risco de taxa de juro e estratégia de imunização com preços reais e teóricos,

sugerindo que existem outros fatores não captados pela ETTJ que introduzem distorções nos preços reais.

Adicionalmente os resultados indicam que a seleção da estratégia de imunização parece ser mais importante que a seleção da medida de risco, face aos choques sofridos pela ETTJ durante o período em análise. Neste particular o estudo parece sugerir que a minimização do M-quadrado não apresenta uma vantagem significativa face a estruturas de portfólio mais tradicionais em contextos de choques paralelos. Os resultados mostram que, no contexto de choques paralelos, o portfólio *barbell* apresenta melhores resultados que o *bullet* o que parece contradizer a literatura.

As limitações do estudo efetuado prendem-se essencialmente com a estrutura de maturidades das obrigações do Tesouro Português, que apresenta uma quantidade de títulos reduzida nas maturidades mais curtas e mais longas. Esse facto reduz a possibilidade de considerar estratégias mais diversificadas. Por seu turno, a reduzida liquidez introduz distorções nos preços das obrigações consideradas.

As conclusões do estudo poderão ser complementadas com o recurso a obrigações com maior liquidez e maior diversidade no espectro das maturidades. Adicionalmente podem ser consideradas medidas e estratégias de imunização que apresentem uma natureza mais complexa e que levem em conta o comportamento estocástico das variações da ETTJ.

2 - Modelos de imunização

Os anos 70 marcaram um ponto de viragem em relação aos efeitos e implicações do aumento da volatilidade das taxas de juro fruto da crise económica derivada dos choques nos preços de petróleo. Como consequência estudos académicos e instituições financeiras debruçaram-se sobre este tema de forma a criar ferramentas e desenvolver estratégias que permitissem a gestão dos riscos associados a essas flutuações. A crise financeira de 2007 e a crise das dívidas soberanas voltaram a colocar a atenção nos efeitos da volatilidade das taxas de juro.

Tendo em conta que cada investidor tem um perfil de aversão ao risco, o objetivo passa por alcançar a máxima rendibilidade com a minimização do risco de perda dos investimentos.

A volatilidade das taxas de juro tem reflexos em alterações da ETTJ gerando, desta forma, risco de taxa de juro. Consequentemente a ETTJ é o principal fator que leva à variação do valor dos ativos financeiros de rendimento fixo. Deve ser dada assim atenção à análise das características e à magnitude dos deslocamentos da ETTJ, dado que não é possível prever a sua evolução futura.

Os modelos de gestão do risco de taxa de juro utilizados por instituições financeiras e investidores podem ser divididos em duas categorias: gestão ativa e gestão passiva.

2.1 - Gestão ativa

A gestão ativa caracteriza-se por basear-se nas expectativas do investidor ou gestor acerca dos fatores que influenciam o desempenho de uma classe de ativos, com o objetivo de obtenção de retornos superiores ao mercado para um determinado nível de risco. Para tal o gestor utiliza informação que lhe permita avaliar e projetar a evolução do mercado relativamente à volatilidade das taxas de juro. Com base na sua análise entre o risco e a rendibilidade dos ativos financeiros, o gestor traça uma fronteira eficiente, que lhe permite selecionar uma carteira, que permitirá maximizar a rendibilidade para um determinado nível de risco ou minimizar o risco para um determinado nível de rendibilidade.

2.2 - Gestão Passiva

A gestão passiva tem o objetivo de reduzir a exposição ao risco de taxa de juro através de estratégias de alocação de recursos para um determinado horizonte de investimento, envolvendo assim expectativas e informações mínimas quanto à evolução futura das taxas de juro. Essa situação traduz-se assim na aquisição e manutenção de um ativo, com uma baixa expectativa de obtenção de elevados retornos e baixa exposição ao risco de mercado.

As estratégias de gestão passiva procuram assegurar um rendimento determinado para uma carteira de ativos durante um determinado horizonte de investimento independentemente da evolução da ETTJ.

2.3 – Imunização

As alterações nos preços das obrigações de cupão fixo podem ser explicadas por dois fatores:

- passagem do tempo, que não apresenta incerteza e pode ser calculada e antecipada;
- alterações nas taxas de juro com os movimentos ETTJ que levam a alterações das taxas de desconto dos fluxos futuros dos títulos e que por isso levam a uma modificação do seu valor atual.

As alterações da ETTJ normalmente não são antecipadas pelos investidores, o que gera grande parte do risco associados a obrigações de cupão fixo.

Quando se verifica um aumento das taxas de juro, o efeito preço faz com que os *cash flows* futuros de um portfólio sejam descontados a uma taxa superior, pelo que o seu valor atual é menor. Esse efeito pode ser contrabalançado com o efeito reinvestimento, dado que os *cash flows* do portfólio que serão recebidos serão reinvestidos a uma taxa de juro superior, aumentando o valor final do investimento.

As estratégias passivas de imunização encontram assim a sua justificação teórica no equilíbrio entre dois efeitos de sinal de contrário que são gerados pelas alterações da ETTJ, o efeito preço e efeito reinvestimento. Esse equilíbrio entre os dois efeitos procura garantir hoje que no final do horizonte de investimento, independentemente dos movimentos ocorridos na ETTJ, o valor de mercado de um portfólio de obrigações não será menor que o valor de mercado que seria obtido se a ETTJ não se tivesse alterado.

O conceito de imunização surge com o trabalho de Redington (1952) associado à investigação sobre a solvência de empresas seguradoras do ramo vida. Mostrando que se a duração dos ativos e dos passivos fosse igual e que se a dispersão dos fluxos de caixa do ativo em torno da duração fosse superior à dispersão dos fluxos de caixa do passivo, o portfólio estaria protegido contra uma variação infinitesimal paralela na ETTJ, dado que quaisquer que fosse essa variação, as responsabilidades futuras seriam sempre respeitadas, na medida em que afetariam o valor dos passivos e dos ativos da mesma forma.

Com Redington o conceito de duração converteu-se no instrumento fundamental em que se baseiam as estratégias de imunização.

De acordo com o conceito de janela de duração, o tempo necessário para que a acumulação do investimento (efeito reinvestimento) contrarie qualquer ganho ou perda de capital devido a alterações nas taxas de juro é igual à duração inicial da carteira. Este efeito deve-se à natureza convexa do valor acumulado da carteira de títulos como função da mudança inicial das taxas de juro. No entanto para obter o resultado esperado do conceito de janela de duração, é necessário relacioná-lo com o conceito de horizonte de investimento.

O horizonte de investimento é tempo durante o qual o investidor deseja manter a carteira de títulos. Se a duração e o horizonte de investimento não coincidirem, os efeitos preço e reinvestimento poderão não se compensar, levando a que um desequilíbrio.

Redington (1952) e Fabozzi (1997) definem as condições em que é efetuada a imunização de forma eficiente:

- o valor presente do ativo deve ser pelo menos igual ou superior ao valor presente do passivo, sendo que os passivos devem ser descontados com base na taxa de juro *spot* com maturidade igual à do passivo;
- a duração do ativo deve ser igual à duração do passivo para todo o período, ou seja, a imunização num portfólio de obrigações é conseguida quando a duração for igual ao horizonte de investimento;
- a convexidade do ativo deverá ser superior à convexidade do passivo. Esta condição pode ser concretizada também através da dispersão dos ativos ser superior ou igual que a dos passivos. Deve avaliar-se a variância dos *cash flows* em torno da sua duração, dado que as características dos títulos em relação ao pagamento de juros e do capital podem gerar maior dispersão e consequentemente maior risco.

O modelo de imunização com base na duração definido pelo trabalho de Redington baseou-se em alterações de nível da ETTJ, ou seja tem como fundamento na eficiência da proteção dos

títulos que compõem a carteira do investidor em função de alterações paralelas da ETTJ, dado que recorre à duração de Macaulay. No âmbito de uma ETTJ plana e com mudanças paralelas das taxas de juro, a duração de Macaulay fornece uma estratégia de imunização eficaz. Apesar de empiricamente este tipo de movimentos da ETTJ ser o mais significativo, no entanto não é o único, o que introduz algumas limitações no modelo.

Estas limitações são consequência da dificuldade associada à determinação das taxas de desconto para os períodos futuros, pelo que se recorre à *yield to maturity* (YTM) das obrigações para proceder à atualização dos *cash flows*. O pressuposto de Macaulay de a ETTJ ser horizontal e corresponder à YTM limita os choques a deslocações aditivas. Outra limitação prende-se com a derivação da YTM, dado que a forma funcional da função-preço ser um polinómio de grau n (no modelo discreto) e em muitos casos poderá não ter uma solução única.

Dadas as limitações da duração de Macaulay foram desenvolvidos diversas teorias e estudos com variados graus de complexidade e aplicabilidade, com o objetivo de garantir a imunização das carteiras de títulos de cupão fixo face a deslocamentos da ETTJ.

2.4 - Modelo de Fisher e Weil

O trabalho de Fisher e Weil (1971) consolidou em definitivo a duração como o elemento fundamental da imunização.

De forma a ultrapassar as condições restritivas que a duração de Macaulay impunha ao modelo de duração, Fisher e Weil (1971) conceberam uma medida de duração, a duração de Fisher-Weil, que permite que a ETTJ assuma qualquer forma, dado que substitui a YTM como fator de desconto de cada *cash flow*, pela ponderação das taxas de desconto diferentes para cada fluxo futuro, ou seja as taxas de juro à vista derivadas da estrutura corrente de taxas de juro. Contudo deve-se realçar que a duração de Fisher-Weil tem como premissa que a eficiência na proteção da carteira de títulos ocorre em função de deslocamentos paralelos da ETTJ.

Os pressupostos sobre os quais o modelo assenta são:

- os investimentos são realizados em obrigações sem risco de crédito;
- o objetivo dos investidores é a proteção dos investimentos relativamente a variações não previstas das taxas de juro;

- não existem custos de transação;
- os investidores têm a possibilidade de ajustar de forma contínua a composição da carteira de títulos;
- a rentabilidade esperada da estratégia de investimento corresponde à taxa de juro dada pela ETTJ relativa ao prazo do horizonte de investimento. Esta premissa pressupõe que o comportamento futuro das taxas de juro adira à visão forte da teoria tradicional das expectativas puras;
- os choques sobre a ETTJ são aleatórios, são do tipo paralelo.

O teorema de imunização de Fisher e Weil demonstra que a imunização face a um choque que ocorra instantaneamente, após a constituição da carteira de títulos e que tenha a forma de um movimento paralelo da ETTJ de capitalização contínua será alcançada se se igualar a duração da carteira ao horizonte de investimento.

O modelo de Fisher e Weil baseia-se no pressuposto de relação linear entre os preços das obrigações e as taxas de juro. Essa relação verifica-se para mudanças infinitesimais das taxas de juro. Quando as mudanças não são infinitesimais a relação não linear entre preços das obrigações e taxas de juro têm de ser tidas em linha de conta. A segunda derivada do preço da obrigação em relação à taxa de juro providencia a expressão que é chamada de convexidade para ser considerada de forma complementar à duração.

A duração de Fisher-Weil apenas tem em linha de conta os efeitos de primeira ordem das alterações da ETTJ no preço dos títulos, sendo que a convexidade quantifica o efeito de segunda ordem. Assim uma das primeiras alternativas consistiu em incluir a convexidade de forma a limitar o risco de alterações na curvatura da ETTJ.

A utilização da convexidade poderá assim fornecer um quadro mais preciso, dado que a inclinação, medida pelo declive da reta tangente à curva num determinado ponto não é constante ao longo de todo o seu domínio. Assim para uma variação não infinitesimal da ETTJ a relação não linear entre os preços dos títulos e as taxas de juro deve ser considerado para que se consiga uma imunização precisa. É um efeito positivo, independente do sinal da mudança da taxa de juros, sempre que não existe *short selling*.

A aproximação ao risco de preço que a duração proporciona sobrevaloriza as quebras no preço e subvaloriza os aumentos, com uma magnitude superior quanto maior for a convexidade da carteira e a alteração das taxas de juro. Esta situação implica que a uma

maior convexidade corresponde, com igual duração, alterações nos preços em resposta às alterações das taxas de juro mais favoráveis para o investidor. Apesar de se tratar de uma correção que possibilita a utilização em termos de duração face a variações de maior magnitude na ETTJ, continuam a basear-se nos pressupostos de movimentos paralelos.

À restrição da duração ser igual ao horizonte de investimento, podemos adicionar a maximização da convexidade. No entanto, de acordo com Soto (2001) a duração e a convexidade conseguem medir o risco que advém de uma alteração instantânea da ETTJ, mas não tem em conta uma alteração que tenha lugar no futuro ou que se distribua ao longo do tempo.

Em Lacey e Nawalkha (1993) os autores concluem que testes efetuados em diferentes períodos de tempo parecem sugerir que a convexidade das obrigações pode ser relacionada de forma pouco significativa ou negativa face à rendibilidade *ex-ante* das obrigações. Os resultados obtidos são consistentes com a crítica entre o modelo tradicional de duração de Ingersoll *et al.* (1978) e sugere que a convexidade das obrigações pode estar incluída no preço das obrigações.

Lacey e Nawalkha (1993) analisam através de teste empírico a relação entre convexidade das obrigações e o retorno *ex-ante* das obrigações. Os autores concluem que a convexidade positiva não está associada a retornos positivos excessivos face ao retorno sem risco. Estes resultados são consistentes com a crítica do modelo tradicional de duração por Ingersoll *et al.* (1978) e demonstram que o efeito da convexidade pode estar refletido no preço das obrigações. Se mantivermos a duração e considerarmos diferentes exposições à convexidade, o aumento da convexidade leva ao aumento do risco de imunização do portfólio.

Desta forma, para ver a forma como reagirá a carteira ao choque sofrido pela ETTJ é necessário conhecer o tipo de alteração. Contudo esta questão não é de fácil resolução. A evidência empírica leva-nos a concluir que *à priori* não existe uma representação simples dessas alterações. Adicionalmente as alterações, ao contrário do pressuposto do modelo de Fisher-Weil afetam para além do nível, também a inclinação e a curvatura da ETTJ.

O impacto da alteração da ETTJ no valor da carteira depende da distribuição dos fluxos de caixa e da magnitude das alterações da ETTJ. Consequentemente duas carteiras diferentes geram rendibilidades diferentes face à mesma alteração da ETTJ e a mesma carteira verá o seu valor alterar-se de forma diferente face a diferentes alterações da ETTJ.

As estratégias de imunização que se baseiam no conceito de duração, que pode ser definida como uma medida de elasticidade do valor presente de um fluxo em função de variações das taxas de juro, apresentam uma série de limitações devido aos pressupostos bastante restritivos que assumem. De acordo com Cunha (2000) os dois pressupostos que poderão ser considerados mais restritivos referem-se ao facto de a duração apenas ser válida como medida para a imunização quando existem deslocamentos paralelos da ETTJ e que os investidores são completamente aversos ao risco de taxa de juro.

Merino *et al.* (2012) indicam que estudos comparativos entre modelos e estratégias de imunização que assumem movimentos estocásticos cujas conclusões apontam para que a duração de Macaulay parecem dar resultado válidos quando comparados com modelos mais complexos. Para Zheng (2007) os estudos empíricos desenvolvidos ao longo das últimas décadas indicam que existe pouca diferença ao nível da eficácia de diversas medidas de duração ao nível das estratégias de imunização, sendo que a duração de Macaulay, apesar de todas as suas limitações, é a medida de risco de taxa de juro mais eficiente em termos de custos.

Em Soto e Prats (2002) as autoras indicam que a estratégia tradicional de imunização, consegue, de acordo com os estudos empíricos apresentar uma eficácia bastante aceitável, apesar de considerar apenas as alterações paralelas da ETTJ. Em Rebelo (2009) o autor indica que segundo Fabbozzi para choques não paralelos o resultado da estratégia *bullet* poderá ter melhor desempenho que a estratégia *barbell*. Isso fica a dever-se ao risco de reinvestimento no curto prazo ser inferior na carteira *bullet*, embora a carteira *barbell* liberte um reembolso de capital pronto a ser reinvestido no curto prazo, mantém fluxos de caixa significativos até ao final do horizonte de investimento que poderão não ser reinvestidos às taxas de juro superiores. Na situação inversa com um achatamento da ETTJ, a carteira *barbell* tem um desempenho superior.

A estrutura da carteira de imunização tem influência no resultado nos resultados obtidos? De acordo com Soto e Prats (2003) este é um tema pouco estudado e que até levanta alguma controvérsia. As autoras com o objetivo de verificar até que ponto as estratégias de dispersão melhoram a imunização, se a inclusão de uma obrigação com maturidade perto do horizonte de investimento melhora a imunização e se a inclusão dessa obrigação é a melhor forma de garantir a imunização de qualquer portfólio, efetuam um estudo com base em dados de obrigações do tesouro Espanhol. Recorrem a estratégias com modelos de dispersão,

considerando a obrigação com maturidade perto do horizonte de investimento e sem essa obrigação, portfólios *bullet*, *barbell* e portfólios com máxima diversificação. Os resultados obtidos demonstram que o desenho do portfólio é relevante na imunização. Relativamente às estratégias baseadas na igualização da duração ao horizonte de investimento os portfólios *bullet* e *barbell* apresentam melhores desempenhos do que portfólios com maior diversificação.

De acordo com Nawalkha e Chambers (1996) o modelo tradicional imuniza completamente face a mudanças na altura, mas ignora o impacto da inclinação, curvatura e outras condições de mais alta ordem na ETTJ no valor terminal do portfólio de obrigações. Esta característica permite ao modelo tradicional ser neutral face à seleção do portfólio *bullet* ou *barbell*. Adicionalmente em períodos de imunização curtos, a inclusão de obrigações com menor maturidade parece resolver em grande medida as dificuldades em formar portfólios capazes de assegurar a imunização dessas responsabilidades. A inclusão da obrigação com maturidade perto do horizonte de investimento parece reduzir a exposição dos portfólios ao risco de taxa de juro. Ao nível das estratégias com medidas de dispersão, a inclusão da obrigação com maturidade perto do horizonte de investimento melhora o desempenho do M-absoluto, especialmente em prazos de imunização mais curtos. Os resultados também revelam as limitações do M-quadrado como medida de minimização do risco de imunização, isto porque os portfólios M-absoluto que incluem a obrigação com maturidade perto do horizonte de investimento obtêm melhores resultados que o portfólio com M-quadrado nulo.

A análise efetuada por Soto e Prats (2002) indica que a inclusão da obrigação com maturidade perto do horizonte de investimento não garante necessariamente a imunização mais eficaz, dado que os resultados obtidos pelas autoras não corroboram o defendido por Fooladi e Roberts (1992) e Bierwag *et al.* (1993) de que a inclusão da obrigação com maturidade perto do horizonte de investimento, é mais efetivo que minimizar o M-quadrado. Isto porque a análise empírica mostra que os portfólios com duração igual ao horizonte de investimento com máxima diversificação e que incluem a obrigação com maturidade perto do horizonte de investimento não têm melhor desempenho do que uma estratégia M-quadrado sem essa obrigação. Reconhecer que a estrutura do portfólio afeta o desempenho da imunização equivale a dizer que o modelo de imunização é insuficiente para identificar o risco de taxa de juro.

O estudo de Bierwag *et al.* (1993) compara o grau de imunização obtido pelas carteiras com duração tradicional que incluíam uma obrigação com vencimento perto do final do horizonte de investimento com as carteiras imunizadas com o mesmo conceito de duração mas que minimizavam num caso e anulavam noutro a medida de risco de imunização de M-quadrado. Desta comparação inferiram que a inclusão dessa obrigação adiciona mais ao funcionamento da imunização do que a utilização do M-quadrado. No entanto, segundo a autora nenhuma teoria suporta a melhoria do funcionamento da imunização com uma obrigação com vencimento perto do horizonte de investimento.

2.5 - Outras medidas de duração

Em Oliveira *et al.* (2008) os autores referem o trabalho de Bierwag e Kaufman (1977) em que se procura resolver os problemas gerados pelas limitações da aditividade das mudanças da ETTJ. Bierwag e Kaufman (1977) definiram uma medida de duração diferente, que possibilite uma imunização eficaz face a alterações multiplicativas da ETTJ. No entanto estes autores continuam a considerar pressupostos restritivos face à evolução da ETTJ, pelo que se as taxas evoluírem de forma diferente da esperada pelo modelo, a imunização poderá não gerar a rendibilidade esperada no final do horizonte de investimento. Essa medida foi comparada através de um estudo para um período de 20 anos com a duração de Macaulay e Fisher-Weil, não tendo sido encontradas grandes diferenças em termos de desempenho.

Zheng (2007) sugere uma duração de risco mínimo que apresenta como principal diferença o facto de ser uma medida em que a alteração na ETTJ não é determinada exogenamente e por isso não está sujeito ao risco de não especificação a que as outras medidas estão sujeitas. A medida pode ser encarada como a maturidade equivalente a uma obrigação de cupão zero que tem o mesmo valor atual e a sensibilidade às taxas de juro mais aproximada a uma obrigação de cupão. Adicionalmente também pode ser vista como o investimento ótimo em termos de horizonte de investimento de uma dada obrigação de cupão no sentido em que minimiza a perda máxima potencial da obrigação no termo do horizonte de investimento. A duração de risco mínimo pode ser explicada como sendo o horizonte de investimento com o risco mínimo de M-absoluto. Se o risco de taxa de juro é o único fator a afetar alterações no valor do portfólio, então uma solução é igualar o valor atual e a duração dos ativos ao valor e duração da responsabilidade.

2.6 - Medidas de dispersão

Estas estratégias centram-se na medição da dispersão dos fluxos de caixa das obrigações face ao horizonte de investimento. Estas medidas têm como objetivo a concentração dos fluxos de caixa das obrigações que compõem o portfólio em torno do horizonte de investimento, melhorando dessa forma o grau de imunização, ao tentar aproximar a estrutura do portfólio a uma obrigação sem cupão com vencimento perto do horizonte de investimento. Desta forma as carteiras imunizadas através da minimização do M-quadrado de Fong e Vasicek (1984), M-absoluto de Nawalkha e Chambers (1996) e mais recentemente o $\tilde{N}$ de Balbás e Ibáñez (1998) terão baixa exposição a mudanças nas taxas de juro.

Os modelos tradicionais de duração permitem obter informação desagregada acerca do risco do portfólio por cada tipo de risco, no entanto o tipo de movimentos da ETTJ que protege é restrito. Os modelos baseados em medidas de dispersão sintetizam o risco que o portfólio está exposto, apresentam maior simplicidade, no entanto têm pouca utilidade para modelizar a exposição a cada tipo de risco.

2.6.1 - M-quadrado

Fong e Vasicek (1984) propõem uma abordagem alternativa à imunização clássica baseada na duração de Macaulay e Fisher-Weil, o M-quadrado, de forma a superar as limitações da teoria tradicional de imunização.

O M-quadrado apresenta algumas vantagens pois permite descrever a incerteza sobre as taxas de juro apenas com um único fator, sendo um parâmetro que o investidor pode controlar e estruturar o portfólio. Com este modelo não são necessárias hipóteses quanto a natureza do processo estocástico que governa o comportamento das taxas de juro. Adicionalmente permite identificar e quantificar o risco de taxa de juro a que está sujeita uma carteira imunizada no contexto de Fisher-Weil.

O M-quadrado é definido como uma medida de dispersão dos fluxos de caixa em torno do horizonte de investimento, e corresponde à média ponderada do quadrado das diferenças entre as maturidades dos fluxos de caixa das obrigações e o horizonte de investimento, em que os ponderadores são os valores atualizados dos fluxos de caixa em proporção do preço da

obrigação. Os autores demonstraram que a variação percentual no preço de uma carteira imunizada pela duração, é limitada inferiormente pela medida quadrática de dispersão dos fluxos de caixa em torno do horizonte.

No caso de o portfólio ser constituído por obrigações de cupão zero com maturidade no horizonte de investimento corresponde a um portfólio imunizado e com m-quadrado igual a zero. O M-quadrado indica o desvio médio ponderado entre a maturidade de cada fluxo de caixa e a sua média ponderada (duração), pelo que com obrigações de cupão zero com maturidade igual ao horizonte de investimento, não temos risco. Consequentemente indica o grau que o portfólio se desvia da carteira ideal de imunização.

A variação do valor final do portfólio ao verificarem-se choques não paralelos da ETTJ é o resultado de duas variáveis. Por um lado a medida M-quadrado está sob controlo do gestor de carteira, e outra variável que não está sob o seu controlo, pelo que Fong e Vasicek propõem a resolução desse problema com a introdução de uma restrição, acerca de duração do portfólio, para que este seja igual ao horizonte de investimento.

A minimização do M-quadrado sujeita à restrição da duração levará a redução da vulnerabilidade do portfólio a qualquer movimento das taxas de juro, quer na altura, inclinação e curvatura. Contudo de acordo com o indicado por Rebelo (2009) a desigualdade não se baseia no desvio absoluto máximo verificado nas taxas futuras, mas sim no maior choque verificado sobre a sua inclinação, pelo que o modelo mede a exposição ao risco de uma carteira relativamente a variações na inclinação da ETTJ.

De acordo com Bierwag *et al.* (1993) o M-quadrado corresponde a uma visão alternativa da convexidade dado ser uma transformação linear desta, pois relaciona a convexidade com a inclinação da ETTJ e as suas alterações de forma a minimizar o risco de imunização. Se a duração se mantiver constante, o M-quadrado é uma função crescente da convexidade. No entanto segundo os autores a convexidade centra-se na rendibilidade do portfólio face a variações significativas e paralelas da ETTJ e não está especificamente associada a um horizonte de investimento.

Bierwag *et al.* (1993) efetuam um estudo empírico com obrigações do Estado Canadano entre 1963 e 1986 e baseados em preços reais o que permite às ETTJ apresentarem movimentos que têm aderência à realidade. Com base na duração de Macaulay são constituídos portfólios *bullet*, *barbell*, *maturity barbell*, *maturity bullet* (recorrendo à inclusão de uma obrigação com maturidade muito próxima do horizonte de investimento pois essa restrição parece aumentar o desempenho da imunização) e minimização do M-quadrado. Os

resultados obtidos contradizem Fong e Vasicek e confirmam o indicado por Prisman e Shores. Assim a minimização do M-quadrado não é independente do processo estocástico, ou seja, se o processo estocástico não for consistente com processos estocásticos de Fisher-Weil, os portfólios com M-quadrado mínimo não serão os mais adequados para controlar o risco de taxa de juro. Adicionalmente com preços reais a condição de convexidade parece não se verificar em geral, o que leva a que os portfólios com M-quadrado mínimo não sejam os mais eficazes na imunização, quando comparados com portfólios que incluem a obrigação com maturidade perto do horizonte de investimento.

Em Merino *et al* (2012) os autores concluem que a utilização do M-quadrado melhora os resultados obtidos face a medidas únicas de duração, mas não produz resultados satisfatórios, devido ao facto de os pressupostos usados no cálculo do M-quadrado incorporarem pressupostos relativos ao possível comportamento da ETTJ. Concluem também que o M-quadrado implica a eliminação do risco face a mudanças paralelas e a minimização do risco face a movimentos multiplicativos. No entanto não tem em conta outros movimentos possíveis da ETTJ, que sejam diferentes dos indicados.

Cunha (2000) conclui através de um estudo empírico com títulos de dívida pública portuguesa entre 1994 e 1997, que o M-quadrado pode ter um impacto positivo nos resultados obtidos nas estratégias de imunização, mas que a sua influência parece ser reduzida.

2.6.2 - M-absoluto

O modelo de imunização desenvolvido por Nawalkha e Chambers (1996), foi construído com o objetivo de imunização de um portfólio para um dado horizonte temporal e procurando substituir os modelos de imunização baseados na duração tradicional e o M-quadrado. O modelo remete para o objetivo de imunização não estar apenas ligado à igualização da duração do portfólio, com acontecia com os modelos tradicionais, mas também à estruturação dos fluxos de caixa do portfólio o mais próximo possível do horizonte de investimento. O M-absoluto de uma obrigação é assim definido como a média ponderada da distância absoluta dos *fluxos de caixa* das obrigações face um horizonte de investimento. O ponderador

corresponde ao peso relativo dado pelo valor presente de cada *fluxo de caixa* como proporção do preço da obrigação.

O modelo M-quadrado baseia-se em duas medidas de risco, pelo que apresenta um limite inferior mais restritivo que o do modelo M-absoluto, que apresenta ainda a vantagem da sua maior simplicidade, por apenas recorrer a uma medida de risco. O modelo procura quantificar o risco em geral, de forma a ser efetivo na redução do impacto de vários tipos de risco de taxa de juro, definindo um limite inferior para a diferença entre o valor da carteira e o horizonte de investimento, pressupondo que as taxas *forward* se mantêm inalteradas, em vez de apenas proteger face a um tipo de alteração na ETTJ como acontecia com o modelo tradicional de duração.

O M-absoluto apresenta maior eficácia face a alterações na inclinação, curvatura e outros movimentos de ordem superior da ETTJ, sendo menos eficaz em alterações infinitesimais de nível (paralelas) da ETTJ, pelo que poderá não garantir uma proteção perfeita face ao risco de taxa de juro. Assim tal como se verificava com os modelos tradicionais e com o M-quadrado, a alteração esperada nas taxas de juro determina a desejabilidade do modelo a selecionar para a estratégia de imunização. Se as alterações de nível dominarem as outras alterações o modelo tradicional será o mais eficaz, sendo que se as alterações de inclinação, curvatura ou outras forem mais significativas, então o M-absoluto deverá ser mais eficaz.

Tal como acontece com o M-quadrado, apenas uma obrigação sem cupão, com maturidade igual ao horizonte de investimento apresenta M-absoluto nulo, e só nessa situação o investidor estará imune ao risco de taxa de juro. A minimização do M-absoluto sem recorrer a *short selling*, que o gestor pode controlar é equivalente a minimizar a diferença entre o valor futuro da carteira efetivamente realizado e o valor futuro do portfólio objetivo. No entanto o gestor não controla o parâmetro que depende dos movimentos da ETTJ.

Em Nawalkha e Chambers (1996) os testes empíricos levados a cabo indicam que o M-absoluto reduz o risco de taxa de juro inerente aos modelos tradicionais de duração em cerca de metade, independentemente do período de tempo da estratégia de imunização.

2.6.3 – $\tilde{N}$

Balbás e Ibáñez (1998) apresentam uma medida de dispersão linear, desenvolvida com base num conjunto de choques, em que a diferença entre esses choques nas taxas de juro instantâneas futuras obedece a um limite superior. Os autores indicam que o risco da estratégia de imunização pode ser calculado a partir das perdas que se devem a esses choques e a minimização do risco estará assim associada à minimização dessas perdas. O modelo pode ser interpretado como tendo em conta a expectativa de que um choque nas taxas de juro irá ocorrer no futuro, pelo que o investidor procederá à aquisição da obrigação cuja rentabilidade esperada não será comprometida pelo choque na ETTJ. Contudo esta medida apresenta uma alteração, dado que centra-se na exposição da carteira de obrigações ao choque, dado que esta pode sofrer impactos diferenciados.

Balbás *et al.* (2002) com base num estudo com obrigações do mercado espanhol entre 1993 e 1995, com um horizonte de investimento de 3 anos e recorrendo a uma obrigação cuja maturidade coincide com o horizonte de investimento concluem que as estratégias que minimizam o $\tilde{N}$ e que incluem a referida obrigação têm melhor desempenho do que as que minimizam o M-quadrado.

2.7 - Modelos de Vetores de Duração

De acordo com Nawalkha e Soto (2009) e Rebelo (2009) o Modelo de Vetores de Duração fornece uma abordagem mais geral ao processo de imunização do que os modelos tradicionais de duração, pois não impõem pressupostos muito fortes na forma particular dos processos estocásticos que levam aos movimentos na ETTJ.

De acordo com Nawalkha *et al.* (2005) o vetor de duração é determinado inteiramente pela estrutura da maturidade do portfólio, dependendo das alterações dos valores da ETTJ, e dos seus parâmetros definidos em torno do horizonte de investimento. Mesmo sem a restrição da ETTJ apresentar alterações de forma polinomial, usando a expressão da série de Taylor da rentabilidade da obrigação, conduz a modelos de imunização que estabelecem medidas de risco de portfólio que tendem para zero em vez de minimizarem a medida de risco para valores positivos, mas perto de zero e dão a esse vetor uma medida de duração do tipo

polinomial, sendo que o modelo polinomial constitui-se como uma boa aproximação do modelo geral.

O modelo de vetor de duração é assim independente do processo estocástico particular dos movimentos da ETTJ. A imunização de um portfólio para um determinado horizonte de investimento, com o modelo de vetor de duração requer que o portfólio selecionado seja igual ao de uma obrigação hipotética de cupão zero com a mesma maturidade.

Soto (2001), Soto e Prats (2002) e Soto e Prats (2003) indicam que relativamente à investigação empírica relativa à estrutura dos portfólios de imunização, analisada indica que os estudos que favorecem as medidas tradicionais coincidiram no facto de as carteiras apresentarem uma obrigação com maturidade perto do final do horizonte de investimento. Este facto faz com que os fluxos de caixa se situem na parte final do horizonte de investimento, e por isso os portfólios imunizados mesmo que com medidas de duração simples simulem em grande medida o comportamento de uma obrigação de cupão zero, com vencimento perto do final desse horizonte de investimento. Com exceção do trabalho de Ingersoll as estratégias que recorrem a medidas mais simples melhoram o seu desempenho com a aquisição e manutenção no portfólio de uma obrigação com vencimento médio no final do horizonte de investimento. Adicionalmente a autora indica que o resultado favorável obtido por Chambers *et al.* (1988) com o modelo de duração polinomial também apresenta algumas questões relacionadas com as estruturas dos portfólios, tendo-se optado pela estrutura que maximiza a dispersão entre os ativos de forma a minimizar o seu risco sistemático. O critério não é inócuo pois penaliza os portfólios que imunizam com vetores de duração menores. Isso deve-se ao facto de o critério provocar que as carteiras integrem ativos de vencimento diverso, ou tipo *ladder*, em maior medida quando menor é o número de restrições que se incorporam.

O vetor de duração do portfólio tem em conta a soma ponderada dos vetores de duração de cada obrigação que o constituem, sendo que a pesquisa aponta para que entre 3 a 5 restrições de vetor sejam suficientes para capturar todo o risco de taxa de juro e permitir imunizar de forma quase perfeita o portfólio face a alterações não paralelas da ETTJ e superando de forma consistente as estratégias baseadas na duração tradicional.

De acordo com Nawalkha e Soto (2009) o trabalho efetuado por Ventura e Pereira (2006) com títulos de dívida portuguesa no período 1993-1999 com um modelo de 3 elementos chegam a resultados semelhantes a Nawalkha e Chambers (1997) com um modelo de 5

elementos. Os autores verificam também que a única exceção são os portfólios que incluem a obrigação com maturidade no final do período de investimento, para o qual o modelo tradicional é suficiente.

2.8 – Modelos de imunização e resultados de estudos sobre modelos

A estratégia de imunização baseada nos conceitos de duração e convexidade está intimamente ligada ao modelo clássico de duração. Face às limitações que o conceito apresenta, foram desenvolvidos por parte da pesquisa modelos alternativos, com maior complexidade, e que sejam mais eficazes em contextos mais flexíveis, neutralizando movimentos não paralelos da curva de rendimentos, superando a aparente limitação destes modelos face ao risco de má especificação do modelo face ao comportamento aleatório das taxas de juro.

Muitos modelos com medidas únicas e múltiplas de risco de taxa de juro têm sido propostos e testados para controlar a exposição do risco de taxa de juro. Medidas únicas de risco como a duração são relativamente fáceis de implementar, mas têm muitas vezes eficácia insuficiente no seu desempenho de imunização ou proteção de risco de taxa de juro. Os modelos de imunização podem ser categorizados da seguinte forma:

- Modelos unifatoriais, que se baseiam numa só medida de duração. Estes modelos são simples, e podem não captar a totalidade dos movimentos da ETTJ. Partem do princípio que esta se alterará de uma forma determinada, pelo que podem não garantir imunização total. São modelos de equilíbrio, endógenos, considerando que a ETTJ num determinado momento é derivada a partir de parâmetros definidos, e não existe garantia de que ela será idêntica à ETTJ de mercado. As alterações nas ETTJ mostram que o perfil das alterações incorpora mudanças no nível, inclinação e curvatura da ETTJ, pelo que estes os fatores de risco têm que ser incorporados no modelo de imunização. O modelo tradicional centra-se no mais importante, o nível. Apesar de tudo os modelos de um só facto parecem explicar uma parte significativa da variabilidade efetiva das taxas de juro. De acordo com Soto (2001) e Soto e Prats (2003) parte dos trabalhos e estudos empíricos efetuados ao longo dos anos apresentam normalmente características semelhantes, o que pode levar ao enviesamento dos resultados. Desta forma apresentam com frequência resultados e

conclusões semelhantes, paradoxalmente favorável aos modelos mais simples e tradicionais. As características semelhantes passam pela amplitude dos horizontes de investimento e a estrutura das carteiras simuladas. A amplitude dos intervalos não são normalmente inferiores a 5 anos, pelo que se pode pensar que a utilização de prazos mais longos é importante na imunização de carteiras. Assim quanto maior for o prazo de imunização menor é o peso na carteira dos fluxos de caixa de curto prazo, para que a falta de especificação do movimento da parte de curto prazo da curva usando um modelo unifatorial não alterará consideravelmente os resultados dos portfólios imunizados dessa forma. Adicionalmente no longo prazo os movimentos das taxas de juro podem parcialmente compensar-se para que as medidas mais simples funcionem de forma eficaz. As autoras acrescentam que a evidência empírica aponta para que com a exceção do trabalho de Chambers *et al.* (1988) onde se submete a exame um modelo polinomial, os modelos unifatoriais mais simples, e que assume movimentos paralelos da ETTJ apresentam um grau de validade não inferior a modelos que recorrem a medidas de duração mais complexas.

- Modelos que derivam de extensões dos modelos tradicionais de duração e convexidade, indo para além desses conceitos e assumindo movimentos paralelos da ETTJ e acabam por admitir oportunidades de arbitragem para movimentos não infinitesimais da ETTJ. Incorporam medidas de risco mais complexas, abordando a premissa de que um polinómio pode ser ajustado de forma a descrever a ETTJ observada. Dentro destes modelos temos os modelos de Bierwag (1977) com movimentos da ETTJ de capitalização contínua e de Bierwag e Kaufman (1977) com movimentos da ETTJ de capitalização discreta, especificados de forma *ad-hoc*, com um perfil paralelo e multiplicativo. De acordo com Soto (2001) temos ainda o modelo de Khang (1979), cujo objetivo é perceber a dinâmica das taxas de juro, dado que deriva uma medida de duração considerando um caso específico, no qual as taxas de juro dos títulos com vencimento no curto prazo apresentavam maiores variações, ou seja maior volatilidade, que os títulos de vencimento no longo prazo. Em Barbosa (2007) refere-se o modelo de Reitano (1990), que desenvolveu uma variação da duração de Macaulay, considerando durações parciais para explicar o comportamento dos preços sob mudanças não paralelas na ETTJ. Adicionalmente desenvolveu também o conceito de duração modificada, que mede a variação percentual do valor da carteira em função da variação de um ponto percentual na taxa de juro e da

convexidade que está relacionada com a segunda derivada do valor presente do título em relação à taxa de juro, sendo considerada uma medida de sensibilidade da duração Modificada às variações nas taxas de juro.

- Modelos de duração estocástica, que demonstram um procedimento de ajuste a ETTJ inicial à curva de juros efetivamente observada. Esta abordagem surge com os trabalhos de Merton (1973), Vasicek (1977) e Cox *et al.* (1985), que desenvolveram modelos estocásticos de um fator para a ETTJ, que podem ser categorizados como modelos de equilíbrio. De acordo com os autores no contexto deste tipo de modelo as medidas tradicionais de Macaulay e Fisher-Weil deixam de ser consistentes, pelo que introduzem o conceito de duração estocástica. A duração estocástica permite acomodar múltiplos choques na ETTJ, independentemente da forma ou localização das alterações na *yield curve*. Ho e Lee (1986) criaram uma metodologia que transforma a ETTJ de mercado num componente do processo. O modelo desenvolvido por Hull (1990) tem o objetivo de complementar o trabalho desenvolvido por Ho e Lee (1986), pois contemplam uma abordagem mais ampla da volatilidade. Estes modelos têm as alterações da ETTJ especificadas de forma exógenas através de modelos paramétricos. Isso implica que as medidas de duração em análise funcionam de forma correta se a ETTJ se alterar de acordo com os modelos especificados, mas podem funcionar de forma insuficiente se a ETTJ não se alterar de acordo com a especificação do modelo (com choques aleatórios, por exemplo). De acordo com Catalayud e Calero (1994) as melhorias introduzidas com a análise *ex-post* das estratégias de imunização baseadas em novos indicadores de duração parecem não justificar a maior complexidade dos cálculos a efetuar, pois os seus resultados não apresentam diferenças significativamente diferentes do modelo com a duração de Macaulay. Oliveira *et al.* (2008) indicam que em períodos mais curtos a supremacia da duração estocástica é menos significativa, dado que os ganhos adicionais em períodos mais curtos devem-se mais à especificação da mudança da *yield curve* do que do uso da duração estocástica. No entanto para períodos mais longos, o desempenho da duração estocástica é superior do que a determinística.
- Modelo de *Key rate duration*. De acordo com Nawalkha e Soto (2009) o modelo de *Key Rate Duration* de Ho (1992) pode ser considerado como uma extensão do modelo tradicional assente na duração. O modelo baseia-se na divisão da ETTJ em segmentos e na imunização do portfólio de obrigações em cada segmento da ETTJ. A *Key Rate*

Duration do portfólio é o somatório ponderado das *key rates* das obrigações que as compõem e permitem obter o perfil de risco de portfólios de obrigações ao longo da ETTJ. O modelo descreve as mudanças na ETTJ como um vetor discreto representando as alterações nas taxas de obrigações de cupão zero de várias maturidades, pelo que se pode modelizar o risco até um nível de precisão muito elevado. As limitações do modelo de *key rate duration* prendem-se com a escolha arbitrária do número das *key rates* a considerar pois o modelo não dá qualquer indicação sobre qual deve ser o número a selecionar o que reduz a sua operabilidade (o modelo original apresentava 11) e a falta de realismo das alterações das *key rates* individuais dada a perda de eficiência causada pela não modelização histórica das alterações da ETTJ.

- Modelos de dispersão baseados no conceito da dispersão ao redor da duração. Fong e Vasicek (1984) propuseram um modelo de choques arbitrários, o M-quadrado. Nawalkha e Chambers (1996) o M-absoluto, e Balbás e Ibáñez (1998) o Ñ, que se centram no modo como se estruturam os fluxos de caixa, minimizando a sua dispersão, face ao horizonte de investimento. Procuram assim a aproximação mais adequada às obrigações sem cupão.
- Modelos baseados na análise dos componentes principais, que possui a vantagem de identificar os fatores explicativos das variações nas taxas de juro.
- Modelos multifatoriais de imunização que usa várias medidas de duração específicas para cada tipo de alteração da ETTJ, dada a insuficiência dos modelos de uma variável para captar a dinâmica da ETTJ. As limitações destes modelos prendem-se com a restrições dificultarem a definição de carteiras que sejam solução para o problema de imunização e de poderem levar à cobertura de riscos que não sejam verosímeis, pois é difícil que alguns movimentos da taxa de juro ocorram. Os modelos multifatoriais podem ser divididos em 3 categorias. Os modelos de durações paramétricas, partem do uso de formas funcionais multiparamétricas para o ajuste da curva de juros e dos seus movimentos. Os modelos de durações direcionais que recorrem à sensibilidade das carteiras a um número limitado de fatores, observáveis ou não, que dirigem os movimentos da ETTJ. Os modelos de durações parciais que quantificam a sensibilidade de um ativo de renda fixa num limitado conjunto de taxas de juros. Martínez *et al.* (2007) efetuam um estudo empírico comparativo entre diversos modelos de imunização concluindo que os modelos unifatoriais que obtêm

melhores resultados em períodos cursos de imunização são os que se baseiam em medidas de duração derivadas de alterações aditivos ou multiplicativos da ETTJ com estruturas *bullet*. Os modelos unifatoriais que se baseiam em durações aditivas e que incluem uma obrigação com maturidade próxima do horizonte de investimento apresentam melhores resultados, embora inferiores aos modelos acima indicados. Os modelos de imunização baseados no M-quadrado apresentam um grau de ajustamento muito elevado, semelhante aos resultados conseguidos pelos modelos unifatoriais. Utilizando um modelo multifatorial com componentes principais apresenta resultados inferiores ao M-quadrado e dos modelos unifactoriais. Os melhores resultados com estratégias a 3 e 5 anos são apresentados pelo modelo multifatorial proposto por Prisman e Shores (1988) com 3 fatores.

Os modelos referidos têm uma natureza empírica, ou seja, procedem ao ajustamento das deslocações e perfis da ETTJ observados mediante diversas formas funcionais, para depois elaborar medidas de duração ou sensibilidade que se adequam a esses deslocamentos. Esta abordagem esquece qualquer consideração se a alteração das variáveis de estado é coerente com o equilíbrio de mercado (na ausência de oportunidades de arbitragem). Por isso não é de estranhar que as principais críticas a estes modelos tenham uma natureza teórica.

Os modelos teóricos são mais escassos e baseiam-se em conceitos de duração de natureza estocástica ou generalizadas, partindo de uma caracterização teoricamente coerente da ETTJ e a sua dinâmica estocástica para se derivar a partir dela, as medidas de duração correspondentes. A introdução de restrições que se têm de colocar às variáveis dos modelos e à sua definição *à priori* de forma a serem utilizados são as principais críticas.

3 - Estrutura Temporal de Taxas de Juro

A ETTJ constitui-se como a base sobre a qual se sustenta a gestão do risco de taxa de juro, pelo que é fundamental, no processo de identificação do melhor modelo de imunização a ser adotado.

Existem diversas teorias acerca do comportamento das taxas de juro, que no entanto não fornecem indicações de qual será o comportamento futuro das taxas de juro. De acordo com Elton e Gruber (1995) e Filho (2010) existem 3 teorias para explicar a forma da ETTJ:

- teoria das expectativas que tem a sua origem com Malkiel, Irving Fisher, Lutz e Meiselman que indicam que a taxa de juro de longo prazo reflete a perspectiva sobre o futuro das taxas de juro de curto prazo, sendo portanto uma consequência das taxas de curto prazo que se espera que se venham a verificar no futuro. Desta forma a ETTJ reflete as expectativas atuais do mercado em relação às taxas de curto prazo, sendo que a sua inclinação reflete a expectativa de evolução das taxas de juro.
- teoria da preferência pela liquidez de Hicks formulada em 1946 parte da importância dada por Keynes acerca da especulação para retenção de moeda, pelo seu impacto ao nível da política monetária e de redução de longa duração das taxas de juro de longo prazo. A teoria demonstra que a ETTJ sofre a influência de outros fatores para além das expectativas no que se refere ao futuro das taxas de curto prazo, explicando que num contexto de incerteza os ativos de curto prazo, por apresentarem maior liquidez são preferidos aos de longo prazo.
- teoria do habitat preferido ou segmentação de mercado de Culbertson, Modigliani e Sutch, indica que a liquidez é importante nas decisões dos investidores, mas a maturidade individual dos investidores faz com que estes procurem ativos com maturidades equivalentes, de forma a reduzirem o seu risco. Os investidores apenas abandonarão o seu habitat preferido se auferirem uma rendibilidade maior ao que teriam com os títulos com maturidade equivalente aos seus passivos.

Sendo um dado fundamental nos modelos de imunização, mas não sendo observável no mercado, dado que não existem obrigações de cupão zero para um intervalo contínuo de datas de maturidade, a estimação da ETTJ consiste em determinar as taxas de juro *spot*, taxas *forward*, ou a obtenção de funções de desconto, aplicando uma metodologia de estimação a

um conjunto de obrigações com diferentes maturidades. Desta forma é relevante a forma como se encontra a ETTJ e o modelo utilizado para a sua estimação.

Nas últimas décadas verificou-se o desenvolvimento de modelos que permitem descrever a evolução da ETTJ. De acordo Nawalkha e Soto (2009) e Bliss (1997) a estimação da ETTJ apresenta 3 aspetos relevantes:

- pressupostos acerca de impostos e prémios de liquidez na função preço que relaciona os preços das obrigações com as taxas de juro ou fatores de desconto;
- seleção da forma funcional para ajustar as taxas de juro ou fatores de desconto;
- seleção da forma empírica de estimação dos parâmetros da forma funcional selecionada.

Normalmente nem todas as obrigações presentes no mercado num dado momento podem ser usadas na estimação da ETTJ, dado que as obrigações selecionadas têm de cobrir um elevado espectro de maturidades e apresentar um grau de liquidez suficiente para que o seu preço não incorpore distorções significativas devido a outros efeitos de mercado ou fiscais.

Existe no entanto um *trade-off* entre ter um critério de seleção menos restritivo que leva à inclusão de um número superior de obrigações e obtendo dados menos representativos que podem distorcer a ETTJ, ou ter um critério de seleção mais restritivo que leva à inclusão de menos obrigações assegurando uma melhor qualidade dos dados. A escolha do critério de seleção é arbitrária. Em Oliveira *et al.* (2008) os autores indicam que o uso da taxa de juro *spot* de forma equivalente às YTM de obrigações de cupão zero, confere algumas vantagens à análise, nomeadamente:

- eliminação do efeito de cupão e a ambiguidade relacionada com o facto de as YTM de obrigações com a mesma maturidade e risco de crédito, mas com cupões diferentes poder variar;
- não requer pressupostos acerca das taxas de reinvestimento aplicáveis aos fluxos de caixa intermédios.

Os métodos mais comuns de estimação da ETTJ são:

- *Bootstrapping*;
- *Spline* exponencial ou polinomial de McCulloch;
- função exponencial de Nelson e Siegel e de Svensson.

De acordo com Nawalkha e Soto (2009) o método *Bootstrapping* consiste em de forma iterativa extrair das *yields* de obrigações de cupão zero usando uma sequência de preços de obrigações com maturidade crescente. Este método requer a existência de pelo menos uma obrigação em cada data considerada de *bootstrapping*. Este método não efetua a otimização dado calcula as *yields* de obrigações de cupão zero que correspondem exatamente aos preços das obrigações o que pode levar a que erros idiossincráticos que estão implícitos no preço das obrigações, o que pode acarretar que a ETTJ não seja suave. Adicionalmente os seus valores são calculados por interpolação. Em segundo lugar o método requer ajustamentos *ad-hoc* quando não existem obrigações para todas as maturidades.

O método de *cubic spline* devido ao facto de se basear em preços das obrigações observados, leva a que seja necessário estimar uma forma funcional que minimize os erros idiossincráticos. As funções de desconto podem ser não lineares, sendo que poderá ser necessário uma função altamente dimensional para fazer o trabalho de aproximação. Os termos do erro da equação podem aumentar com a maturidade das obrigações dado que as obrigações com maior maturidade têm *spread bid-ask* maiores e menor liquidez. Devido a problemas de heterocedasticidade a estimação da função de desconto usando abordagens como a minimização dos mínimos quadrados, geralmente apresenta bons resultados em maturidades longas, mas proporciona pouco ajustamento nas maturidades mais curtas. O primeiro problema é resolvido com a divisão da ETTJ em alguns segmentos usando uma série de pontos, denominados nós. Diferentes funções da mesma classe (polinomial, exponencial, etc.) são usadas para ajustar a ETTJ nesses segmentos entre os nós. A família de funções definida é sujeita à restrição de ser contínua e suave junto a cada nó, de forma a assegurar a continuidade e suavidade da curva encontrada. As taxas obtidas pelo método *Bootstrap* podem servir como nós para a aplicação *cubic spline*, quando se pretende um ajustamento total às taxas observadas pelo método *bootstrap*.

No modelo de *splines* McCullhoch indica qual o número de nós, que depende do número de obrigações consideradas na estimação da ETTJ e o número de intervalos dentro das maturidades existentes. Uma crítica potencial ao *cubic spline* é a sensibilidade da função de desconto aos pontos de nó. Os diferentes pontos de nó resultam em variações na função de desconto que podem ser significativas. Adicionalmente demasiados nós podem levar a que a função seja demasiada ajustada, sendo por isso muito importante a definição do número e a localização dos nós. Para além disso os *cubic splines* fornecem curvas com formato pouco razoável no longo prazo, onde normalmente a ETTJ costuma apresentar pouca curvatura.

A metodologia proposta por Nelson e Siegel (1987), usa uma forma funcional exponencial para todo o período, sendo sugerida uma parametrização parcimoniosa da curva de taxas *forward* instantâneas. O modelo adequa-se de forma bastante adequada aos dados observados na ETTJ, quer ao nível do curto prazo quer do longo prazo, mas também pela decomposição intuitiva que cada termo demonstra na sua formulação.

$$f(t)=\alpha_1 + \alpha_2 e^{-\frac{t}{\beta}} + \alpha_3 \frac{t}{\beta} e^{-\frac{t}{\beta}} \quad (1)$$

O modelo baseia-se na estimação dos 4 parâmetros indicados na equação (1):

- - α_1 e α_2 que correspondem à definição da taxa de juro instantânea de muito curto prazo;
- α_1 que corresponde à taxa de juro de longo prazo, que define o valor assintótico da ETTJ para as taxas de cupão-zero e as taxas *forward* instantâneas.
- o *spread* entre a taxa de juro de longo prazo e a taxa instantânea é $-\alpha_2$ que pode ser interpretado como sendo a inclinação da ETTJ de obrigações de cupão zero como também a ETTJ de taxas *forward*.
- α_3 define a curvatura da ETTJ nos prazos intermédios. Quando $\alpha_3 > 0$ apresenta uma forma côncava, e quando $\alpha_3 < 0$ a ETTJ tem um valor mínimo levando a uma forma convexa.
- $\beta > 0$ corresponde à velocidade de convergência da ETTJ para a taxa de juro de longo prazo. Um β mais baixo acelera a convergência da ETTJ para a taxa de juro de longo prazo, enquanto um β mais elevado faz com que existe um salto na estrutura temporal para maturidades mais longas.

Dado que a equação de preços das obrigações não é linear, os 4 parâmetros são estimados usando uma forma de otimização não linear, que são normalmente sensíveis aos valores iniciais dos parâmetros. Isso faz com que os valores devam ser escolhidos de forma cuidadosa. Existe também alguma dificuldade em proceder ao ajustamento do fator α_3 , devido à indeterminação exata de um ponto ótimo de maturidade para maximizar o seu valor e descrever com adequação o momento da curvatura da curva de juros. Conforme o indicado por Diebold *et al* (2006) a estimação de β traz alguma perda de eficiência para modelos de previsão da curva de juros, pois é necessário uma forma não linear para apurar esse valor. Dessa forma assume-se um valor fixo para o β para que o valor maximize a função exponencial que acompanha o fator de médio prazo para uma dada maturidade. As maiores

vantagens do modelo face ao modelo de *splines* são a suavidade da curva estimada para ambas as taxas (*spot* e *forward*), o comportamento assintótico da ETTJ no longo prazo e a robustez a dados *outliers* e erros nos dados do mercado.

Mesmo com a dificuldade computacional, o modelo de Nelson-Siegel e a sua extensão de Svensson (1994) que tem também uma posição proeminente na estimação das ETTJ. O modelo de Svensson adiciona 2 parâmetros, que permite flexibilizar a forma funcional do modelo anterior.

De acordo com Rebelo (2009) os modelos anteriores são aplicados quando se pretende estimar a ETTJ atual, no entanto, não modelizam a sua evolução futura, para o que é necessária uma abordagem que tenha em conta a natureza estocástica das taxas de juro.

Litterman e Scheinkman (1991) recorrendo a títulos do tesouro americano e estimando a ETTJ concluem que os 3 fatores que mais influenciam nos movimentos da curva de rendimentos explicam 97% dos deslocamentos, sendo que 79% são explicados pelo fator nível de juros (movimentos paralelos), 13% são explicados pelo fator inclinação e 5% pela curvatura, podendo-se então deduzir que, a maioria dos deslocamentos da curva ocorre de forma paralela.

4 – Risco Idiossincrático e imunização

Existirá assim um *trade-off* entre risco idiossincrático e de imunização? De acordo com Diáz *et al.* (2006) a teoria financeira de imunização sugere com frequência a formação de portfólios com um número reduzido de ativos, levando a que se obtenham portfólios não diversificados. Este facto contraria a teoria financeira no que concerne à relação entre diversificação e risco, sendo que no caso do risco idiossincrático a diversificação é relevante na sua redução. Assim um portfólio com maior diversificação seria, naturalmente, menos afetado pelo impacto do risco idiossincrático.

Essa exposição fica a dever-se a fatores independentes das taxas de juro e que podem influenciar os preços das obrigações. O preço de uma obrigação pode ser obtido pela soma de duas componentes, o valor presente dos fluxos de capital esperados e um termo associado a elementos idiossincráticos, pelo que esses elementos poderão afetar os resultados da estratégia de imunização.

Diáz *et al.* (2006) defendem que os movimentos da ETTJ tendem a afetar de forma mais significativa portfólios compostos por muitos títulos, pelo que os efeitos idiossincráticos podem ter um efeito menor nestes portfólios. Se o efeito idiossincrático for mais significativo do que o efeito da mudança da ETTJ, os portfólios com maior diversificação tenderão a apresentar rendibilidades mais estáveis.

Para Diáz *et al.* (2006) a questão coloca-se ao nível de qual dos dois riscos é mais relevante. Parte significativa dos estudos sobre imunização recorre a preços sintéticos, construídos com base na ETTJ estimada utilizada nesses estudos, eliminando assim o aspeto relacionado com o risco idiossincrático da análise. Num estudo recorrendo a dívida pública espanhola para o período 1993-2003, os autores indicam que a diversificação ajuda a obter melhor imunização, ao reduzir a volatilidade dos desvios em relação ao objetivo e isto independentemente da magnitude e o sinal das alterações da ETTJ.

Freitas (2011) efetua um estudo adicional considerando modelos adicionais de imunização para um horizonte de investimento de três anos. Os resultados indicam a existência de um *trade-off* entre risco idiossincrático e o risco de imunização, embora os valores obtidos possam não ser considerados significativos.

5 - Trabalho empírico

5.1 – Período da estratégia de imunização

Em Soto e Prats (2002) as autoras defendem que períodos mais prolongados de imunização aumentam a probabilidade de que ocorram movimentos da ETTJ que reduzem o risco da estratégia, pois pode levar a que nenhum tipo de movimento da ETTJ seja dominante.

O estudo considera dois horizontes de investimento curtos, para um período de 3 anos cada um. Dentro desses dois períodos de imunização foram considerados 3 estratégias com 1, 2 e 3 anos a terminar na mesma data, iniciando-se desta forma em anos diferentes.

O objetivo é avaliar as estratégias de imunização com diferentes prazos, analisar a sua eficácia dentro de cada período e se os horizontes de investimento permitem que os deslocamentos da ETTJ sejam compensados ao longo de períodos mais curtos. A definição dos horizontes de investimento considera dois acontecimentos significativos, a crise do *subprime* e o início da crise da dívida soberana europeia.

O primeiro período inicia-se em 30-09-2004, apresentando estabilidade no que diz respeito à evolução da ETTJ, e termina em 30-09-2007 com o início da denominada crise do *subprime*, dado que as primeiras injeções de capital por parte dos Bancos Centrais Inglês e Americano ocorreram no final de Julho de 2007, o que ocorreu cerca de um ano antes da falência do Banco Lehman Brothers.

O segundo período de imunização tem o seu início em 30-06-2007 e o seu final em 30-06-2010, com o despoletar da crise da dívida soberana europeia, que se iniciou em Abril de 2010 com a descida do *rating* da dívida soberana Grega por parte da agência de notação financeira Standards & Poors e o resgate financeiro de Maio de 2010.

Período	6 meses	1 ano	2 anos	3 anos	5 anos	7 anos	10 anos	15 anos	20 anos	25 anos
2004-2007										
Média	2,98%	3,03%	3,15%	3,26%	3,48%	3,65%	3,85%	4,04%	4,16%	4,23%
Desvio Padrão	0,82%	0,79%	0,72%	0,66%	0,54%	0,46%	0,38%	0,33%	0,32%	0,32%
2007-2010										
Média	2,82%	2,94%	3,19%	3,42%	3,78%	4,04%	4,30%	4,54%	4,68%	4,77%
Desvio Padrão	1,47%	1,31%	1,02%	0,79%	0,50%	0,37%	0,34%	0,38%	0,42%	0,45%
Diferença	0,65%	0,52%	0,30%	0,13%	-0,04%	-0,08%	-0,04%	0,05%	0,10%	0,13%

Tabela 1 - Taxas de juro médias nos períodos de imunização considerados e respetivos desvios padrão

Verifica-se através da Tabela 1 que o segundo período de imunização apresenta maior volatilidade ao nível da evolução da ETTJ nos prazos até 3 anos e acima dos 10 anos. Desta forma é possível comparar entre os dois períodos as estratégias de imunização quanto ao seu desempenho em períodos de maior ou menor estabilidade da evolução da ETTJ.

5.2 - Dados Base

Os dados base do trabalho reportam-se às obrigações do Tesouro Português em vigor entre 30-09-2004 e 30-06-2010, para cada um dos dois períodos de três anos definido acima.

As obrigações consideradas em cada uma das 3 estratégias dos 2 horizontes de investimento considerados correspondem aos títulos que se encontravam em negociação no início do período de imunização.

No período de 2004 a 2007 foram consideradas as seguintes obrigações:

ISIN	Bloomberg	Obrigação	Maturidade	Cupão %	1ª data de cupão
EC533233	PTOTEXOE0016	PGB 4 7/8 08/17/07	17-08-2007	4,88%	17-08-2002
GG737987	PTOTEBOE0012	PGB 5 3/8 06/23/08	23-06-2008	5,38%	23-06-1999
ED535305	PTOTE2OE0000	PGB 3 1/4 07/15/08	15-07-2008	3,25%	15-07-2005
EC090406	PTOTECOE0011	PGB 3.95 07/15/09	15-07-2009	3,95%	15-07-1999
EC215329	PTOTEH0E0008	PGB 5.85 05/20/10	20-05-2010	5,85%	20-05-2000
EC357159	PTOTEJOE0006	PGB 5.15 06/15/11	15-06-2011	5,15%	15-06-2002
EC519124	PTOTEKOE0003	PGB 5 06/15/12	15-06-2012	5,00%	15-06-2003
CP507407	PTOTEGOE0009	PGB 5.45 09/23/13	23-09-2013	5,45%	23-09-1999
ED197291	PTOTE1OE0019	PGB 4 3/8 06/16/14	16-06-2014	4,38%	16-06-2004
ED822615	PTOTEYOE0007	PGB 3.85 04/15/21	15-04-2021	3,85%	15-04-2006
EF011340	PTOTE3OE0017	PGB 3.35 10/15/15	15-10-2015	3,35%	15-10-2006
EF166551	PTOTE4OE0040	PGB 3.2 04/15/11	15-04-2011	3,20%	15-04-2006
EF328813	PTOTE5OE0007	PGB 4.1 04/15/37	15-04-2037	4,10%	15-04-2007
EF556577	PTOTE6OE0006	PGB 4.2 10/15/16	15-10-2016	4,20%	15-10-2007

Tabela 2 - Obrigações consideradas no período de imunização 2004-2007

No período de 2007 a 2010 foram consideradas as seguintes obrigações:

ISIN	Bloomberg	Obrigação	Maturidade	Cupão %	1ª data de cupão
EC215329	PTOTEH0E0008	PGB 5.85 05/20/10	20-05-2010	0,05850	20-05-2000
EC357159	PTOTEJOE0006	PGB 5.15 06/15/11	15-06-2011	0,05150	15-06-2002
EC519124	PTOTEKOE0003	PGB 5 06/15/12	15-06-2012	0,05000	15-06-2003
CP507407	PTOTEGOE0009	PGB 5.45 09/23/13	23-09-2013	0,05450	23-09-1999
ED197291	PTOTE1OE0019	PGB 4 3/8 06/16/14	16-06-2014	0,04375	16-06-2004
EF011340	PTOTE3OE0017	PGB 3.35 10/15/15	15-10-2015	0,03350	15-10-2006
ED822615	PTOTEYOE0007	PGB 3.85 04/15/21	15-04-2021	0,03850	15-04-2006
EF166551	PTOTE4OE0040	PGB 3.2 04/15/11	15-04-2011	0,03200	15-04-2006
EH845969	PTOTEOOE0017	PGB 3.6 10/15/14	15-10-2014	0,03600	15-10-2009
EF556577	PTOTE6OE0006	PGB 4.2 10/15/16	15-10-2016	0,04200	15-10-2007
EG398877	PTOTELOE0010	PGB 4.35 10/16/17	16-10-2017	0,04350	16-10-2007
EH231674	PTOTENOE0018	PGB 4.45 06/15/18	15-06-2018	0,04450	15-06-2008
EH736699	PTOTEMOE0027	PGB 4 3/4 06/14/19	14-06-2019	0,04750	14-06-2009
EF328813	PTOTE5OE0007	PGB 4.1 04/15/37	15-04-2037	0,04100	15-04-2007

Tabela 3 - Obrigações consideradas no período de imunização 2007-2010

No que diz respeito aos preços das obrigações foram considerados os valores de cotação diários da Bloomberg e que correspondem aos valores de fecho diário. Foi também efetuada uma estratégia alternativa com base nos valores de equilíbrio calculados com a ETTJ chegando assim a preços sintéticos ou teóricos.

Esta dupla abordagem permite analisar a possibilidade de outros fatores como o risco idiossincrático ou questões relacionadas com a liquidez das obrigações poderem influenciar os preços das obrigações, levando a que os seus valores se afastem dos valores de equilíbrio, calculados com base na ETTJ estimada e consequentemente afetarem o desempenho das estratégias de imunização.

As cotações das obrigações consideradas correspondem aos preços *bid* para a valorização das vendas e preços *ask* para a aquisição.

Os dados usados na estimação dos parâmetros modelo de referência da ETTJ reportam-se às obrigações de cupão do Estado Português em vigor no período 2000-2010, usando a metodologia de Nelson e Siegel (1987). Todas as obrigações consideradas e proporcionam fluxos de caixa determinados em datas definidas e os preços correspondem aos dados retirados da Bloomberg relativos aos valores de fecho diário *bid* e *ask*. Foram consideradas restrições de forma a resolver potenciais distorções derivados de falta de liquidez das obrigações no período considerado, pelo que não foram consideradas as obrigações com maturidade residual inferior a três meses, e recorrendo à metodologia proposta por Rousseeuw (1990) e cuja aplicação é descrita por Oliveira *et al.* (2008).

5.3 - Estratégias de imunização

No que diz respeito às estratégias de imunização o estudo considera a estratégia tradicional de imunização com base no *matching* da duração ou maturidade do portfólio ao horizonte de investimento.

Relativamente à estrutura dos portfólios foram consideradas as estruturas *Bullet*, *Barbell*, *Maturity Barbell*, *Maturity Bullet* e a minimização do M-quadrado de Fong e Vasicek (1984). O objetivo passa por analisar o desempenho dos portfólios *Bullet* e *Barbell* em períodos curtos de imunização. A literatura indica que os portfólios *Bullet* apresentam vantagens em períodos mais curtos de imunização, dado que obtêm retornos mais próximos dos pretendidos. Os portfólios *Barbell* apresentam vantagens em períodos mais longos pela influência da convexidade.

Com base em Agca (2005) a análise também procurará avaliar se o desempenho da imunização é sensível às medidas de risco de taxa de juro, ou se a escolha da estrutura do portfólio tem maior impacto no desempenho das estratégias de imunização.

5.4 – Medidas de risco de taxa de juro

Relativamente às medidas de risco de imunização foram consideradas as medidas tradicionais de duração de Macaulay e de Fisher-Weil e a maturidade.

De acordo Soto e Prats (2003) a evidência empírica indica que a inclusão de uma obrigação no portfólio cuja maturidade é próxima do horizonte de investimento, melhora o desempenho da estratégia de imunização. No estudo verifica-se que pela quantidade reduzida de obrigações disponíveis no mercado português, não existe nenhuma obrigação que se possa integrar dentro desta categoria. Consequentemente, a utilização de uma medida baseada na maturidade, permitirá verificar se uma estratégia com base nessa medida consegue obter melhores desempenhos, com menor complexidade.

5.5 - *Settlement Date* e Rebalanceamento

As obrigações disponíveis em cada período são as que se encontram acima indicadas, ou seja, as que se encontravam em negociação no início do período de imunização.

Verificou-se no decurso do período de imunização, que apenas existe uma obrigação para cada período cuja maturidade e duração é inferior ao horizonte de investimento. Desta forma, e dado que foi definida a limitação de *short selling*, na data de reembolso dessa obrigação em que é recebido o *cash flow* final da obrigação (cupão e capital) procede-se à venda da outra ou outras obrigações que constituem o portfólio (no caso da estratégia com M-quadrado). O valor recebido é depois capitalizado à taxa de juro definida pela ETTJ estimada para a maturidade definida entre essa data e a data final da estratégia, que corresponde a uma situação de investir o valor disponível numa obrigação de cupão zero com maturidade na data de horizonte de investimento.

Tal ocorreu com a estratégia que termina em 30-09-2007 com o reembolso da obrigação com menor maturidade a 18-08-2007 e na estratégia que termina em 30-06-2010 com o reembolso da obrigação com menor maturidade a 21-05-2010.

De forma a simplificar operacionalização das estratégias de imunização, em termos do seu rebalanceamento, considerou-se a data de *settlement* das aquisições e vendas de obrigações como sendo a data de transação. Os rebalanceamentos foram considerados de forma trimestral. Quando este ocorre num fim-de-semana, considerou-se o dia útil seguinte, para que existam preços reais disponíveis para efetuar o rebalanceamento.

Os valores de fluxos de caixa intermédios recebidos durante o período de investimento são investidos à taxa de juro decorrente da ETTJ estimada para a maturidade entre a data de recebimento e a data de rebalanceamento. No caso do recebimento do fluxo de caixa ocorrer num fim-de-semana ou feriado, considerou-se como sendo recebido no dia útil seguinte, de forma a existir uma taxa de juro estimada disponível.

Ao nível do rebalanceamento trimestral com preços reais foi considerado a venda da totalidade do portfólio ao preço *bid* e a aquisição da nova posição ao preço *ask* de forma a simplificar o processo de rebalanceamento e a criar um cenário em que o rebalanceamento tem um impacto máximo na rendibilidade do portfólio. Os custos de transação considerados na estratégia com preços reais apresentam um *spread bid-ask* de 0,025 que se encontra em linha com o *spread bid-ask* médio implícito nos preços reais. Ao nível dos preços teóricos não foram considerados custos de transação.

5.6 - Medida de desempenho

A medida de avaliação das estratégias corresponde à diferença entre o valor obtido pela estratégia e o valor objetivo fixado para o passivo, de 1.000.000 Euros. O resultado da imunização é bem sucedido se o valor obtido for superior ao objetivo ou o mais aproximado deste, nos casos em que o resultado seja inferior ao objetivo.

5.7 Resultados

5.7.1 - Período 2004-2007

Os resultados agregados das diferentes estratégias para o período 2004 a 2007 estão resumidos nas seguintes tabelas:

Descrição	Fisher-Weil	Macaulay	Maturidade	Bullet	Barbell	M-quadrado
Média	-692	-680	-228	-1.118	133	-615
Desvio-Padrão	1.007	987	1.294	1.052	821	1.109
Coefficiente de variação	-1,456	-1,452	-5,680	-0,941	6,149	-1,803

Tabela 4 - Resultados estratégia imunização 2004-2007 anos face ao valor objetivo com preços reais

A Tabela 4 resume os resultados obtidos para as estratégias de imunização a 1, 2 e 3 anos com preços reais através da média, desvio-padrão e coeficiente de variação por tipo de medida de risco de taxa de juro (Fisher-Weil, Macaulay e Maturidade) e por estratégia de formação de portfólio imunizante.

Descrição	Fisher-Weil	Macaulay	Maturidade	Média	Desvio-Padrão	Coefficiente de variação
Bullet - 1 ano	-353	-352	-289	-331	30	-0,091
Barbell - 1 ano	-268	-261	64	-155	155	-0,997
M-quadrado - 1 ano	-353	-352	-191	-298	76	-0,255
Média	-325	-322	-139			
Desvio-Padrão	40	43	148			
Coefficiente de variação	-0,124	-0,133	-1,071			
Bullet - 2 anos	-755	-747	65	-479	385	-0,803
Barbell - 2 anos	937	942	1.341	1.073	189	0,177
M-quadrado - 2 anos	-754	-746	160	-447	429	-0,960
Média	-191	-184	522			
Desvio-Padrão	797	796	581			
Coefficiente de variação	-4,178	-4,337	1,112			
Bullet - 3 anos	-2.303	-2.309	-3.019	-2.544	336	-0,132
Barbell - 3 anos	30	3	-1.586	-518	755	-1,459
M-quadrado - 3 anos	-2.407	-2.297	1.403	-1.100	1.771	-1,609
Média	-1.560	-1.534	-1.067			
Desvio-Padrão	1.125	1.087	1.842			
Coefficiente de variação	-0,721	-0,708	-1,726			

Tabela 5 - Resultados estratégia imunização 2004-2007 anos face ao valor objetivo com preços reais

Através das tabelas 4 e 5 verificamos que em termos médios a medida de risco de taxa de juro que apresenta melhores resultados é a maturidade, sendo que isso se verifica para os 3 períodos considerados (ver anexos 1 a 6), apesar de não apresentar o menor desvio-padrão. Desta forma podemos verificar que a maior rendibilidade corresponde maior risco.

A duração de Macaulay apresenta o menor desvio-padrão, dado que os seus resultados estão mais concentrados em torno da sua média e por esse facto as diferenças face ao valor objetivo do investimento são por isso menores. Esse facto também é visível através do resultado do coeficiente de variação, que é o mais baixo no caso da duração de Macaulay.

Pelas tabelas 4 e 5 verificamos que o portfólio que apresenta melhores resultados é o *Barbell*, pois apresenta o melhor valor médio para os 3 períodos considerados e apresentando o menor desvio-padrão. Ou seja os resultados estão mais concentrados em torno da sua média e por esse facto as diferenças face ao valor objetivo do investimento são menores.

Descrição	Fisher-Weil	Macaulay	Maturidade	Bullet	Barbell	M-quadrado
Média	697	703	386	349	1.132	327
Desvio-Padrão	610	604	600	386	798	363
Coeficiente de variação	0,875	0,860	1,551	1,105	0,705	1,111

Tabela 6 - Resultados estratégia imunização 2004-2007 anos face ao valor objetivo com preços teóricos

A Tabela 6 resume os resultados obtidos para as estratégias de imunização a 1, 2 e 3 anos com preços teóricos através da média, desvio-padrão e coeficiente de variação por tipo de medida de risco de taxa de juro (Fisher-Weil, Macaulay e Maturidade) e por estratégia de formação de portfólio imunizante.

Descrição	Fisher-Weil	Macaulay	Maturidade	Média	Desvio-Padrão	Coeficiente de variação
Bullet - 1 ano	40	40	93	58	25	0,436
Barbell - 1 ano	-252	-244	138	-119	182	-1,526
M-quadrado - 1 ano	40	40	74	51	16	0,309
Média	-57	-54	102			
Desvio-Padrão	137	134	27			
Coeficiente de variação	-2,389	-2,465	0,265			
Bullet - 2 anos	242	246	819	436	271	0,622
Barbell - 2 anos	1.228	1.232	1.552	1.337	152	0,114
M-quadrado - 2 anos	242	246	829	439	276	0,628
Média	571	575	1.067			
Desvio-Padrão	465	464	343			
Coeficiente de variação	0,815	0,808	0,322			
Bullet - 3 anos	735	727	-419	348	542	1,560
Barbell - 3 anos	1.776	1.751	246	1.258	715	0,569
M-quadrado - 3 anos	615	676	-396	298	492	1,647
Média	1.042	1.051	-190			
Desvio-Padrão	521	495	308			
Coeficiente de variação	0,500	0,471	-1,627			
Média	697	703	386			
Desvio-Padrão	610	604	600			
Coeficiente de variação	0,875	0,860	1,551			

Tabela 7 - Resultados estratégia imunização 2004-2007 anos face ao valor objetivo com preços teóricos

Pelas tabelas 6 e 7 verificamos que a medida de risco de taxa de juro que apresenta melhores resultados com preços teóricos é a duração de Macaulay, apesar de não apresentar o menor desvio-padrão (ver anexos 7 a 12). A duração de Fisher-Weil apresenta um desempenho bastante semelhante. Neste caso existe uma discrepância face às estratégias com preços reais, dado que era a maturidade a medida com o melhor desempenho.

A maturidade apresenta o menor desvio-padrão e o maior coeficiente de variação. Neste caso existe uma inversão dos resultados com preços reais.

Pelas tabelas 6 e 7 verificamos que o portfólio que apresenta melhores resultados é o *Barbell*, sendo consistente com os resultados com preços reais. No entanto o portfólio M-quadrado apresenta o menor desvio-padrão de resultados face à sua média, sendo que com preços reais o portfólio *barbell* apresentava o menor desvio-padrão.

5.7.2 - Análise resultados obtidos 2004-2007

De forma a explicar os fatores que contribuíram para os resultados obtidos procedemos a uma análise da evolução que a ETTJ sofreu ao longo do período de imunização. Essa evolução encontra-se nas figuras seguintes:

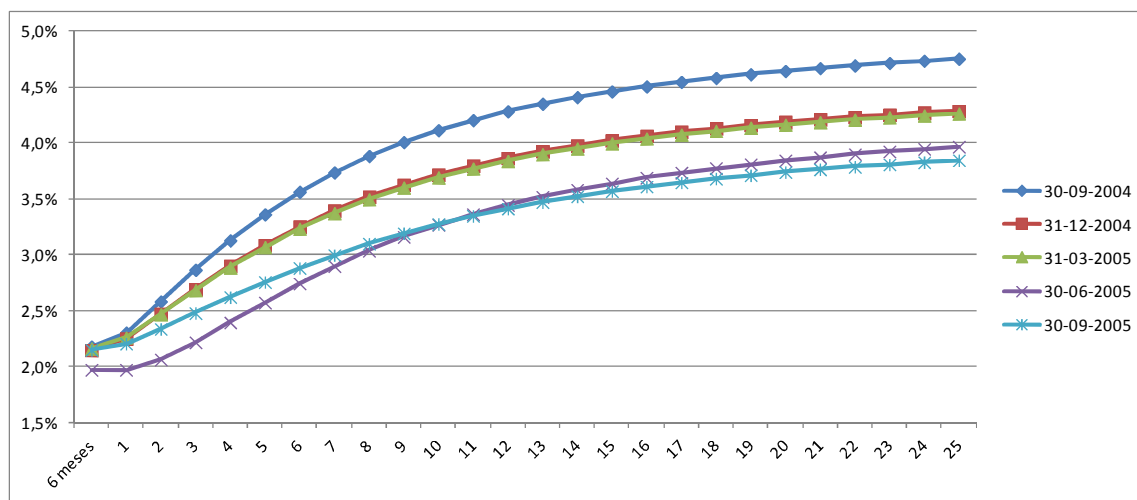


Figura 1 - Evolução ETTJ – 2004-2005

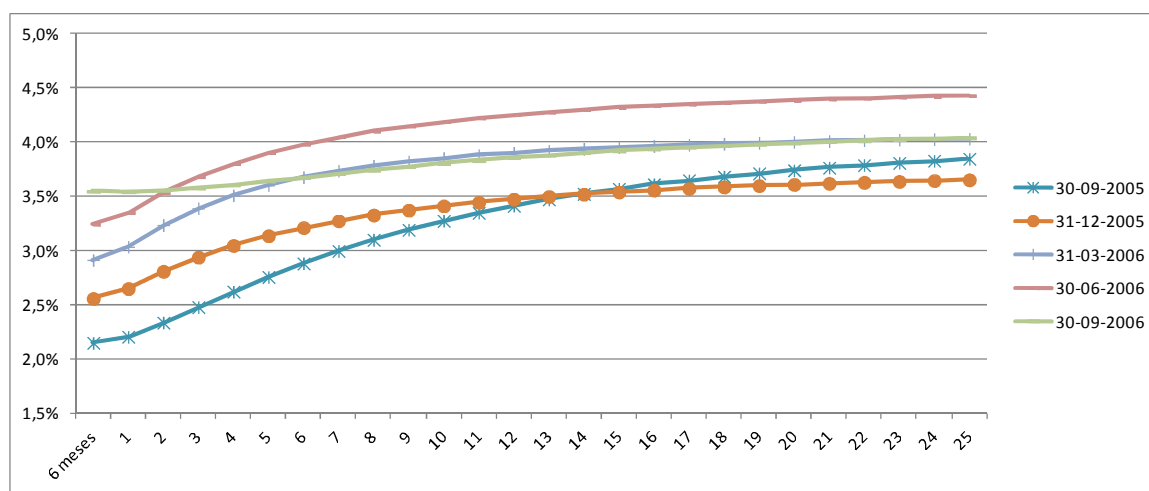


Figura 2 - Evolução ETTJ – 2005-2006

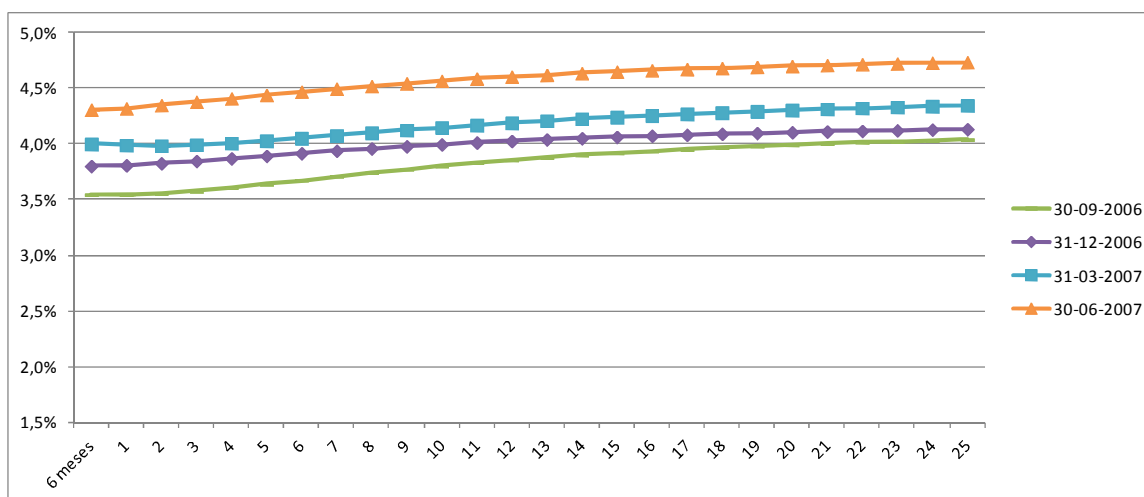


Figura 3 - Evolução ETTJ – 2006-2007

Ao nível dos deslocamentos sofridos pela ETTJ no primeiro ano de imunização (2004-2005) verificamos a existência de um choque multiplicativo, que influencia a inclinação da ETTJ.

No segundo ano de imunização existem choques paralelos que levaram a um aumento da taxa de juro mais pronunciado até às maturidades de 9 anos, e que se vai diluindo para as maturidades mais longas. No último trimestre existe um choque que altera a configuração da ETTJ, mantendo-se a inclinação positiva, esta é agora menos pronunciada, quase achatada. Este facto beneficia os preços das obrigações de médio e longo prazo e penaliza os preços das obrigações no curto prazo.

No ano final da estratégia a ETTJ apresenta um aumento das taxas de juro paralelo e mantendo uma ligeira inclinação positiva.

Os resultados obtidos permitem constatar que perante cenários de maior estabilidade da ETTJ, com alterações essencialmente aditivas, e períodos de imunização relativamente curtos, as obrigações com menor duração e maturidade obtém melhores resultados. Esse facto potencia o desempenho dos portfólios *Barbell* e da medida maturidade, pois com as obrigações disponíveis o portfólio apresenta um peso relativo superior da obrigação de menor duração. O facto de se usar a medida maturidade permite à estratégia ter ainda um peso superior da obrigação com menor maturidade levando a que tenha um desempenho superior.

Os resultados obtidos parecem apontar para que com choques paralelos ao considerarmos a obrigação com maturidade mais aproximada ao horizonte de investimento e ao considerarmos

essa obrigação com maior peso relativo no portfólio com a maturidade mais aproximada ao horizonte de investimento potencia os resultados da estratégia de imunização.

Assim podemos constatar que quanto menor a duração de uma obrigação, menor a sua exposição ao risco de taxa de juro. Isto porque com os choques de ETTJ verificados, a obrigação com menor duração e maturidade está menos sujeita a variações no seu preço no curto prazo e ao risco de reinvestimento.

Se analisarmos os resultados com as diferenças absolutas face ao valor objetivo verificamos que a duração de Macaulay consegue assegurar, ao ter um desvio padrão inferior às restantes medidas, um valor mais favorável. Ou seja a duração de Macaulay fornece uma medida de risco de taxa de juro com um nível de precisão superior.

Ao compararmos os resultados com preços reais e teóricos verificamos que existem algumas diferenças nos desempenhos das medidas e tipos de portfólios considerados, devido a efeitos que as diferenças de preços introduzem no desempenho da imunização, especialmente quando se verificam choques não aditivos.

Desta forma somos levados a concluir que o facto de se usarem preços teóricos favorece as medidas mais tradicionais de medida de risco de juro e que os preços reais apresentam alguns desvios que incorporam outros fatores não captados pelos preços teóricos.

Pela análise dos resultados obtidos verifica-se que com preços reais e teóricos a seleção da estrutura do portfólio é mais relevante que a seleção da medida de risco de taxa de juro, dado que o portfólio *barbell* apresenta resultados consistentemente melhores que as medidas de risco de taxa de juro, com exceção da estratégia a 1 ano com preços teóricos, independentemente da medida de risco utilizada.

É também possível constatar que a expectativa quanto aos choques mais significativos que a ETTJ sofrerá no futuro, é um fator decisivo na seleção da medida de risco de taxa de juro e estrutura do portfólio, dado que o seu desempenho está intimamente ligado ao desempenho da estratégia de imunização.

A estratégia que recorre ao M-quadrado não parece apresentar uma vantagem significativa face às estruturas de portfólio mais tradicionais, dado que na maior parte dos portfólios considerados, a sua constituição aproxima-se bastante da composição do portfólio *bullet*.

Ao nível da vantagem dos portfólios *bullet* sobre os *barbell* em períodos curtos de imunização verificamos que quando os choques dominantes sobre a ETTJ são de natureza aditiva os portfólios *barbell* parecem contradizer a literatura e apresentam melhores desempenhos.

O bom desempenho da medida maturidade quando os choques aditivos sobre a ETTJ são dominantes parece indicar que esta medida poderá ser um bom instrumento na imunização de portfólios, com uma menor complexidade associada ao seu cálculo.

5.7.3 – Período 2007-2010

Os resultados agregados das diferentes estratégias para o período 2007 a 2010 estão resumidos nas seguintes tabelas:

Descrição	Fisher-Weil	Macaulay	Maturidade	Bullet	Barbell	M-quadrado
Média	-3.064	-3.064	-3.520	-2.401	-4.869	-2.378
Desvio-Padrão	2.371	2.359	2.029	1.545	3.212	1.509
Coeficiente de variação	-0,774	-0,770	-0,576	-0,643	-0,660	-0,634

Tabela 8 - Resultados estratégia imunização 2007-2010 anos face ao valor objetivo com preços reais

A Tabela 8 resume os resultados obtidos para as estratégias de imunização a 1, 2 e 3 anos com preços reais através da média, desvio-padrão e coeficiente de variação por tipo de medida de risco de taxa de juro (Fisher-Weil, Macaulay e Maturidade) e por estratégia de formação de portfólio imunizante.

Descrição	Fisher-Weil	Macaulay	Maturidade	Média	Desvio-Padrão	Coefficiente de variação
Bullet - 1 ano	-382	-382	-367	-377	7	-0,019
Barbell - 1 ano	-427	-408	-214	-350	96	-0,276
M-quadrado - 1 ano	-380	-382	-393	-385	6	-0,015
Média	-396	-391	-325			
Desvio-Padrão	22	12	79			
Coefficiente de variação	-0,055	-0,031	-0,244			
Bullet - 2 anos	-2.542	-2.555	-4.167	-3.088	763	-0,247
Barbell - 2 anos	-6.802	-6.794	-6.890	-6.829	44	-0,006
M-quadrado - 2 anos	-2.544	-2.555	-4.070	-3.056	717	-0,235
Média	-3.963	-3.968	-5.042			
Desvio-Padrão	2.008	1.998	1.307			
Coefficiente de variação	-0,507	-0,504	-0,259			
Bullet - 3 anos	-3.401	-3.414	-4.399	-3.738	468	-0,125
Barbell - 3 anos	-7.695	-7.665	-6.928	-7.430	355	-0,048
M-quadrado - 3 anos	-3.404	-3.421	-4.250	-3.692	395	-0,107
Média	-4.833	-4.834	-5.192			
Desvio-Padrão	2.024	2.002	1.229			
Coefficiente de variação	-0,419	-0,414	-0,237			

Tabela 9 - Resultados estratégia imunização 2007-2010 anos face ao valor objetivo com preços reais

Através das tabelas 8 e 9 verificamos que em termos médios as medidas de risco de taxa de juro que apresentam melhores resultados são a duração de Macaulay e de Fisher-Weil, apesar de não apresentarem o menor desvio-padrão (ver anexos 13 a 18). Desta forma, podemos verificar que a maior rentabilidade corresponde maior risco. O menor desvio-padrão e menor coeficiente de variação são apresentados pela maturidade.

Pelas tabelas 8 e 9 verificamos que o portfólio que apresenta melhores resultados médios é o M-quadrado. Os portfólios M-quadrado apresentam o menor desvio-padrão e o menor coeficiente de variação, dado que os seus resultados estão mais concentrados em torno da sua média e por esse facto as diferenças face ao valor objetivo do investimento são por isso menores.

Descrição	Fisher-Weil	Macaulay	Maturidade	Bullet	Barbell	M-quadrado
Média	-768	-782	-1.401	-58	-2.803	-91
Desvio-Padrão	2.067	2.054	1.899	888	2.386	957
Coeficiente de variação	-2,692	-2,625	-1,355	-15,338	-0,851	-10,529

Tabela 10 - Resultados estratégia imunização 2007-2010 anos face ao valor objetivo com preços teóricos

A Tabela 10 resume os resultados obtidos para as estratégias de imunização a 1, 2 e 3 anos com preços teóricos através da média, desvio-padrão e coeficiente de variação por tipo de medida de risco de taxa de juro (Fisher-Weil, Macaulay e Maturidade) e por estratégia de formação de portfólio imunizante.

Descrição	Fisher-Weil	Macaulay	Maturidade	Média	Desvio-Padrão	Coeficiente de variação
Bullet - 1 ano	827	825	828	827	1	0,001
Barbell - 1 ano	498	513	672	561	79	0,140
M-quadrado - 1 ano	914	825	836	859	39	0,046
Média	746	721	779			
Desvio-Padrão	179	147	76			
Coeficiente de variação	0,240	0,204	0,097			
Bullet - 2 anos	-336	-349	-1.861	-848	716	-0,843
Barbell - 2 anos	-4.535	-4.535	-4.678	-4.583	67	-0,015
M-quadrado - 2 anos	-338	-363	-1.960	-887	759	-0,856
Média	-1.736	-1.749	-2.833			
Desvio-Padrão	1.979	1.970	1.305			
Coeficiente de variação	-1,140	-1,126	-0,461			
Bullet - 3 anos	322	307	-1.085	-152	659	-4,340
Barbell - 3 anos	-4.581	-4.565	-4.014	-4.387	264	-0,060
M-quadrado - 3 anos	320	299	-1.352	-244	783	-3,205
Média	-1.313	-1.320	-2.150			
Desvio-Padrão	2.311	2.295	1.322			
Coeficiente de variação	-1,760	-1,739	-0,615			

Tabela 11 - Resultados estratégia imunização 2007-2010 anos face ao valor objetivo com preços teóricos

Pelas tabelas 10 e 11 verificamos que a medida de risco de taxa de juro que apresenta melhores resultados com preços teóricos é a duração de Fisher-Weil, sendo que a duração de Macaulay apresenta um desempenho bastante semelhante (ver anexos 19 a 24). Neste caso existe bastante semelhança face às estratégias com preços reais. Em termos de desvio-padrão a maturidade apresenta o valor mais baixo, o que se traduz no menor coeficiente de variação.

Pelas tabelas 10 e 11 verificamos que o portfólio que apresenta melhores resultados é o *Bullet*. Os resultados não são consistentes com os resultados com preços reais, apesar da diferença entre os portfólios *bullet* e M-quadrado não serem significativas. Os portfólios *Bullet*, apresentam o menor desvio-padrão, dado que os seus resultados mais concentrados em torno do objetivo de investimento.

No caso dos preços reais o portfólio M-quadrado apresentava melhores resultados pelo que não é consistente com esses resultados com preços reais.

5.7.3 - Análise resultados obtidos 2007-2010

De forma a explicar os fatores que contribuíram para os resultados obtidos procedemos a uma análise da evolução que a ETTJ sofreu ao longo do período de imunização. Essa evolução encontra-se nas figuras seguintes:

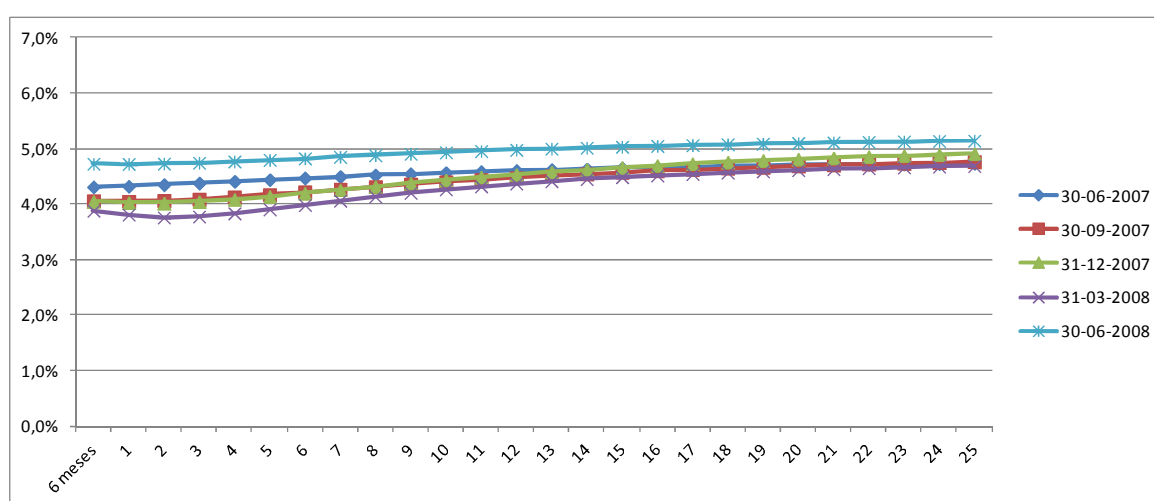


Figura 4 - Evolução ETTJ – 2007-2008

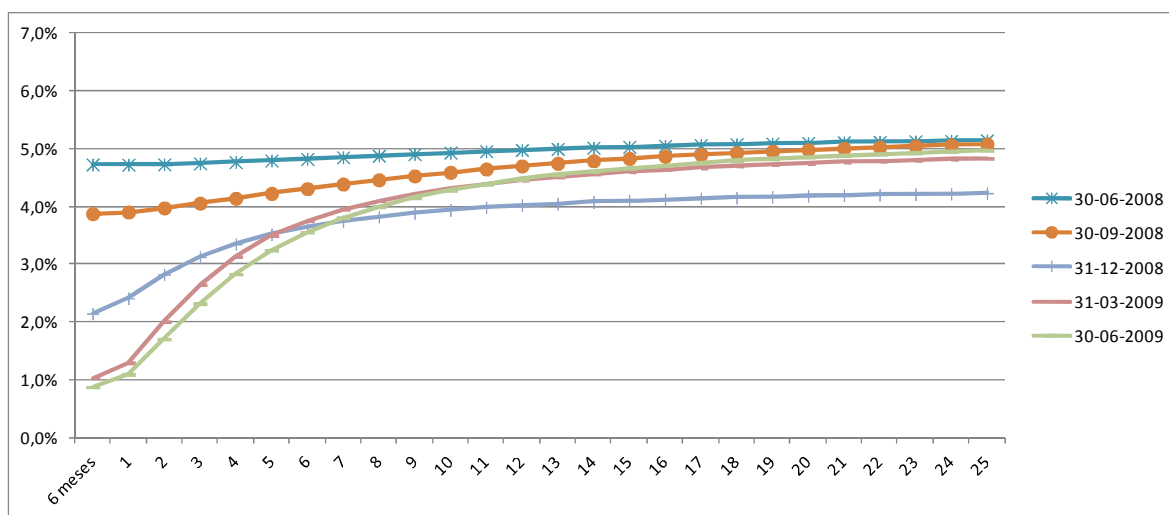


Figura 5 - Evolução ETTJ – 2008-2009

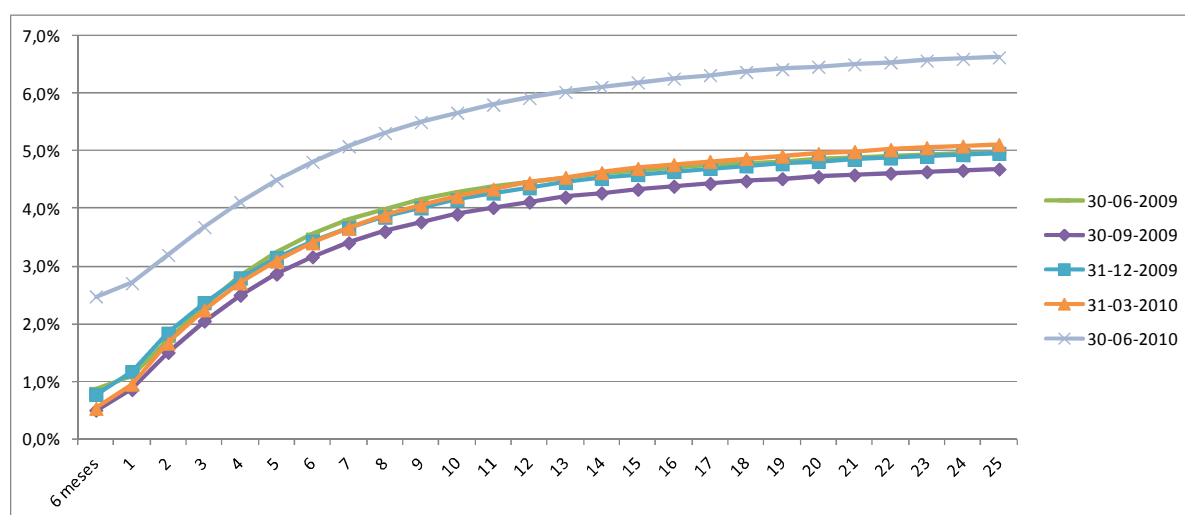


Figura 6 - Evolução ETTJ - 2009-2010

Ao nível dos deslocamentos sofridos pela ETTJ no primeiro ano de imunização verificamos a existência de um choque essencialmente paralelo, com um aumento que torna a ETTJ praticamente achatada, embora mantendo uma inclinação levemente positiva.

No segundo ano de imunização existem choques de natureza multiplicativa que alteram a inclinação e curvatura da ETTJ, levando a uma descida pronunciada das taxas de juro no curto prazo e relativa manutenção das taxas de muito longo prazo.

No terceiro ano do período de investimento verifica-se uma alteração de natureza paralela na ETTJ, sendo que os primeiros 3 trimestres não apresentam oscilações significativas das taxas de juro.

É possível verificar que perante cenários de maior estabilidade da ETTJ, com alterações essencialmente aditivas (choques paralelos), com ETTJ com inclinação positiva e períodos de imunização relativamente curtos, as obrigações com menor duração e maturidade obtêm melhores resultados. Esse facto potencia o desempenho dos portfólios *Barbell* e da medida maturidade, pois com as obrigações disponíveis o portfólio apresenta um peso relativo superior da obrigação de menor duração. O facto de se usar a medida maturidade permite à estratégia ter ainda um peso superior da obrigação com menor maturidade levando a que tenha um desempenho superior.

De acordo com os resultados podemos verificar que, com movimentos multiplicativos da ETTJ que alteram a sua inclinação positiva e curvatura, as obrigações com duração e maturidade intermédia obtêm melhores resultados. Esse facto potencia o desempenho dos portfólios *Bullet* e M-quadrado. Em termos de resultados médios, o portfólio que obtém melhores resultados com preços reais é o M-quadrado e com preços teóricos é o *Bullet*. Pode-se concluir que existem algumas diferenças entre os preços teóricos e reais, que geram as diferenças detetadas nas estratégias de imunização. Adicionalmente, perante choques multiplicativos que são dominantes no período de imunização o portfólio *bullet* apresenta melhor desempenho que o portfólio *barbell*, confirmando a tese defendida pela literatura sobre este assunto.

Assim em contextos em que os choques multiplicativos são mais relevantes na evolução da ETTJ o M-quadrado parece oferecer uma estrutura de portfólio mais eficaz, embora não muito distante dos portfólios *bullet*. Isto porque a composição dos portfólios através do M-quadrado não é muito diferente da definida com o *barbell*.

Em termos de medida de risco da taxa de juro, a duração de Fisher-Weil e a duração de Macaulay apresentam resultados bastante semelhantes. Desta forma, mesmo com choques não aditivos e ETTJ planas, estas medidas parecem fornecer um razoável instrumento de gestão do risco da taxa de juro. Neste caso a maturidade, como medida de risco de taxa de juro não fornece resultados favoráveis.

A utilização da obrigação com maturidade aproximada ao horizonte de investimento com maior peso relativo no portfólio com a maturidade mais aproximada ao horizonte de investimento parece não ter o mesmo desempenho com choques não aditivos.

Os resultados globais das estratégias nos prazos de 2 e 3 anos permitem verificar que, quando os choques multiplicativos que alteram a inclinação e curvatura da ETTJ são predominantes, considerar uma obrigação com maturidade aproximada ao horizonte de investimento não potencia os resultados da estratégia de imunização.

Pela análise dos resultados obtidos verifica-se que com preços reais e teóricos a seleção da estrutura do portfólio é mais relevante que a seleção da medida de risco de taxa de juro, dado que o portfólio *bullet* e M-quadrado apresentam resultados consistentemente melhores que as medidas de risco de taxa de juro.

É também possível concluir que a expectativa quanto aos choques dominantes que a ETTJ sofrerá no futuro é um fator decisivo na seleção da variável medida de risco de taxa de juro e estrutura do portfólio, dado que o seu desempenho está intimamente ligado ao desempenho da estratégia de imunização.

6 - Conclusão

O trabalho efetuado com base em obrigações do Tesouro Português, procura avaliar de forma comparativa os resultados de estratégias de imunização, com prazos mais curtos do que os habitualmente estudados, de 1, 2 e 3 anos, tendo em conta diversas vertentes, como:

- a influência nos resultados de imunização recorrendo a preços reais e preços teóricos procurando avaliar outros fatores como o risco idiossincrático ou risco de liquidez nos preços das obrigações e dessa forma condicionando as estratégias
- verificar se existe alguma preponderância ao nível da seleção de diferentes estruturas de portfólio como o *bullet*, *barbell* e M-quadrado e se a estrutura de portfólio se revela mais relevante na constituição do portfólio do que a seleção da medida de risco de taxa de juro.
- verificar se a eficácia de diferentes medidas de risco de taxa de juro, como a duração de Macaulay e de Fisher-Weil e a maturidade perante diferentes cenários de alterações da ETTJ.

A inclusão da maturidade procura analisar se esta pode ser utilizada como uma forma de se aproximar a composição do portfólio à inclusão de uma obrigação cuja maturidade é aproximada com a data de horizonte de investimento.

O estudo efetuado considerou 2 períodos distintos de imunização, que apresentam volatilidades diferentes na evolução da ETTJ.

Verificamos que tal como refere Agca (2005), a seleção do modelo de imunização que se consubstancia na escolha da estrutura do portfólio e da medida de risco de taxa de juro é condicionada pela expectativa de alterações que a ETTJ venha a sofrer ao longo do horizonte de investimento. Isto deve-se ao facto de não existir uma medida de risco de taxa de juro ou estrutura de portfólio ou uma combinação de ambos que determine de forma absoluta um resultado mais favorável.

O desempenho das estratégias é determinado pelas alterações na ETTJ que são mais frequentes ao longo do período de imunização.

Quando os choques de natureza paralela ou aditiva foram predominantes. Neste cenário os modelos que apresentam melhores resultados são compostos por uma estrutura *barbell* e

usando a maturidade como medida de risco de taxa de juro, pois levam a que os portfólios apresentem na sua composição um peso relativo superior da obrigação com a maturidade e duração mais aproximada ao horizonte de investimento. Quando os choques de natureza multiplicativa se sobrepõem aos restantes, a estrutura de portfólio mais favorável com preços reais é o M-quadrado e o *Bullet* e a medida de risco de taxa de juro são a Duração Fisher-Weil e a duração de Macaulay. Desta forma mesmo com choques não aditivos e ETTJ planas, estas medidas parecem fornecer um razoável instrumento de gestão do risco da taxa de juro. Neste caso a maturidade, como medida de risco de taxa de juro não fornece resultados favoráveis.

O desempenho das medidas de risco de taxa de juro e da estrutura de portfólio traduzem-se essencialmente nos pesos relativos atribuídos às diferentes obrigações que compõem o portfólio, dado que podem privilegiar ou não as obrigações que face aos choques sofridos pelas taxas de juro apresentem uma evolução mais favorável do seu valor, pelo efeito combinado do efeito preço e reinvestimento. Em termos médios verificamos que a estratégia de imunização e medida de risco de taxa de juro que apresenta melhor desempenho na estratégia de imunização apresenta normalmente maior risco, traduzido num desvio-padrão superior. Este facto é consistente com a teoria económica que faz corresponder a maior rentabilidade, maior risco.

A comparação efetuada através de estratégias com preços reais e preços teóricos parece sugerir que existem algumas diferenças nos desempenhos das medidas de risco de taxa de juro e estrutura de portfólio, sendo que quando se verificam choque não aditivos e maior volatilidade das taxas de juro, as medidas tradicionais parecem ser favorecidas pelos modelos que recorrem a preços teóricos. Este facto deve-se a desvios nos preços reais face aos teóricos decorrentes de distorções causadas por fatores que não são captados pela ETTJ.

Pelos resultados obtidos verifica-se que a seleção da estratégia de imunização sobrepõe-se à escolha da medida de risco, dado que em termos médios a estrutura que apresenta melhores resultados independentemente da medida de risco de taxa de juro, sejam quais forem os choques sofridos pela ETTJ.

Relativamente à eficácia da estratégia de imunização recorrendo à minimização do M-quadrado, verifica-se que em contextos em que os choques paralelos são dominantes não apresenta uma vantagem significativa face a estruturas de portfólio mais tradicionais.

Adicionalmente também se verifica que no contexto de choques paralelos dominantes o portfólio *barbell* apresenta melhores resultados o que parece contradizer a literatura.

Em contextos de choques paralelos da ETTJ a maturidade poderá ser uma boa medida do risco de taxa de juro para imunização de portfólios, com uma menor complexidade associada ao seu cálculo.

As limitações do estudo efetuado prendem-se primeiramente com a quantidade de títulos disponíveis para as estratégias de imunização, especialmente no que diz respeito às obrigações com maturidade inferior ao horizonte de investimento e nas maturidades mais elevadas, que condiciona as estratégias de imunização levadas a cabo. Adicionalmente as obrigações do Estado Português poderão representar uma limitação para o estudo, pela potencial falta de liquidez de alguns dos títulos considerados na estratégia de investimento e que poderão por isso apresentar distorções nos seus preços e que poderão por isso introduzir também algumas limitações no estudo efetuado. Finalmente o estudo efetuado apenas considera um número limitado de estratégias e medidas de risco de taxa de juro, não levando assim em linha de conta o potencial efeito imunizador dessas estratégias.

As limitações enunciadas para o estudo efetuado são assim os primeiros pontos para potenciais pesquisas e análises. Estes têm a ver com a replicação deste estudo utilizando obrigações de mercados com maior grau de liquidez, de forma a verificar se as conclusões se mantêm nessa situação.

O estudo efetuado poderá ser complementado com o recurso a um maior número de medidas e estruturas de portfólio que apresentem uma natureza mais complexa e que levem em conta o comportamento estocástico das variações da ETTJ.

Outro ponto que poderá ser avaliado ao nível de estudos adicionais sobre a maturidade enquanto “medida” de risco de taxa de juro, dado que não apresenta qualquer complexidade no seu cálculo e parece obter resultados razoáveis em choques paralelos e períodos curtos de imunização.

7 - Bibliografia

- Agca, S. (2005), The Performance of Alternative Interest Rate Risk Measures and Immunization Strategies under a Heath-Jarrow-Morton Framework, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, September, Vol. 40 No. 3, 645-669.
- Balbás, A., Ibáñez, A. (1998), When can you immunize a bond portfolio?, *Journal of Banking & Finance* 22, 1571-1595.
- Balbás, A., Ibáñez, A., López, S. (2002), Dispersion Measures as Immunization Risk Measures, *Journal of Banking and Finance*, Vol 26, 1229-1244.
- Barbosa, A. (2007), *Administração do Risco da Curva de Juros - Uma Análise Comparativa de dois Modelos de Hedge de Títulos de Renda Fixa*. Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Administração, Faculdade de Economia e Finanças IBMEC.
- Bierwag, G. (1977), Immunization, Duration and the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 12, 725-742.
- Bierwag, G. O., Fooladi, I., Roberts, G. S. (1993), Designing an immunized portfolio: Is M-square the key?, *Journal of Banking and Finance*, 17, 1147-1170.
- Bierwag, G., Kaufman, G. (1977), Coping With the Risk of Interest Rate Fluctuations: A Note, *Journal of Business* 50, 364-370
- Bierwag, G., Fooladi, I., Roberts, G. (1993), Designing an Immunized Portfolio: is M-squared the key?, *Journal of Banking and Finance* 17, 1147-1170.
- Bliss, R. (1997), Movements in The Term Structure of Interest Rates, *Economic Review, FRB of Atlanta, Fourth Quarter*, 16-33.
- Catalayud, F., Calero, F. (1994), Duración y Estrategias de Inmunización de Carteras de Renta Fija, *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, Vol. XXIV n. 78, 9-32.
- Chambers, D., Carleton, W., McEnally, R. (1988), Immunizing Default-Free Bond Portfolios with a Duration Vector, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.23 no.1, 89-104.
- Cox, J., Ingersoll, J., Ross, S. (1985), A Theory of the Term Structure of Interest Rates, *Econometrica* 53, 385-407.
- Cunha, J. (2000), Imunização e M-quadrado: que relação?, *Estudos do GEMF - Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra*, nº 7.
- Diáz, A., Gonzalez, M. d., Navarro, E. (2006), Bond Portfolio Immunization, Immunization Risk and Idiosyncratic Risk, *Working Paper*, Universidad de Castilla-La Mancha, Departamento de Análisis Económico y Finanzas.
- Diebold, F., Ji, L., Li, C. (2006), A Three Factor Yield Curve Model: Non-Affine Structure, Systematic Risk Sources, and Generalized Duration, em L.R Klein (ed.), *Long-Run Growth and Short Run Stabilization: Essays in Memory of Albert Ando*. Cheltenham, U.K.: Edward Elgar, 240-274.
- Elton, E., Gruber, M. (1995), *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 5 ed. Wiley.
- Fabozzi, F. (1997), *Handbook of Fixed Income Securities*, 5 ed. California: McGraw-Hill.

Filho, P. A. (2010), *Análise comparativa dos rendimentos de títulos de renda fixa para negociação e mantidos até ao vencimento no mercado brasileiro*. Dissertação de Mestrado profissionalizante em Economia, Faculdade de Economia e Finanças IBMEC.

Fisher, L., Weil, R. (1971), Coping with the Risk of Interest-Rate Fluctuations: Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies, *Journal of Business*, v.44 n. 4.

Fong, G. H., Vasicek, O. (1984), A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization, *The Journal of Finance*, Vol 39 nº5 December, 1541-1546.

Fooladi, I., Roberts, G. (1992), Bond Portfolio Immunization: Canadian Test, *Journal of Economics and Business*.

Freitas, M. R. (2011), *Carteiras de Renda Fixa: Imunização, Risco de Imunização e Risco Idiossincrático*. Dissertação de Mestrado em Finanças e Economia Empresarial, Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas.

Ho, T. (1992), Key Rate Durations: Measures of Interest Rate Risks, *Journal of Fixed Income*, September, 29-44.

Ho, T., Lee, S. (1986), Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims, *Journal of Finance*.

Hull, J., White, A. (1990), Pricing Interest Rate Derivatives Securities, *The Review of Financial Studies*, 3, 573-592.

Ingersoll, J., Skelton, J., Weil, R. (1978), Duration Forty Years Later, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, November, 627-650.

Khang, C. (1979), Bond Immunization when Short-Term Rates Fluctuate more than Long-Term Rates, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 13, 1085-1090.

Lacey, N., Nawalkha, S. K. (1993), Convexity, Risk, and Returns, *Working Paper*, <http://ssrn.com/abstract=983316>.

Litterman, R., Scheinkman, J. (1991), Common Factors Affecting Bond Returns, *Journal of Fixed Income*, June, 54-61.

Martínez, M. Á., Cerezo, M. Á., Herrán, V. R. (2007), Comparativa de Modelos de Inmunización Financiera para la Gestión de Riesgo de Tipo de Interés: Contraste empírico en el mercado español de deuda pública, *Análisis financiero* 104, 26-35.

Merino, J. D., Martínez, M. A., Larrínaga, O. V. (2012), Limitaciones de la medida de riesgo M-cuadrado en el establecimiento de estrategias de inmunización financiera, *Working Paper*, Universidad del País Vasco.

Merton, R. (1973), The Theory of Rational Option Pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science* 4, 141-183.

Nawalkha, S., Chambers, D. (1996), An Improved Immunization Strategy: M-Absolute, *Financial Analysis Journal*, September-October.

Nawalkha, S., Chambers, D. (1997), The M-Vector Model: Derivation and Testing of Extensions to the M-square Model, *Journal of Portfolio Management* 23 (2), 92-98.

Nawalkha, S., Soto, G. (2009), Managing Interest Rate Risk: The Next Challenge? *Working Paper*, <http://ssrn.com/abstract=1392543>.

Nawalkha, S., Soto, G. (2009), Term Structure Estimation, *Working Paper*, <http://ssrn.com/abstract=1096182>.

Nawalkha, S., Soto, G., Beliaeva, N. (2005), *Interest Rate Risk Modeling: The Fixed Income Valuation Course*, Wiley Finance.

Nelson, C. R., Siegel, A. F. (1987), Parsimonious Modeling of Yield Curves, *Journal of Business* 60 (4), 473-489.

Oliveira, L., Nunes, J. P., Malcata, L. (2008), The Performance of Deterministic and Stochastic Interest Rate Risk Measures, *Working Paper*, ISCTE Business School.

Prisman, E., Shores, M. (1988), Duration Measures for Specific Term Structure Estimations and Applications to Bond Portfolio Immunization, *Journal of Banking and Finance*, Vol. 12, 3, 493-504.

Rebelo, C. (2009). *Modelação do risco de taxa de juro nas empresas seguradoras*. Dissertação de Mestrado em Ciências Actuarias, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior de Economia e Gestão.

Redington, F. (1952), Review of the Principle of Life Office Valuations, *Journal of the Institute of Actuaries*, Num 18, 286-340.

Reitano, R. (1990), Non-Parallel Yield Curve Shifts and Duration Leverage, *Journal of Portfolio Management*, verano, 62-67.

Rousseeuw, P. (1990), Robust Estimation and Identifying Outliers, in H. Wadsworth, ed: *Handbook of Statistical Methods for Engineers and Scientists* (McGraw-Hill, New York), chapter 16, 16.1-16.24.

Soto, G., Prats, M. A. (2002), La inmunización Financiera: Evaluación de diferentes estructuras de cartera, *Working Paper*, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas.

Soto, G. (2001), Modelos de Inmunización de Carteras de Renta Fija, *Revista de Economía Aplicada*, Vol IX num. 26, 57-93.

Soto, G., Prats, M. A. (2003), Portfolio Design and the Goal of Immunization, *Working Paper*, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas.

Svensson, L. (1994), Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994, *Institute for International Economic Studies*.

Vasicek, O. (1977), An Equilibrium Characterization of the Term Structure, *Journal of Financial Economics* 5, 177-188.

Ventura, J., Pereira, C. (2006), Immunization Using a Stochastic-Process Independent Multifactor Model: The Portuguese Experience. *Journal of Banking and Finance*, 30, 133-156.

Zheng, H. (2007), Hedging With Minimum Risk Duration, *Working Paper*, Imperial College, Department of Mathematics.

8 - Anexos

Anexo 1 – Resultados estratégias de imunização 1 ano (2004-2007) por estrutura de carteira com preços reais

Data	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	Final
FW	965.777	972.529	980.779	989.444	999.647
MC	965.777	972.530	980.780	989.446	999.648
Mat	965.777	972.556	980.819	989.508	999.711
Média	965.777	972.538	980.793	989.466	999.669
Barbel					
FW	965.777	972.840	981.085	989.714	999.732
MC	965.777	972.841	981.088	989.721	999.739
Mat	965.777	972.896	981.240	990.064	1.000.064
Média	965.777	972.859	981.138	989.833	999.845
M-Squared					
FW	965.777	972.529	980.779	989.444	999.647
MC	965.777	972.530	980.780	989.446	999.648
Mat	965.777	972.572	980.758	989.506	999.809
Média	965.777	972.544	980.773	989.465	999.702

Anexo 2 – Resultados estratégias de imunização 2 anos (2004-2007) por estrutura de carteira com preços reais

Data	30-09-2005	31-12-2005	31-03-2006	30-06-2006	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
FW	954.874	952.508	953.853	958.630	965.389	972.138	980.385	989.047	999.245
MC	954.874	952.511	953.858	958.637	965.396	972.146	980.393	989.055	999.253
Mat	954.874	952.823	954.410	959.417	966.119	972.900	981.166	989.858	1.000.065
Média	954.874	952.614	954.040	958.895	965.635	972.395	980.648	989.320	999.521
Barbel									
FW	954.874	953.427	954.757	959.669	966.961	973.978	982.265	990.835	1.000.937
MC	954.874	953.426	954.761	959.676	966.964	973.982	982.270	990.840	1.000.942
Mat	954.874	953.407	955.059	960.210	967.164	974.228	982.564	991.262	1.001.341
Média	954.874	953.420	954.859	959.852	967.030	974.063	982.366	990.979	1.001.073
M-Squared									
FW	954.874	952.508	953.853	958.630	965.389	972.139	980.384	989.047	999.246
MC	954.874	952.511	953.858	958.637	965.396	972.146	980.392	989.055	999.254
Mat	954.874	952.823	954.410	959.417	966.210	972.992	981.258	989.952	1.000.160
Média	954.874	952.614	954.040	958.895	965.665	972.426	980.678	989.351	999.553

Anexo 3 – Resultados estratégias de imunização 3 anos (2004-2007) por estrutura de carteira com preços reais

Data	30-09-2004	31-12-2004	31-03-2005	30-06-2005	30-09-2005	31-12-2005	31-03-2006	30-06-2006	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
FW	918.752	930.554	937.555	954.434	953.395	951.033	952.375	957.145	963.894	970.632	978.866	987.514	997.697
MC	918.752	930.548	937.546	954.419	953.381	951.022	952.367	957.138	963.886	970.626	978.860	987.508	997.691
Mat	918.752	930.028	936.792	952.653	951.930	949.885	951.467	956.458	963.140	969.900	978.140	986.806	996.981
Média	918.752	930.377	937.298	953.835	952.902	950.646	952.070	956.914	963.640	970.386	978.622	987.276	997.456
Barbel													
FW	918.752	931.027	937.808	954.212	954.105	952.475	953.776	958.748	965.974	972.881	981.199	989.785	1.000.030
MC	918.752	931.010	937.789	954.183	954.074	952.445	953.750	958.723	965.946	972.853	981.172	989.758	1.000.003
Mat	918.752	930.181	936.854	952.502	952.191	950.622	952.213	957.355	964.306	971.245	979.573	988.218	998.414
Média	918.752	930.740	937.484	953.632	953.457	951.848	953.246	958.275	965.409	972.326	980.648	989.254	999.482
M-Squared													
FW	918.752	930.800	937.556	954.335	953.295	950.933	952.276	957.045	963.793	970.531	978.764	987.411	997.593
MC	918.752	930.793	937.656	954.431	953.393	951.034	952.379	957.150	963.898	970.638	978.872	987.521	997.703
Mat	918.752	930.028	936.792	952.653	955.965	953.912	955.501	960.514	967.314	974.103	982.380	991.083	1.001.403
Média	918.752	930.540	937.334	953.806	954.218	951.960	953.385	958.236	965.002	971.757	980.005	988.672	998.900

Anexo 4 – Resultados estratégias de imunização 1 ano (2004-2007) por medida de risco de taxa de juro com preços reais

Data	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
FW	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	965.777	972.529	980.779	989.444	999.647
Barbel	965.777	972.840	981.085	989.714	999.732
M-Squared	965.777	972.529	980.779	989.444	999.647
Média	965.777	972.633	980.881	989.534	999.675
MC	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	965.777	972.530	980.780	989.446	999.648
Barbel	965.777	972.841	981.088	989.721	999.739
M-Squared	965.777	972.530	980.780	989.446	999.648
Média	965.777	972.634	980.883	989.538	999.678
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	965.777	972.556	980.819	989.508	999.711
Barbel	965.777	972.896	981.240	990.064	1.000.064
M-Squared	965.777	972.572	980.758	989.506	999.809
Média	965.777	972.675	980.939	989.693	999.861

Anexo 5 – Resultados estratégias de imunização 2 anos (2004-2007) por medida de risco de taxa de juro com preços reais

Data	30-09-2005	31-12-2005	31-03-2006	30-06-2006	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
FW	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	954.874	952.508	953.853	958.630	965.389	972.138	980.385	989.047	999.245
Barbel	954.874	953.427	954.757	959.669	966.961	973.978	982.265	990.835	1.000.937
M-Squared	954.874	952.508	953.853	958.630	965.389	972.139	980.384	989.047	999.246
Média	954.874	952.814	954.154	958.977	965.913	972.752	981.012	989.643	999.809
MC	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	954.874	952.511	953.858	958.637	965.396	972.146	980.393	989.055	999.253
Barbel	954.874	953.426	954.761	959.676	966.964	973.982	982.270	990.840	1.000.942
M-Squared	954.874	952.511	953.858	958.637	965.396	972.146	980.392	989.055	999.254
Média	954.874	952.816	954.159	958.984	965.919	972.758	981.018	989.650	999.816
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	954.874	952.823	954.410	959.417	966.119	972.900	981.166	989.858	1.000.065
Barbel	954.874	953.407	955.059	960.210	967.164	974.228	982.564	991.262	1.001.341
M-Squared	954.874	952.823	954.410	959.417	966.210	972.992	981.258	989.952	1.000.160
Média	954.874	953.017	954.626	959.681	966.498	973.373	981.663	990.358	1.000.522

Anexo 6 – Resultados estratégias de imunização 3 anos (2004-2007) por medida de risco de taxa de juro com preços reais

Data	30-09-2004	31-12-2004	31-03-2005	30-06-2005	30-09-2005	31-12-2005	31-03-2006	30-06-2006	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
FW	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
Bullet	918.752	930.554	937.555	954.434	953.395	951.033	952.375	957.145	963.894	970.632	978.866	987.514	997.697
Barbel	918.752	931.027	937.808	954.212	954.105	952.475	953.776	958.748	965.974	972.881	981.199	989.785	1.000.030
M-Squared	918.752	930.800	937.556	954.335	953.295	950.933	952.276	957.045	963.793	970.531	978.764	987.411	997.593
Média	918.752	930.794	937.639	954.327	953.598	951.480	952.809	957.646	964.554	971.348	979.610	988.237	998.440
MC	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
Bullet	918.752	930.548	937.546	954.419	953.381	951.022	952.367	957.138	963.886	970.626	978.860	987.508	997.691
Barbel	918.752	931.010	937.789	954.183	954.074	952.445	953.750	958.723	965.946	972.853	981.172	989.758	1.000.003
M-Squared	918.752	930.793	937.656	954.431	953.393	951.034	952.379	957.150	963.898	970.638	978.872	987.521	997.703
Média	918.752	930.784	937.664	954.344	953.616	951.500	952.832	957.670	964.577	971.372	979.635	988.262	998.466
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
Bullet	918.752	930.028	936.792	952.653	951.930	949.885	951.467	956.458	963.140	969.900	978.140	986.806	996.981
Barbel	918.752	930.181	936.854	952.502	952.191	950.622	952.213	957.355	964.306	971.245	979.573	988.218	998.414
M-Squared	918.752	930.028	936.792	952.653	955.965	953.912	955.501	960.514	967.314	974.103	982.380	991.083	1.001.403
Média	918.752	930.079	936.813	952.602	953.362	951.473	953.060	958.109	964.920	971.749	980.031	988.702	998.933

Anexo 7 – Resultados estratégias de imunização 1 ano (2004-2007) por estrutura de carteira com preços teóricos

Data	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
FW	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	965.777	972.453	980.556	989.432	1.000.040
Barbel	965.777	972.653	980.712	989.559	999.748
M-Squared	965.777	972.453	980.556	989.432	1.000.040
Média	965.777	972.519	980.608	989.474	999.943
MC	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	965.777	972.453	980.557	989.433	1.000.040
Barbel	965.777	972.654	980.715	989.565	999.756
M-Squared	965.777	972.453	980.557	989.433	1.000.040
Média	965.777	972.520	980.610	989.477	999.946
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	965.777	972.471	980.586	989.486	1.000.093
Barbel	965.777	972.699	980.856	989.894	1.000.138
M-Squared	965.777	972.462	980.575	989.463	1.000.074
Média	965.777	972.544	980.672	989.614	1.000.102

Anexo 8 – Resultados estratégias de imunização 2 anos (2004-2007) por estrutura de carteira com preços teóricos

Data	30-09-2005	31-12-2005	31-03-2006	30-06-2006	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
FW	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	954.874	953.390	954.599	958.972	965.973	972.649	980.755	989.632	1.000.242
Barbel	954.874	954.144	955.404	959.587	967.051	973.878	981.991	990.821	1.001.228
M-Squared	954.874	953.390	954.599	958.972	965.973	972.649	980.755	989.632	1.000.242
Média	954.874	953.642	954.867	959.177	966.332	973.059	981.167	990.029	1.000.571
MC	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	954.874	953.392	954.602	958.976	965.976	972.653	980.759	989.637	1.000.246
Barbel	954.874	954.142	955.406	959.593	967.053	973.880	981.993	990.825	1.001.232
M-Squared	954.874	953.392	954.602	958.976	965.976	972.653	980.759	989.637	1.000.246
Média	954.874	953.642	954.870	959.181	966.335	973.062	981.170	990.033	1.000.575
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	954.874	953.611	955.055	959.546	966.478	973.177	981.297	990.204	1.000.819
Barbel	954.874	954.078	955.621	960.050	967.189	974.057	982.215	991.161	1.001.552
M-Squared	954.874	953.611	955.055	959.546	966.488	973.186	981.307	990.214	1.000.829
Média	954.874	953.766	955.244	959.714	966.718	973.473	981.606	990.526	1.001.067

Anexo 9 – Resultados estratégias de imunização 3 anos (2004-2007) por estrutura de carteira com preços teóricos

Data	30-09-2004	31-12-2004	31-03-2005	30-06-2005	30-09-2005	31-12-2005	31-03-2006	30-06-2006	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
FW	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8+T	9+T	10+T	11+T	12+T
Bullet	918.752	931.168	938.530	954.704	955.345	953.861	955.070	959.445	966.449	973.129	981.238	990.121	1.000.735
Barbel	918.752	931.311	938.582	954.329	955.533	954.499	955.701	959.963	967.419	974.176	982.330	991.150	1.001.776
M-Squared	918.752	931.148	938.446	954.590	955.230	953.746	954.955	959.330	966.333	973.012	981.121	990.002	1.000.615
Média	918.752	931.209	938.519	954.541	955.369	954.035	955.242	959.579	966.734	973.439	981.563	990.424	1.001.042
MC													
Bullet	918.752	931.162	938.523	954.691	955.332	953.850	955.061	959.436	966.440	973.120	981.230	990.112	1.000.727
Barbel	918.752	931.296	938.565	954.302	955.505	954.472	955.677	959.940	967.393	974.151	982.305	991.125	1.001.751
M-Squared	918.752	931.143	938.502	954.643	955.284	953.801	955.012	959.387	966.391	973.071	981.180	990.062	1.000.676
Média	918.752	931.200	938.530	954.545	955.374	954.041	955.250	959.588	966.742	973.447	981.571	990.433	1.001.051
Mat													
Bullet	918.752	930.507	937.692	952.851	953.692	952.431	953.873	958.359	965.282	971.973	980.083	988.978	999.581
Barbel	918.752	930.533	937.678	952.641	953.734	952.768	954.239	958.674	965.848	972.631	980.794	989.673	1.000.246
M-Squared	918.752	930.507	937.692	952.851	953.702	952.441	953.883	958.369	965.302	971.992	980.102	988.998	999.604
Média	918.752	930.516	937.687	952.781	953.709	952.547	953.999	958.467	965.477	972.198	980.326	989.216	999.810

Anexo 10 – Resultados estratégias de imunização 1 ano (2004-2007) por medida de risco de taxa de juro com preços teóricos

Data	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	Final
FW	965.777	972.453	980.556	989.432	1.000.040
MC	965.777	972.453	980.557	989.433	1.000.040
Mat	965.777	972.471	980.586	989.486	1.000.093
Média	965.777	972.459	980.566	989.450	1.000.058
Barbel	Início	1º T	2º T	3º T	Final
FW	965.777	972.653	980.712	989.559	999.748
MC	965.777	972.654	980.715	989.565	999.756
Mat	965.777	972.699	980.856	989.894	1.000.138
Média	965.777	972.669	980.761	989.672	999.881
M-Squared	Início	1º T	2º T	3º T	Final
FW	965.777	972.453	980.556	989.432	1.000.040
MC	965.777	972.453	980.557	989.433	1.000.040
Mat	965.777	972.462	980.575	989.463	1.000.074
Média	965.777	972.456	980.563	989.443	1.000.051

Anexo 11 – Resultados estratégias de imunização 2 anos (2004-2007) por medida de risco de taxa de juro com preços teóricos

Data	30-09-2005	31-12-2005	31-03-2006	30-06-2006	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
FW	954.874	953.390	954.599	958.972	965.973	972.649	980.755	989.632	1.000.242
MC	954.874	953.392	954.602	958.976	965.976	972.653	980.759	989.637	1.000.246
Mat	954.874	953.611	955.055	959.546	966.478	973.177	981.297	990.204	1.000.819
Média	954.874	953.464	954.752	959.164	966.142	Média	980.937	989.824	1.000.436
Barbel	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
FW	954.874	954.144	955.404	959.587	967.051	973.878	981.991	990.821	1.001.228
MC	954.874	954.142	955.406	959.593	967.053	973.880	981.993	990.825	1.001.232
Mat	954.874	954.078	955.621	960.050	967.189	974.057	982.215	991.161	1.001.552
Média	954.874	954.121	955.477	959.743	967.098	Média	982.066	990.935	1.001.337
M-Squared	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
FW	954.874	953.390	954.599	958.972	965.973	972.649	980.755	989.632	1.000.242
MC	954.874	953.392	954.602	958.976	965.976	972.653	980.759	989.637	1.000.246
Mat	954.874	953.611	955.055	959.546	966.488	973.186	981.307	990.214	1.000.829
Média	954.874	953.464	954.752	959.164	966.146	Média	980.940	989.828	1.000.439

Anexo 12 – Resultados estratégias de imunização 3 anos (2004-2007) por medida de risco de taxa de juro com preços teóricos

Data	30-09-2004	31-12-2004	31-03-2005	30-06-2005	30-09-2005	31-12-2005	31-03-2006	30-06-2006	30-09-2006	31-12-2006	31-03-2007	30-06-2007	17-08-2007
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
FW	918.752	931.168	938.530	954.704	955.345	953.861	955.070	959.445	966.449	973.129	981.238	990.121	1.000.735
MC	918.752	931.162	938.523	954.691	955.332	953.850	955.061	959.436	966.440	973.120	981.230	990.112	1.000.727
Mat	918.752	930.507	937.692	952.851	953.692	952.431	953.873	958.359	965.282	971.973	980.083	988.978	999.581
Média	918.752	930.946	938.248	954.082	954.790	Média	954.668	959.080	966.057	972.741	980.850	989.737	1.000.348
Barbel	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
FW	918.752	931.311	938.582	954.329	955.533	954.499	955.701	959.963	967.419	974.176	982.330	991.150	1.001.776
MC	918.752	931.296	938.565	954.302	955.505	954.472	955.677	959.940	967.393	974.151	982.305	991.125	1.001.751
Mat	918.752	930.533	937.678	952.641	953.734	952.768	954.239	958.674	965.848	972.631	980.794	989.673	1.000.246
Média	918.752	931.047	938.275	953.758	954.924	Média	955.206	959.526	966.887	973.653	981.809	990.649	1.001.258
M-Squared	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
FW	918.752	931.148	938.446	954.590	955.230	953.746	954.955	959.330	966.333	973.012	981.121	990.002	1.000.615
MC	918.752	931.143	938.502	954.643	955.284	953.801	955.012	959.387	966.391	973.071	981.180	990.062	1.000.676
Mat	918.752	930.507	937.692	952.851	953.702	952.441	953.883	958.369	965.302	971.992	980.102	988.998	999.604
Média	918.752	930.933	938.213	954.028	954.739	Média	954.617	959.029	966.009	972.692	980.801	989.687	1.000.298

Anexo 13 – Resultados estratégias de imunização 1 ano (2007-2010) por estrutura de carteira com preços reais

Data	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	Final
FW	989.177	994.362	995.102	996.862	999.618
MC	989.177	994.361	995.101	996.860	999.618
Mat	989.177	994.344	995.087	996.829	999.633
Média	989.177	994.355	995.096	996.850	999.623
Barbel	Início	1º T	2º T	3º T	Final
FW	989.177	994.254	994.779	995.907	999.573
MC	989.177	994.239	994.774	995.907	999.592
Mat	989.177	994.068	994.722	995.906	999.786
Média	989.177	994.187	994.758	995.907	999.650
M-Squared	Início	1º T	2º T	3º T	Final
FW	989.177	994.364	995.104	996.863	999.620
MC	989.177	994.360	995.101	996.860	999.618
Mat	989.177	994.318	995.061	996.803	999.607
Média	989.177	994.347	995.088	996.842	999.615

Anexo 14 – Resultados estratégias de imunização 2 anos (2007-2010) por estrutura de carteira com preços reais

Data	30-06-2008	30-09-2008	31-12-2008	30-03-2009	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
FW	911.738	936.238	962.524	980.758	987.039	992.213	992.951	994.707	997.458
MC	911.738	936.235	962.517	980.748	987.026	992.199	992.938	994.693	997.445
Mat	911.738	935.850	961.670	979.577	985.417	990.564	991.304	993.040	995.833
Média	911.738	936.108	962.237	980.361	986.494	991.659	992.398	994.147	996.912
Barbel	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
FW	911.738	935.419	961.658	978.178	982.868	987.913	988.434	989.555	993.198
MC	911.738	935.416	961.624	978.158	982.858	987.888	988.419	989.545	993.206
Mat	911.738	935.244	960.666	977.672	982.571	987.429	988.079	989.256	993.110
Média	911.738	935.360	961.316	978.003	982.765	987.743	988.311	989.452	993.171
M-Squared	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
FW	911.738	936.238	962.524	980.756	987.037	992.211	992.949	994.705	997.456
MC	911.738	936.235	962.517	980.748	987.026	992.199	992.938	994.693	997.445
Mat	911.738	935.703	961.763	979.673	985.513	990.661	991.401	993.137	995.930
Média	911.738	936.059	962.268	980.392	986.525	991.690	992.429	994.178	996.944

Anexo 15 – Resultados estratégias de imunização 3 anos (2007-2010) por estrutura de carteira com preços reais

Data	30-06-2007	30-09-2007	31-12-2007	30-03-2008	30-06-2008	30-09-2008	31-12-2008	30-03-2009	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
FW	879.348	895.968	905.378	920.775	910.953	935.432	961.695	979.913	986.189	991.358	992.096	993.851	996.599
MC	879.348	895.966	905.376	920.770	910.953	935.429	961.689	979.904	986.177	991.345	992.083	993.837	996.586
Mat	879.348	895.514	904.881	919.891	911.525	935.632	961.445	979.349	985.187	990.333	991.073	992.808	995.601
Média	879.348	895.816	905.212	920.479	911.144	935.498	961.610	979.722	985.851	991.012	991.751	993.499	996.262
Barbel	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
FW	879.348	895.126	904.478	919.019	910.918	934.578	960.793	977.298	981.984	987.024	987.545	988.665	992.305
MC	879.348	895.127	904.479	919.025	910.938	934.595	960.781	977.300	981.995	987.021	987.552	988.676	992.335
Mat	879.348	895.192	904.534	919.239	911.703	935.208	960.629	977.635	982.533	987.392	988.042	989.218	993.072
Média	879.348	895.149	904.497	919.094	911.186	934.794	960.734	977.411	982.171	987.146	987.713	988.853	992.570
M-Squared	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
FW	879.348	895.968	905.378	920.775	910.953	935.432	961.695	979.912	986.188	991.357	992.093	993.847	996.596
MC	879.348	895.966	905.376	920.770	910.953	935.429	961.689	979.904	986.177	991.345	992.081	993.829	996.579
Mat	879.348	895.497	904.762	919.807	911.574	935.535	961.590	979.496	985.335	990.482	991.222	992.958	995.750
Média	879.348	895.810	905.172	920.451	911.160	935.465	961.658	979.771	985.900	991.061	991.799	993.545	996.308

Anexo 16 – Resultados estratégias de imunização 1 ano (2007-2010) por medida de risco de taxa de juro com preços reais

Data	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
FW	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	989.177	994.362	995.102	996.862	999.618
Barbel	989.177	994.254	994.779	995.907	999.573
M-Squared	989.177	994.364	995.104	996.863	999.620
Média	989.177	994.327	994.995	996.544	999.604
MC	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	989.177	994.361	995.101	996.860	999.618
Barbel	989.177	994.239	994.774	995.907	999.592
M-Squared	989.177	994.360	995.101	996.860	999.618
Média	989.177	994.320	994.992	996.542	999.609
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	989.177	994.344	995.087	996.829	999.633
Barbel	989.177	994.068	994.722	995.906	999.786
M-Squared	989.177	994.318	995.061	996.803	999.607
Média	989.177	994.243	994.957	996.513	999.675

Anexo 17 – Resultados estratégias de imunização 2 anos (2007-2010) por medida de risco de taxa de juro com preços reais

Data	30-06-2008	30-09-2008	31-12-2008	30-03-2009	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
FW	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	911.738	936.238	962.524	980.758	987.039	992.213	992.951	994.707	997.458
Barbel	911.738	935.419	961.658	978.178	982.868	987.913	988.434	989.555	993.198
M-Squared	911.738	936.238	962.524	980.756	987.037	992.211	992.949	994.705	997.456
Média	911.738	935.965	962.235	979.897	985.648	990.779	991.445	992.989	996.037
MC	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	911.738	936.235	962.517	980.748	987.026	992.199	992.938	994.693	997.445
Barbel	911.738	935.416	961.624	978.158	982.858	987.888	988.419	989.545	993.206
M-Squared	911.738	936.235	962.517	980.748	987.026	992.199	992.938	994.693	997.445
Média	911.738	935.962	962.219	979.885	985.637	990.762	991.431	992.977	996.032
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	911.738	935.850	961.670	979.577	985.417	990.564	991.304	993.040	995.833
Barbel	911.738	935.244	960.666	977.672	982.571	987.429	988.079	989.256	993.110
M-Squared	911.738	935.703	961.763	979.673	985.513	990.661	991.401	993.137	995.930
Média	911.738	935.599	961.366	978.974	984.500	989.551	990.261	991.811	994.958

Anexo 18 – Resultados estratégias de imunização 3 anos (2007-2010) por medida de risco de taxa de juro com preços reais

Data	30-06-2007	30-09-2007	31-12-2007	30-03-2008	30-06-2008	30-09-2008	31-12-2008	30-03-2009	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
FW	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
Bullet	879.348	895.968	905.378	920.775	910.953	935.432	961.695	979.913	986.189	991.358	992.096	993.851	996.599
Barbel	879.348	895.126	904.478	919.019	910.918	934.578	960.793	977.298	981.984	987.024	987.545	988.665	992.305
M-Squared	879.348	895.968	905.378	920.775	910.953	935.432	961.695	979.912	986.188	991.357	992.093	993.847	996.596
Média	879.348	895.688	905.078	920.189	910.941	935.147	961.394	979.041	984.787	989.913	990.578	992.121	995.167
MC	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
Bullet	879.348	895.966	905.376	920.770	910.953	935.429	961.689	979.904	986.177	991.345	992.083	993.837	996.586
Barbel	879.348	895.127	904.479	919.025	910.938	934.595	960.781	977.300	981.995	987.021	987.552	988.676	992.335
M-Squared	879.348	895.966	905.376	920.770	910.953	935.429	961.689	979.904	986.177	991.345	992.081	993.829	996.579
Média	879.348	895.686	905.077	920.188	910.948	935.151	961.386	979.036	984.783	989.903	990.572	992.114	995.166
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
Bullet	879.348	895.514	904.881	919.891	911.525	935.632	961.445	979.349	985.187	990.333	991.073	992.808	995.601
Barbel	879.348	895.192	904.534	919.239	911.703	935.208	960.629	977.635	982.533	987.392	988.042	989.218	993.072
M-Squared	879.348	895.497	904.762	919.807	911.574	935.535	961.590	979.496	985.335	990.482	991.222	992.958	995.750
Média	879.348	895.401	904.726	919.646	911.601	935.458	961.221	978.826	984.352	989.402	990.112	991.661	994.808

Anexo 19 – Resultados estratégias de imunização 1 ano (2007-2010) por estrutura de carteira com preços teóricos

Data	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	Final
FW	989.177	994.994	996.182	999.109	1.000.827
MC	989.177	994.993	996.181	999.107	1.000.825
Mat	989.177	994.977	996.166	999.072	1.000.828
Média	989.177	994.988	996.176	999.096	1.000.827
Barbel	Início	1º T	2º T	3º T	Final
FW	989.177	994.895	995.891	998.119	1.000.498
MC	989.177	994.881	995.885	998.115	1.000.513
Mat	989.177	994.718	995.808	998.064	1.000.672
Média	989.177	994.831	995.861	998.099	1.000.561
M-Squared	Início	1º T	2º T	3º T	Final
FW	989.177	995.081	996.269	999.197	1.000.914
MC	989.177	994.993	996.181	999.107	1.000.825
Mat	989.177	994.985	996.174	999.080	1.000.836
Média	989.177	995.019	996.208	999.128	1.000.859

Anexo 20 – Resultados estratégias de imunização 2 anos (2007-2010) por estrutura de carteira com preços teóricos

Data	30-06-2008	30-09-2008	31-12-2008	30-03-2009	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
FW	911.738	934.311	961.359	980.668	988.028	993.838	995.025	997.949	999.664
MC	911.738	934.308	961.353	980.659	988.016	993.825	995.012	997.935	999.651
Mat	911.738	933.978	960.622	979.582	986.519	992.304	993.490	996.388	998.139
Média	911.738	934.199	961.111	980.303	987.521	993.323	994.509	997.424	999.152
Barbel	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
FW	911.738	933.470	960.704	978.134	984.201	989.890	990.882	993.098	995.465
MC	911.738	933.469	960.672	978.117	984.186	989.861	990.860	993.079	995.465
Mat	911.738	933.408	959.788	977.767	983.888	989.400	990.484	992.728	995.322
Média	911.738	933.449	960.388	978.006	984.092	989.717	990.742	992.968	995.417
M-Squared	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
FW	911.738	934.311	961.359	980.666	988.026	993.836	995.023	997.947	999.662
MC	911.738	934.308	961.353	980.659	988.016	993.825	995.012	997.921	999.637
Mat	911.738	933.941	960.526	979.484	986.421	992.205	993.391	996.288	998.040
Média	911.738	934.187	961.079	980.270	987.488	993.289	994.475	997.386	999.113

Anexo 21 – Resultados estratégias de imunização 3 anos (2007-2010) por estrutura de carteira com preços teóricos

Data	30-06-2007	30-09-2007	31-12-2007	30-03-2008	30-06-2008	30-09-2008	31-12-2008	30-03-2009	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
Bullet	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
FW	879.348	896.321	906.534	920.884	912.338	934.926	961.992	981.313	988.678	994.492	995.680	998.605	1.000.322
MC	879.348	896.318	906.529	920.878	912.336	934.921	961.984	981.302	988.664	994.477	995.665	998.590	1.000.307
Mat	879.348	895.631	905.739	919.652	912.447	934.704	961.368	980.343	987.286	993.075	994.262	997.162	998.915
Média	879.348	896.090	906.267	920.471	912.374	934.850	961.781	980.986	988.209	994.015	995.202	998.119	999.848
Barbel	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
FW	879.348	895.093	904.803	918.965	911.696	933.427	960.660	978.090	984.156	989.845	990.836	993.053	995.419
MC	879.348	895.094	904.810	918.959	911.710	933.441	960.642	978.087	984.156	989.831	990.830	993.049	995.435
Mat	879.348	895.153	905.120	918.855	912.347	934.031	960.429	978.420	984.545	990.061	991.145	993.390	995.986
Média	879.348	895.113	904.911	918.926	911.918	933.633	960.577	978.199	984.285	989.912	990.937	993.164	995.613
M-Squared	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
FW	879.348	896.321	906.534	920.884	912.338	934.926	961.992	981.313	988.678	994.492	995.678	998.604	1.000.320
MC	879.348	896.318	906.529	920.878	912.336	934.921	961.984	981.302	988.664	994.477	995.663	998.582	1.000.299
Mat	879.348	895.418	905.516	919.398	912.294	934.510	961.111	980.081	987.022	992.810	993.996	996.895	998.648
Média	879.348	896.019	906.193	920.386	912.323	934.785	961.696	980.899	988.121	993.926	995.112	998.027	999.756

Anexo 22 – Resultados estratégias de imunização 1 ano (2007-2010) por medida de risco de taxa de juro com preços teóricos

Data	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
FW	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	989.177	994.994	996.182	999.109	1.000.827
Barbel	989.177	994.895	995.891	998.119	1.000.498
M-Squared	989.177	995.081	996.269	999.197	1.000.914
Média	989.177	994.990	996.114	998.808	1.000.746
MC	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	989.177	994.993	996.181	999.107	1.000.825
Barbel	989.177	994.881	995.885	998.115	1.000.513
M-Squared	989.177	994.993	996.181	999.107	1.000.825
Média	989.177	994.955	996.082	998.777	1.000.721
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	Final
Bullet	989.177	994.977	996.166	999.072	1.000.828
Barbel	989.177	994.718	995.808	998.064	1.000.672
M-Squared	989.177	994.985	996.174	999.080	1.000.836
Média	989.177	994.893	996.049	998.738	1.000.779

Anexo 23 – Resultados estratégias de imunização 2 anos (2007-2010) por medida de risco de taxa de juro com preços teóricos

Data	30-06-2008	30-09-2008	31-12-2008	30-03-2009	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
FW	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	911.738	934.311	961.359	980.668	988.028	993.838	995.025	997.949	999.664
Barbel	911.738	933.470	960.704	978.134	984.201	989.890	990.882	993.098	995.465
M-Squared	911.738	934.311	961.359	980.666	988.026	993.836	995.023	997.947	999.662
Média	911.738	934.031	961.141	979.823	986.751	992.522	993.643	996.331	998.264
MC	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	911.738	934.308	961.353	980.659	988.016	993.825	995.012	997.935	999.651
Barbel	911.738	933.469	960.672	978.117	984.186	989.861	990.860	993.079	995.465
M-Squared	911.738	934.308	961.353	980.659	988.016	993.825	995.012	997.921	999.637
Média	911.738	934.028	961.126	979.811	986.739	992.504	993.628	996.312	998.251
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	Final
Bullet	911.738	933.978	960.622	979.582	986.519	992.304	993.490	996.388	998.139
Barbel	911.738	933.408	959.788	977.767	983.888	989.400	990.484	992.728	995.322
M-Squared	911.738	933.941	960.526	979.484	986.421	992.205	993.391	996.288	998.040
Média	911.738	933.775	960.312	978.944	985.609	991.303	992.455	995.135	997.167

Anexo 24 – Resultados estratégias de imunização 3 anos (2007-2010) por medida de risco de taxa de juro com preços teóricos

Data	30-06-2007	30-09-2007	31-12-2007	30-03-2008	30-06-2008	30-09-2008	31-12-2008	30-03-2009	30-06-2009	30-09-2009	31-12-2009	30-03-2010	21-05-2010
FW	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
Bullet	879.348	896.321	906.534	920.884	912.338	934.926	961.992	981.313	988.678	994.492	995.680	998.605	1.000.322
Barbel	879.348	895.093	904.803	918.965	911.696	933.427	960.660	978.090	984.156	989.845	990.836	993.053	995.419
M-Squared	879.348	896.321	906.534	920.884	912.338	934.926	961.992	981.313	988.678	994.492	995.678	998.604	1.000.320
Média	879.348	895.912	905.957	920.244	912.124	934.426	961.548	980.238	987.170	992.943	994.065	996.754	998.687
MC	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
Bullet	879.348	896.318	906.529	920.878	912.336	934.921	961.984	981.302	988.664	994.477	995.665	998.590	1.000.307
Barbel	879.348	895.094	904.810	918.959	911.710	933.441	960.642	978.087	984.156	989.831	990.830	993.049	995.435
M-Squared	879.348	896.318	906.529	920.878	912.336	934.921	961.984	981.302	988.664	994.477	995.663	998.582	1.000.299
Média	879.348	895.910	905.956	920.238	912.128	934.428	961.537	980.230	987.161	992.928	994.053	996.740	998.680
Mat	Início	1º T	2º T	3º T	4º T	5º T	6º T	7º T	8º T	9º T	10º T	11º T	Final
Bullet	879.348	895.631	905.739	919.652	912.447	934.704	961.368	980.343	987.286	993.075	994.262	997.162	998.915
Barbel	879.348	895.153	905.120	918.855	912.347	934.031	960.429	978.420	984.545	990.061	991.145	993.390	995.986
M-Squared	879.348	895.418	905.516	919.398	912.294	934.510	961.111	980.081	987.022	992.810	993.996	996.895	998.648
Média	879.348	895.400	905.458	919.302	912.362	934.415	960.970	979.615	986.284	991.982	993.134	995.816	997.850