



Departamento de Economia

Mecanismos de Contágio da Crise Financeira de 2008 nos Mercados Accionistas Desenvolvidos da Europa

Paulo Jorge de Brito Horta

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Economia Monetária e Financeira

Orientador:
Prof. Doutor Luís Filipe Martins, Professor Auxiliar,
ISCTE-IUL

Co-orientador:
Mestre Sérgio Lagoa, Assistente,
ISCTE-IUL

Junho, 2010

Resumo

Neste estudo apresentamos quatro testes estatísticos com o objectivo de identificar os principais canais de transmissão da crise financeira de 2008 presentes nos mercados accionistas desenvolvidos da Europa. Consideramos que a crise teve início em 9/Ago/2007, após o rebentamento da bolha do “subprime” nos E.U.A..

Utilizamos a teoria das cópulas para modelizar a estrutura de dependência entre o mercado accionista foco da crise (o dos E.U.A.) e os restantes mercados da amostra (Alemanha, Áustria, Finlândia, França, Portugal e Reino Unido), para os períodos de acalmia e de crise.

O primeiro teste avalia se existem sinais de contágio financeiro nos diversos mercados accionistas. O segundo investiga se o principal canal de transmissão da crise é o canal “fundamental based” ou o canal “investor induced”. O terceiro averigua se o mecanismo de transmissão “wealth constraints” prevalece face ao mecanismo “portfolio rebalancing”. E o quarto determina também a importância relativa destes dois últimos mecanismos de contágio, e fornece ainda informação relativamente à relevância dos canais “flight to quality” e “cross-market rebalancing”.

Os resultados dos testes sugerem que i) o contágio financeiro está presente em todos os mercados analisados, ii) o canal “portfolio rebalancing” é o principal canal de transmissão da crise, iii) e que o fenómeno “flight to quality” está presente de forma estatisticamente significativa nos mercados accionistas de Portugal e da Áustria. Nos restantes mercados, sobretudo no alemão e no finlandês, há evidência de que o fenómeno “cross-market rebalancing” tem uma importância acrescida face ao fenómeno “flight to quality”.

Palavras-chave: contágio financeiro; crise financeira de 2008; mercados accionistas; teoria das cópulas.

Classificação JEL: F30, G14, G15

Abstract

This study presents four statistical tests to identify the main contagion channels of the 2008 financial crisis in the European developed stock markets. We assume the crisis started on 9 August 2007, after the burst of the U.S. subprime bubble.

We use the copula theory to model the dependence structure between the U.S. stock market and the other stock markets in the sample (Germany, Austria, Finland, France, Portugal and the UK), in the pre-crisis period and in the turmoil period.

The first test assesses whether there are signs of financial contagion in the European stock markets. The second investigates whether the main transmission channel of the crisis is "fundamental based" or "investor induced". The third test investigates if the transmission mechanism "wealth constraints" prevails over "portfolio rebalancing" mechanism. The fourth test also determines the relative importance of the latter two contagion mechanisms and, additionally, provides information on the relevance of the "flight to quality" and "cross-market rebalancing" phenomena.

The tests results suggest that i) the financial contagion is present in all analyzed stock markets, ii) the "portfolio rebalancing" channel is the most important crisis transmission mechanism, iii) and the "flight to quality" phenomenon is present in the stock markets of Portugal and Austria. In the other markets, particularly in those of Germany and of Finland, there is evidence that "cross-market rebalancing" mechanism have a significant relevance over "flight to quality" phenomenon.

Key-words: financial contagion; 2008 financial crisis; stock markets; copula theory.

JEL Classification: F30, G14, G15

Índice Geral

1. Introdução.....	1
2. Revisão da literatura.....	4
2.1. Testes empíricos de contágio: o problema metodológico do coeficiente de correlação linear e a utilização de cópulas como medida alternativa.....	4
2.2. Canais de contágio financeiro.....	9
3. Dados, metodologia e hipóteses operacionais.....	17
4. Discussão dos resultados.....	25
5. Conclusão	41
Referências bibliográficas	45
Anexo A – Conceito Matemático de Cópula	50
Anexo B – Estimação dos parâmetros das cópulas: o método IFM.....	57
Anexo C – Gráficos de dispersão das rendibilidades das séries originais	61

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Índice accionista dos EUA: modelo AR(1), AR(10), MA(1)-GARCH(1,1) para as rendibilidades	27
Tabela 2 – Modelos ARMA-GARCH ajustados para os índices representativos dos mercados da amostra	29
Tabela 3 – Funções de distribuição seleccionadas para as séries univariadas das rendibilidades filtradas (período de acalmia)	31
Tabela 4 – Funções de distribuição seleccionadas para as séries univariadas das rendibilidades filtradas (período de crise)	32
Tabela 5 – Cópulas seleccionadas para o período de acalmia	34
Tabela 6 – Cópulas seleccionadas para o período de crise	35
Tabela 7 – Resultados do Teste 1. Testa a existência de contágio financeiro.....	38
Tabela 8 – Resultados do Teste 2. Testa se a intensidade de contágio nos índices “small caps” é idêntica à dos índices “large/mid caps”	38

Tabela 9 – Resultados do Teste 3. Testa se o canal 2.1 (“wealth constraints”) prevalece face ao canal 2.2 (“portfolio rebalancing”)	39
Tabela 10 – Resultados do Teste 4. Testa também se o canal 2.1 (“wealth constraints”) prevalece face ao canal 2.2 (“portfolio rebalancing”). Dá indicação da importância do fenómeno “flight to quality”	40

Índice de Figuras

Figura 1 – Esquema de possíveis canais de transmissão da crise financeira de 2008.....	10
Figura 2 – Índice accionista dos EUA: função de autocorrelação para as rendibilidades (1), função de autocorrelação parcial para as rendibilidades (2), função de autocorrelação para o quadrado das rendibilidades (3), testes Q de Ljung-Box-Pierce e ARCH de Engle (4).....	26
Figura 3 – Índice accionista dos EUA: função de autocorrelação para as rendibilidades filtradas (1), função de autocorrelação parcial para as rendibilidades filtradas (2), função de autocorrelação para o quadrado das rendibilidades filtradas (3), testes Q de Ljung-Box-Pierce e ARCH de Engle (4)	28
Figura 4 – Evolução do índice accionista português das “large/mid caps”, nos períodos pré-crise e de crise financeira de 2008.....	30
Figura 5 – Tiragem aleatória de 2000 pontos de distribuições obtidas a partir das cópulas de: (1) Clayton, com $\theta = 1.5$; (2) Clayton, com $\theta = 3$; (3) Gumbel, com $\theta = 2$; (4) Gumbel, com $\theta = 3$. Assumiu-se para cada painel que as variáveis marginais X_1 (eixo das abcissas) e X_2 (eixo das ordenadas) seguem distribuições gaussianas standardizadas	54

1. Introdução

A literatura financeira tem abordado o estudo da forma como os episódios localizados de turbulência financeira, que ocorrem num determinado país, se espalham a outros países. Um exemplo é a crise asiática de 1997, que parece ter-se propagado como uma doença contagiosa, atingindo não só os mercados de países vizinhos mas também mercados de países distantes¹. Estes fenómenos passaram a ser conhecidos na literatura como fenómenos de contágio financeiro².

Segundo Kodres e Pritsker (2002) existem três ramos na literatura sobre contágio. O primeiro relaciona as crises cambiais com as fragilidades dos sectores monetário e financeiro, designadamente as imperfeições dos mercados financeiros e as fraquezas das políticas económicas dos governos. Estes estudos abordam ainda os ataques especulativos como a causa das crises. O segundo ramo centra-se nas ligações sistémicas entre as instituições financeiras, considerando-as a principal causa de transmissão das crises. O terceiro ramo focaliza-se no contágio entre os mercados financeiros, nomeadamente entre os mercados accionistas. O nosso estudo relaciona-se directamente com o terceiro ramo.

De uma forma sintética, podemos referir que os estudos sobre contágio financeiro do terceiro ramo consideram essencialmente a existência de dois grandes canais de contágio: o canal “fundamental based” (ou canal real) e o canal “investor induced” (ou canal financeiro).

Existe alguma controvérsia na literatura sobre qual destes dois canais é o principal transmissor das crises. As conclusões dos estudos efectuados neste âmbito não são convergentes, apontando umas vezes para o canal “fundamental based” e outras para o canal “investor induced”.

¹ A crise asiática, que começou por ser um episódio de turbulência financeira localizado na Tailândia, espalhou-se em poucos meses aos mercados dos países asiáticos vizinhos e posteriormente a mercados de países mais distantes como a Rússia ou o Brasil. Até mesmo os mercados desenvolvidos da Europa e dos E.U.A. foram atingidos pelos acontecimentos asiáticos, que se manifestaram designadamente através da falência do Long-Term Capital Management – um grande *hedge fund* norte-americano (Claessens e Forbes, 2001).

² Claessens e Forbes (2001) referem que a crise asiática de 1997 é considerada como o marco a partir do qual o termo “contágio” passou a ter uma utilização generalizada na literatura como forma de designar *lato sensu* a propagação das crises financeiras entre os países.

E mesmo em relação ao canal “investor induced” há modelos teóricos que propõem diversas possibilidades, não existindo também em relação a este canal um consenso relativamente ao principal mecanismo transmissor das crises.

O nosso estudo pretende contribuir precisamente para esta discussão, analisando os mecanismos de contágio da crise financeira de 2008, que se iniciou nos E.U.A. na sequência do rebentamento da bolha do “subprime”, e se propagou aos mercados accionistas desenvolvidos da Europa.

Krugman (2009) indica o dia 9/Ago/2007 como a data específica que marca o início da crise, após o BNP Paribas ter suspenso o resgate de três fundos de investimento.

Várias razões podem justificar a necessidade de identificar a presença de contágio e os respectivos mecanismos de transmissão. Destacamos duas.

Em primeiro lugar, as crises financeiras são fenómenos recorrentes que as economias modernas enfrentam e que podem ter consequências graves na economia real, designadamente em termos de prejuízo do crescimento económico e do emprego, e de aumento do risco para as instituições que actuam a nível global. Por isso, o conhecimento dos canais de transmissão dessas crises é importante para que as autoridades relevantes possam tomar medidas objectivas de prevenção e/ou contenção do contágio associado às crises, nomeadamente prestando um cuidado especial à regulação das instituições que actuam a nível internacional.

Em segundo lugar, o fenómeno específico do contágio nos mercados de capitais pode ter implicações na gestão de carteiras de activos financeiros, designadamente nas decisões de diversificação internacional do risco. Se a correlação entre as rendibilidades dos activos financeiros dos mercados internacionais aumentar após um choque negativo num mercado de um determinado país, essa situação pode colocar em causa os benefícios da diversificação numa altura em que esses benefícios são mais necessários (Longin e Solnik, 2001; Ang e Chen, 2002; Ang e Bakaert, 2002). Vejamos um exemplo.

Se a carteira de um investidor for composta por activos dos mercados accionistas dos países A e B, e se a correlação entre as rendibilidades desses activos for negativa, por hipótese, isso significa que as eventuais perdas da carteira do investidor devido a quedas dos preços dos activos do país A, são compensadas por ganhos na subida dos preços dos activos do

país B. Agora se imaginarmos que o país A entra em crise e que, na sequência dessa crise, se verifica que a correlação entre as rendibilidades dos activos dos mercados A e B passa de negativa a positiva (aumenta, portanto), então isso significa que se a carteira do investidor sofrer perdas devido a quedas dos preços no mercado A, essas perdas são desta feita acumuladas de perdas adicionais devido a quedas dos preços no mercado B. Ou seja, perante um cenário de crise, o risco da carteira do investidor pode sofrer um aumento, e os benefícios da diversificação internacional da carteira deixam de se fazer sentir numa altura crítica de crise financeira.

Por esta razão, o estudo do contágio nos mercados de capitais pode fornecer indicações preciosas aos investidores sobre as estruturas de dependência que os diversos mercados internacionais apresentam em períodos de crise financeira, possibilitando-lhes uma melhor gestão do risco.

Apesar da generalização do conceito, não existe um consenso em relação à definição de contágio financeiro. As diversas definições são adoptadas consoante a natureza dos estudos concretos. Por exemplo, Pericoli e Sbracia (2003) referem cinco definições distintas frequentemente utilizadas na literatura.

Neste estudo, para testar a existência de contágio, adoptamos a definição de Forbes e Rigobon (2002, p. 2223) de “shift-contagion”: “a significant increase in cross-market linkages after a shock to an individual country (or group of countries)”.

A palavra “shift” está associada à mudança (aumento) nas correlações entre os mercados. De um ponto de vista prático, considera-se que estamos perante a existência de contágio nos mercados accionistas quando a correlação *lato sensu* entre os retornos dos índices bolsistas de diversos mercados experimentam um aumento estatisticamente significativo.

O resto do estudo está organizado da seguinte forma: na secção 2 fazemos uma breve revisão da literatura e definimos os canais de transmissão das crises financeiras nos mercados accionistas; na secção 3 descrevemos a amostra, a metodologia e apresentamos os testes estatísticos que permitem testar a importância dos canais de transmissão da crise; na secção 4 apresentamos e discutimos os resultados dos testes; e na secção 5 apresentamos as principais conclusões. Apresentamos ainda três anexos: o Anexo A apresenta sinteticamente o conceito matemático de cópula, o Anexo B fornece alguma informação

sobre o método de estimação dos parâmetros das cópulas³, e o Anexo C mostra os gráficos de dispersão (“scatter plots”) das rendibilidades dos índices representativos dos mercados dos países da amostra.

2. Revisão da literatura

Dividimos a secção da revisão da literatura em duas sub-secções. A primeira aborda os testes empíricos de contágio financeiro, elucidando-nos relativamente à forma como o contágio pode ser medido, e permite constatar que uma técnica muito utilizada para a medição do contágio padece de alguns problemas metodológicos que devem ser levados em consideração: trata-se do coeficiente de correlação linear (de Pearson), que só é válido em circunstâncias muito concretas. Uma forma de ultrapassar os problemas metodológicos do coeficiente de Pearson é o recurso à teoria das cópulas. Uma breve introdução ao conceito matemático de cópula é disponibilizada no Anexo A.

A sub-secção 2.2. define os canais de contágio e propõe alguns testes empíricos, inspirados no estudo de Boyer et al. (2006), que permitem determinar os principais canais de transmissão da crise financeira de 2008.

2.1. Testes empíricos de contágio: o problema metodológico do coeficiente de correlação linear e a utilização de cópulas como medida alternativa

Segundo Dungey et al. (2004) a origem dos actuais testes empíricos de existência de contágio remonta aos trabalhos de Sharpe (1964), de Grubel e Fadner (1971), e mais recentemente aos trabalhos de King e Wadhwani (1990), Engle et al. (1990) e Bakaert e Hodrick (1992).

A diversidade de metodologias disponíveis para a medição do contágio é significativa. Numa revisão da literatura, Pericoli e Sbracia (2003) classificam os estudos de acordo com

³ Para uma análise detalhada sobre o conceito de cópula e os métodos de estimação dos parâmetros pode consultar-se Joe (1997) ou Nelsen (2006).

o âmbito das análises e das metodologias adoptadas, destacando as abordagens que recorrem a modelos probit e logit, a indicadores avançados, a modelos GARCH, a modelos “Markov switching” e às correlações entre as rendibilidades dos activos.

Também entre os estudos recentes que abordam a crise financeira de 2008 se verifica a utilização de metodologias diversas para aferir o contágio. Por exemplo, Dungey et al. (2008) propõem um modelo transversal de análise das situações de contágio financeiro e verificam que para os casos da crise russa de 1998, do LCTM do segundo semestre de 1998, do Brasil de 1999, da “dot.com” de 2000, da Argentina de 2001-2005 e da crise do “subprime” dos EUA de 2007, há evidência de sinais de contágio nos mercados emergentes e desenvolvidos, sendo estes especialmente preocupantes nos casos específicos da crise russa de 1998 e da crise do “subprime” de 2007.

Fry, Martin e Tang (2008) propõem uma nova classe de testes de contágio baseados nas alterações da “coskewness” das distribuições das rendibilidades durante as crises financeiras, e concluem também pela existência de contágio no âmbito da crise do “subprime”.

Idier (2008) utiliza os modelos “Markov swtching” para confirmar, mais uma vez, que existe contágio no âmbito da crise do “subprime”.

Não obstante a diversidade de metodologias, o uso das correlações tornou-se uma opção muito frequente, porquanto é coerente com a definição de contágio proposta por Forbes e Rigobon (2002). Nestes casos, a existência de contágio é assinalada quando se verifica um aumento estatisticamente significativo do coeficiente de correlação linear entre os retornos de dois índices representativos dos mercados (v.g. accionistas) de diversos países, durante um período de crise. Por exemplo, Calvo e Reinhart (1996) utilizando esta metodologia concluem que existe contágio nos mercados accionistas emergentes da Ásia e da América Latina no âmbito da crise mexicana de 1994/95. Também Baig e Goldfajn (1998) tiram conclusões semelhantes relativamente aos mercados emergentes da Malásia, Indonésia, Filipinas e Coreia do Sul, no contexto da crise asiática de 1997 – iniciada na Tailândia após o colapso do bath tailandês no dia 2 de Julho.

Não obstante o recurso frequente ao coeficiente de correlação linear nos estudos sobre contágio, alguns autores identificam vários problemas metodológicos relacionados com este indicador. Forbes e Rigobon (2002) constataam que este coeficiente depende positivamente

da volatilidade dos retornos dos activos. E como nos períodos de crise se verifica geralmente um aumento da volatilidade nas séries dos retornos dos activos, isso significa que o coeficiente de correlação linear produz um enviesamento que pode levar a que se conclua erradamente pela existência de contágio, quando efectivamente o que existe é uma mera relação de interdependência entre os activos. Usando uma versão corrigida do coeficiente de correlação linear, que leva em conta os efeitos de heterocedasticidade presentes nos dados, estes autores não encontram evidência de contágio nas crises asiática, mexicana e norte-americana de 1987, contradizendo alguns resultados previamente obtidos em outros estudos.

Mas mesmo após a correcção dos efeitos de dependência temporal, o coeficiente de correlação linear mostra-se ainda uma medida pouco adequada para o estudo do contágio. Embrechts et al. (1999) ou Embrechts, Lindskog e McNeil (2003, p. 342)) reportam outros problemas na utilização deste coeficiente, classificando-o por isso de medida de dependência enganosa, válida unicamente para as distribuições elípticas (v.g. distribuição normal), que são raras nas séries financeiras.

Rachev et al. (2005) referem que existem três problemas principais na utilização do coeficiente de correlação linear. Em primeiro lugar, o uso deste coeficiente requer a hipótese de que as variâncias das variáveis correlacionadas sejam finitas, caso contrário o coeficiente de correlação não é definido, o que pode ser especialmente relevante quando se consideram variáveis com distribuições com caudas pesadas (“heavy tails”). Em segundo lugar, apesar da independência entre duas variáveis aleatórias implicar que o coeficiente de correlação linear é nulo, o oposto não é válido, em geral. Apenas para as distribuições elípticas é que se verifica a igualdade entre os conceitos de ausência de correlação e de independência. Nas distribuições bivariadas, mesmo que as variáveis marginais sigam distribuições elípticas, a igualdade entre os conceitos de ausência de correlação e de independência deixa de ser válida se a distribuição conjunta não for elíptica. Em terceiro lugar, as correlações não são invariantes a transformações monótonas não lineares das variáveis, o que pode distorcer as relações de dependência se necessitarmos de transformar as variáveis. Por exemplo, em determinadas situações pode acontecer que os preços de dois activos apresentem uma correlação muito alta enquanto que as rendibilidades desses mesmos activos não estão de todo correlacionadas. Ou seja, a correlação altera-se mesmo

que os preços dos activos sejam obtidos por via duma transformação monótona crescente das rendibilidades, como acontece quando se consideram as rendibilidades logarítmicas (“log-return”)⁴.

Hu (2006) refere que as correlações não se adequam à modelização das estruturas de dependência dos activos na medida em que não descrevem a forma como estes estão relacionados. E na mesma linha de argumentação, Rodriguez (2007) refere que as distribuições multivariadas com idênticas correlações podem apresentar estruturas de dependência distintas.

Para contornar as dificuldades que decorrem da utilização do coeficiente de correlação linear, autores como Hu (2006), Rodriguez (2007), Costinot, Roncalli e Teïletche (2000) ou Embrechts, Lindskog e McNeil (2003) sugerem a utilização de cópulas para a análise do contágio financeiro.

O conceito matemático de cópula foi introduzido por Sklar (1959) e, segundo Aas (2004), foi aplicado pela primeira vez às finanças em 1999 no estudo de Embrechts et al. (1999), onde se tenta mostrar que as cópulas são mais adequadas do que o coeficiente de correlação linear para a medição do risco dos activos financeiros.

Na sua essência, uma cópula é uma função de distribuição conjunta de variáveis aleatórias que caracteriza a estrutura de dependência dessas variáveis (as chamadas variáveis marginais). A cópula mede a relação entre as variáveis em todo o seu domínio, mostrando como evolui a dependência mútua entre as variáveis, não se limitando a produzir uma medida escalar de associação entre as variáveis, como é o caso do coeficiente de correlação linear. A especificidade das cópulas face às funções de distribuição habituais é o facto das variáveis marginais seguirem distribuições uniformes no intervalo (0,1)⁵.

Não obstante, é possível extrair das cópulas medidas sintéticas de associação entre as variáveis marginais, que podem facilitar a detecção de contágio e a medição dos canais de

⁴ Por exemplo, suponha que X representa a rendibilidade logarítmica de um activo entre o período 0 e o período t . Se chamarmos P_t ao preço do activo no momento t , então temos que $X = \ln(P_t/P_0)$ ou $P_t = P_0 \exp(X)$. Repare-se que P_t é obtido por via de uma transformação monótona crescente (a função exponencial) das rendibilidades. Se chamarmos $T(X)$ a uma transformação monótona de X , e se considerarmos adicionalmente que Y representa a rendibilidade logarítmica de outro activo, então em geral temos que $\text{corr}(T(X), T(Y)) \neq \text{corr}(X, Y)$. Ou seja, a correlação altera-se quando transformamos as variáveis.

⁵ Isto decorre da transformação integral da probabilidade das variáveis marginais originais.

transmissão das crises financeiras. É o caso do “tau de Kendall” (τ) ou do “rho de Spearman” (ρ). Embrechts et al. (2003) referem que estes últimos indicadores são provavelmente as melhores alternativas ao coeficiente de correlação linear para medir a dependência de variáveis com distribuições não elípticas.

Convém referir que estes coeficientes a que se referem Embrechts et al. (2003) são medidas de dependência global, isto é, sintetizam toda a estrutura de dependência das variáveis num único número, num escalar⁶. Levam em linha de conta o valor das variáveis em todo o seu domínio e comprimem-no num único indicador.

Mas além destas, existem ainda outras medidas sintéticas, também possíveis de obter através das cópulas, que permitem avaliar a dependência local, isto é, a dependência entre as variáveis num determinado intervalo do domínio destas. É o caso dos coeficientes assintóticos caudais inferior e superior (λ_L e λ_U), que fornecem informação sobre a dependência das variáveis marginais nos extremos das distribuições bivariadas⁷. Estas medidas podem ser muito úteis na medição dos canais de transmissão das crises nos mercados accionistas.

Estas características das cópulas levaram a que Embrechts et al. (2003) as considerem como “the natural way to study and measure dependence between random variables”.

Rachev et al. (2005) destacam três vantagens das cópulas numa comparação que fazem com o coeficiente de correlação linear. Em primeiro lugar, a natureza da dependência que pode ser modelizada é mais geral, isto é, pode ser linear mas também não linear. No caso do coeficiente de correlação linear apenas a dependência linear entre as séries pode ser explicada.

Em segundo lugar, tal como referimos anteriormente, é possível usar as cópulas para modelizar eventos extremos. Por exemplo, usando os coeficientes caudais assintóticos podemos medir a probabilidade de dois índices bolsistas desvalorizarem ou valorizarem em simultâneo de forma significativa.

Em terceiro lugar, as cópulas são invariantes a transformações monótonas não lineares das variáveis.

⁶ Se estivermos a avaliar a dependência entre duas variáveis aleatórias.

⁷ No quadrado unitário, λ_L mede a dependência das variáveis no canto inferior esquerdo do quadrado e λ_U mede a dependência no canto superior direito.

Como vemos, as cópulas permitem obter um conhecimento mais rigoroso sobre a estrutura de dependência entre os activos financeiros, e além disso permitem abandonar a habitual hipótese da teoria financeira ortodoxa de que as rendibilidades dos activos são descritas pelo modelo gaussiano. De facto, a evidência empírica tem mostrado que além da presença de uma certa dependência temporal (efeitos autoregressivos e de heterocedasticidade condicional), as rendibilidades dos activos financeiros não se distribuem de forma normal (gaussiana), apresentando caudas pesadas e muitas vezes assimetria, designadamente em termos das suas distribuições multidimensionais e sobretudo em períodos de volatilidade dos mercados, como os que caracterizam as crises financeiras.

Estes problemas da teoria financeira ortodoxa são descritos por Mandelbrot e Hudson (2004), que chamam a atenção para o perigo da sub-estimação do risco dos activos financeiros se não for abandonada a hipótese do modelo gaussiano.

Neste estudo recorreremos à teoria das cópulas para modelizar a estrutura de dependência dos activos financeiros, para medir os efeitos de contágio e analisar os canais de transmissão da crise financeira de 2008.

A literatura financeira é parca em relação à existência de estudos empíricos de determinação dos canais de transmissão das crises. Tanto quanto conseguimos apurar não existem ainda estudos que abordem esta matéria relativamente à crise financeira de 2008.

O estudo de Boyer et al. (2006), que serve de base ao nosso estudo, fornece informação em relação aos canais de transmissão das crises nos mercados de capitais, mas centra-se apenas na crise asiática de 1997.

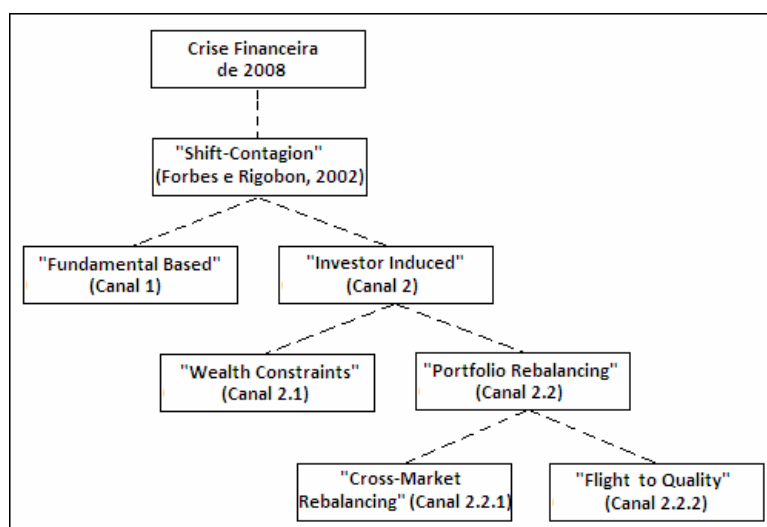
2.2. Canais de contágio financeiro

Os primeiros testes estatísticos que efectuamos neste estudo têm como objectivo determinar se existe ou não contágio financeiro. Caso estes testes permitam concluir pela presença de contágio, com base na definição de Forbes e Rigobon (2002), torna-se relevante dar um passo mais adiante, tentando descortinar os principais canais de transmissão da crise. Neste ponto o nosso estudo pode contribuir para a literatura, na medida em que, como dissemos anteriormente, as conclusões dos diversos estudos efectuados neste âmbito não são convergentes, considerando umas vezes que o principal canal do contágio é o canal

“fundamental based” e outras o canal “investor induced”, e entre os sub-canaís financeiros existem ainda diversas possibilidades.

A Figura 1 apresenta um esquema ilustrativo dos principais canais de transmissão das crises nos mercados de capitais.

Figura 1– Esquema de possíveis canais de transmissão da crise financeira de 2008



Vejamos sinteticamente como se definem os canais descritos na Figura 1.

O canal **“fundamental based” (canal 1)** é um dos canais de transmissão das crises dos mercados de capitais mais abordado na literatura. O Banco Mundial refere-se a este canal como “real link”, e refere que tem sido associado principalmente com o comércio internacional. Cheung et al. (2009) exemplificam como as crises se transmitem nesta situação. Por exemplo, quando dois países competem nos mesmos mercados internacionais, uma desvalorização da taxa de câmbio de um destes países, devido a um choque negativo, prejudica a posição do outro país em termos de competitividade externa. Se os investidores anteciparem que as autoridades monetárias do segundo país vão desvalorizar a moeda para manter o seu nível de competitividade, então os investidores reduzem a procura de activos nesse país, o que leva a uma queda nas taxas de câmbio, a uma queda nos preços dos activos, e a uma retirada de capitais que pode desencadear uma crise nesse segundo país.

Outro tipo de “real link” abordado na literatura está relacionado com o investimento directo estrangeiro (IDE) entre países.

O canal **“investor induced” (canal 2)** é outro dos canais de transmissão das crises dos mercados de capitais mais abordado na literatura. O Banco Mundial refere-se a este canal como “financial link”. É activado directamente por via do comportamento dos investidores, nomeadamente quando estes enfrentam restrições de liquidez (“wealth constraints”), ou procedem a ajustamentos das suas carteiras de activos financeiros (“portfolio rebalancing”) (Boyer et al., 2006).

Enquanto que o canal “fundamental based” pode explicar o contágio entre economias com relações comerciais muito estreitas, deixa no entanto por explicar alguns fenómenos como o que aconteceu entre o Brasil e a Rússia no final dos anos 90, na sequência da crise russa de 1998, altura em que as relações comerciais entre os dois países eram incipientes e a crise parece ter-se propagado ao Brasil (Cheung et al., 2009).

O canal **“wealth constraints” (canal 2.1)** é um mecanismo de transmissão que é activado quando os investidores sofrem perdas avultadas nos investimentos que detêm em activos do mercado do país foco da crise, e têm que liquidar posições que detêm em activos nos mercados de outros países (Kyle e Xiong, 2001). Por exemplo, se os investidores de um determinado país têm acções depositadas nos bancos como garantia, e se há um choque negativo nesse país que provoque uma queda nos preços das acções, esses investidores têm que vender activos que possuem nos mercados doutros países para fazer face aos reforços de garantias exigidos pelos bancos do país de origem (“margin calls”). Outro exemplo: quando os fundos de investimento prevêem um aumento dos resgates das unidades de participação na sequência de um choque num determinado país, têm necessidade de um aumento de liquidez para fazer face ao aumento previsível dos resgates. Para proceder a esse aumento de liquidez, os fundos de investimento vendem activos financeiros em mercados de outros países, o que pode levar a uma queda dos preços dos activos nesses mercados, desencadeando uma crise.

O canal **“portfolio rebalancing” (canal 2.2)** é um mecanismo através do qual os investidores transmitem os choques específicos de um determinado mercado (v.g. choques no mercado accionista dos E.U.A. provocados pela crise imobiliária do “subprime”) para

outros mercados (v.g. mercados de capitais desenvolvidos da Europa), mediante um ajustamento do risco (efeito risco) associado às suas carteiras.

O canal **“cross-market rebalancing” (canal 2.2.1)** é um mecanismo que é activado quando os investidores ajustam a exposição das suas carteiras a factores de risco macroeconómico, após um choque negativo num determinado país. Kodres e Pritsker (2002) apresentam um modelo teórico que privilegia o contágio através deste canal. Como se assume que os investidores conhecem os factores macroeconómicos que influenciam o valor dos activos nos diversos países, e como os investidores detêm uma carteira com uma exposição equilibrada a esses factores de risco macroeconómico, então quando há um choque num determinado país (de informação negativa, p.e.), os investidores reajustam as suas carteiras para voltarem a obter uma exposição de equilíbrio aos factores de risco macroeconómico. No decurso deste processo de ajustamento, os investidores têm necessidade de vender activos no mercado do país foco da crise e também em mercados de outros países, o que pode levar a quedas significativas nos preços dos activos dos mercados desses países, desencadeando uma crise. Estes ajustamentos, em que os investidores respondem a choques ajustando a sua exposição aos riscos macroeconómicos, são também conhecidos como **“cross-market hedging”** (Cheung et. al, 2009).

O canal **“flight to quality” (canal 2.2.2)** é activado quando os investidores ajustam a exposição ao risco das suas carteiras na sequência de um choque, desinvestindo em activos de maior risco e investindo em activos de menor risco (Boyer et al., 2006). Por exemplo, se os investidores venderem acções de um mercado de um determinado país para comprarem obrigações no mercado desse mesmo país, então estamos perante um fenómeno de **“flight to quality”** dentro do mesmo país (preferência por activos de maior qualidade, i.e. de menor risco). Quando isto acontece é provável que a correlação entre os preços das acções e das obrigações diminua, visto que não há retirada de capitais desse país, havendo apenas um ajustamento de carteiras dentro do país. Caso os investidores internacionais retirem capitais desse país, então deve assistir-se a uma queda simultânea dos preços das acções e das obrigações desse país, o que provoca um aumento na correlação dos preços, indiciando a presença de contágio financeiro.

Segundo Boyer et al. (2006), os estudos que abordam o canal “fundamental based” têm encontrado pouca evidência de que os factores macroeconómicos são a principal causa de transmissão das crises financeiras. Por exemplo, os estudos empíricos de Karolyi e Slutz (1996) e de Connolly e Wang (2003) concluem que os anúncios macroeconómicos e outra informação de natureza pública não afectam os co-movimentos dos mercados accionistas dos E.U.A. e do Japão. King et al. (1994) mostram que as variáveis económicas explicam apenas uma pequena parte dos co-movimentos dos mercados accionistas internacionais. Forbes (2002) encontra alguma evidência de que os “links” existentes no comércio internacional permitem explicar que uma crise originada num país contagia os mercados de capitais de outros países. No entanto, esse contágio apenas explica parcialmente o comportamento dos mercados de capitais dos países contagiados.

Para Boyer et al. (2006) estes resultados pouco favoráveis ao canal “fundamental based” motivaram os investigadores na procura de explicações alternativas, designadamente as que decorrem do comportamento dos investidores internacionais perante uma crise (canal “investor induced”).

Nesta senda, vários estudos teóricos têm abordado o canal 2 de transmissão (“investor induced”). Boyer et al. (2006) destacam o modelo de Kodres e Pritsker (2002), que considera que o contágio financeiro é propagado por via dos ajustamentos de carteiras nos mercados internacionais (“portfolio rebalancing”, canal 2.2). Uma das implicações deste modelo é que os co-movimentos entre os mercados devem ser simétricos nos períodos de subidas e de descidas dos mercados.

Se conhecermos a função de distribuição bivariada dos retornos de dois índices bolsistas representativos dos mercados accionistas de dois países, então de acordo com o que estes autores defendem, é de esperar que a correlação existente na cauda inferior da distribuição seja estatisticamente semelhante à correlação existente na cauda superior da mesma distribuição (simetria). Deste modo, a medição das correlações nas caudas das distribuições constitui um meio para inferir a importância do canal 2.2, “portfolio rebalancing”. É este raciocínio que serve de base aos testes estatísticos que implementamos no nosso estudo.

Ainda em relação ao canal “investor induced”, Boyer et al. (2006) destacam alguns modelos que consideram as restrições de liquidez (canal 2.1, “wealth constraints”) como a

principal causa da transmissão das crises. Kyle e Xiong (2001), Calvo (1999) e Yuan (2005) são alguns autores que defendem que as crises dos mercados de capitais se propagam por via da actuação dos investidores que enfrentam restrições de liquidez. Para estes autores as correlações entre os mercados são mais elevadas durante os períodos de queda, porque é durante estes períodos que as restrições de liquidez se fazem sentir, actuando para transmitir a crise a outros mercados.

Assim, se conhecermos a função de distribuição bivariada dos retornos de dois índices bolsistas representativos dos mercados accionistas de dois países, então de acordo com o que este grupo de autores defende, é de esperar que a correlação existente na cauda inferior da distribuição seja mais elevada do que a correlação existente na cauda superior da mesma distribuição (assimetria). Mais uma vez, a medição das correlações caudais das distribuições pode fornecer informação preciosa em relação à importância que o canal 2.1 (“wealth constraints”) desempenha na transmissão da crise financeira de 2008.

O estudo de Boyer et al. (2006)

Como já referimos, o nosso estudo relaciona-se directamente com o estudo de Boyer et al. (2006). Estes autores recorrem a dados de diversos índices accionistas e obrigacionistas, de diversos mercados de capitais desenvolvidos e emergentes, e utilizam os “regime-switching models” e a teoria dos valores extremos para estimar as correlações entre os índices, de forma a tentarem perceber como a crise asiática de 1997 se transmitiu entre os mercados de capitais dos diversos países da amostra.

Um dos aspectos interessantes do estudo de Boyer et al. (2006) é a utilização de “índices accionistas acessíveis” e de “índices accionistas inacessíveis” respeitantes aos mercados emergentes. Consideram-se acessíveis os índices cujas acções que o compõem são susceptíveis de serem objecto de investimento por parte de investidores estrangeiros. São inacessíveis os índices cujas acções que o compõem não podem ser objecto de investimento por parte de investidores estrangeiros, devido nomeadamente a restrições legais impostas pelos governos dos mercados desses países emergentes.

Os autores efectuam diversos testes de hipóteses para tentarem perceber quais os principais canais de transmissão, entre os descritos na Figura 1, que estão presentes na crise asiática de 1997, e concluem que o principal canal é o “investor induced” (canal 2), apesar de encontrarem diferenças de sub-canais para os mercados dos países emergentes e dos países desenvolvidos. Mais concretamente, concluem que a crise asiática se propagou aos mercados emergentes por via do sub-canal “wealth constraints” (canal 2.1), e aos mercados desenvolvidos por via do sub-canal “portfolio rebalancing” (canal 2.2).

No nosso estudo aplicamos alguns testes utilizados por estes autores, após as necessárias adaptações.

Este estudo apresenta essencialmente três características distintivas face ao estudo de Boyer et al. (2006). Vejamo-las:

Característica 1. Boyer et. al (2006) estudaram a crise asiática de 1997. O nosso estudo aborda a crise financeira de 2008.

Característica 2. Para averiguar se a crise asiática se transmitiu por via do canal “fundamental based” ou “investor induced”, o estudo de Boyer et. al (2006) recorre a “índices acessíveis” e a “índices inacessíveis” de mercados accionistas emergentes. Para os mercados desenvolvidos não existem índices inacessíveis, pelo que não é possível apurar directamente a principal forma de transmissão das crises nos mercados de capitais desenvolvidos usando este tipo de índices. Boyer et al. (2006) assumem que a crise se transmitiu aos mercados desenvolvidos por via do canal “investor induced” porque verificaram que este era o canal principal de transmissão presente nos mercados emergentes.

No nosso estudo substituímos os índices acessíveis por índices de “large/mid caps”, e os índices inacessíveis por índices de “small caps”. A razão para este procedimento é a seguinte: como os investidores internacionais tendem a investir preferencialmente em acções de “large/mid caps”, em detrimento das “small caps”, então é admissível assumir que os índices de “small caps” correspondem, em termos práticos, aos índices inacessíveis, e que os índices das “large/mid caps” correspondem aos índices acessíveis.

Num discurso proferido pelo presidente da Securities and Exchange Commission dos E.U.A. (Ruder, 1998) é também evidenciada a preferência dos investidores internacionais

pelas “large/mid caps”. O seguinte excerto do discurso documenta essa situação: *”Because institutions prefer to invest their portfolios in securities of corporations that offer better liquidity, their holdings tend to be concentrated in the stocks of the very largest corporations”*.

No mesmo sentido, Gompers e Metrik (2001) encontram evidência de que os grandes investidores institucionais duplicaram a sua posição nos mercados accionistas, entre 1980 e 1996, e que os títulos mais procurados foram precisamente as acções das “large/mid caps” em detrimento das “small caps”.

Na prática estamos a considerar que as acções constituintes dos índices inacessíveis e dos índices de “small caps” não são objecto de investimento (em rigor são objecto de menor investimento) por parte dos investidores institucionais estrangeiros: no primeiro caso porque lhes é vedado directamente esse investimento, no segundo caso porque estes optam normalmente por não investir nas acções destes índices. A vantagem desta abordagem é que se pode testar directamente a presença do canal “fundamental based” e do canal “investor induced” nos mercados desenvolvidos, e não unicamente nos mercados emergentes como no estudo de Boyer et al. (2006). Este procedimento pode permitir, assim, ajudar a perceber os canais de transmissão das crises dos mercados de capitais desenvolvidos.

Característica 3. Enquanto que Boyer et al. (2006) utilizaram duas técnicas distintas para estimar as correlações entre os índices (os “regime-switching models” e a teoria dos valores extremos), o nosso estudo utiliza apenas a teoria das cópulas, que serve de base à realização de todos os testes. Além disso, Boyer et al. (2006) utilizam apenas uma função de dependência para conectar as distribuições marginais dos retornos (a “equally weighted logistic function”), enquanto que no nosso estudo propomos várias estruturas de dependência (i.e., várias cópulas) e aplicamos o método da máxima verosimilhança para escolher a que melhor se adequa aos dados da amostra.

3. Dados, metodologia e hipóteses operacionais

Neste estudo analisamos os canais de transmissão da crise financeira de 2008, iniciada nos E.U.A. e transmitida aos mercados de capitais desenvolvidos da Europa, nomeadamente aos mercados da Alemanha, Reino Unido, França, Portugal, Áustria e Finlândia.

Para representar estes mercados recorremos a índices accionistas da Standard & Poors e a índices obrigacionistas da Bloomberg, todos convertidos em dólares dos E.U.A.. Quanto aos índices accionistas, utilizamos um índice global para os E.U.A.⁸ (mercado foco da crise), e índices de “large/mid caps” e de “small caps” para os mercados accionistas⁹. Em relação aos índices obrigacionistas, utilizamos os índices de obrigações do Estado de maturidade 1-3 anos (“clean price”) para os mercados destes países¹⁰.

As séries são constituídas por 1152 observações¹¹, compreendendo o período de 3/Jan/2005 a 31/Jul/2009. À semelhança de Krugman (2009), consideramos que a crise financeira se inicia em 9/Ago/2007, o que significa que para cada série o período pré-crise é constituído por 654 observações e o período de crise por 498 observações.

É expectável que a escolha do dia 9/Ago/2007 como data de início da crise não altere os resultados a que chegamos. Horta et al. (2010a), numa análise de sensibilidade em que escolhem três datas distintas para o início da crise (que inclui o dia 9/Ago/2007), mostram que as cópulas estimadas e as respectivas medidas de dependência (v.g. τ de Kendall) que servem para avaliar o contágio financeiro entre o mercado accionista dos E.U.A. e os mercados accionistas de França, Portugal, Holanda e Bélgica permanecem praticamente inalteradas.

Quanto aos métodos e técnicas a utilizar no estudo, podemos resumi-los nos quatro passos seguintes.

⁸ Ticker da Bloomberg: SBBCUSU Index.

⁹ Ticker da Bloomberg para os índices accionistas “large/mid caps”: SBPCGYU Index, SBPCUKU Index, SBPCFRU Index, SBPCPOU Index, SBPCASU Index, SBPCFIU Index. Ticker da Bloomberg para os índices accionistas “small caps”: SBECGYU Index, SBECUKU Index, SBECFRU Index, SBECPOU Index, SBECASU Index, SBECFIU Index.

¹⁰ Ticker da Bloomberg para os índices obrigacionistas: GRG1PR Index, UKG1PR Index, FRG1PR Index, PTG1PR Index, ATG1PR Index, FIG1PR Index.

¹¹ Excluimos os registos correspondentes aos dias feriados.

Passo 1 – Ajustamento, pelo método de máxima verosimilhança, de modelos ARMA-GARCH às séries dos índices dos retornos logaritmizados, de forma a retirar os efeitos do tempo presentes nas médias e nas variâncias das séries (i.e., eliminação dos efeitos autoregressivos e de heterocedasticidade condicional). Alguns autores mostram que a presença destes efeitos temporais podem enviesar os resultados dos estudos (v.g., Stambaugh, 1995; Boyer, Gibson e Loretan, 1999; Forbes e Rigobon, 2002). Após este ajustamento recuperamos os resíduos estandardizados (a que chamamos séries das rendibilidades filtradas).

Passo 2 – Partição das séries das rendibilidades filtradas em dois períodos, um de acalmia e outro de crise. Assunção de que as rendibilidades filtradas são i.i.d.¹² e ajustamento, pelo método da máxima verosimilhança, de várias funções de distribuição univariadas paramétricas para cada série das rendibilidades filtradas, para o período de acalmia e para o período de crise: gaussiana, t, logística e de Gumbel (valores extremos). Esta última distribuição permite captar a existência de eventual assimetria nas rendibilidades. Utilização do critério de Akaike (AIC) para a selecção da distribuição mais adequada.

Passo 3 – Utilização das distribuições seleccionadas no Passo 2 como *input* para o ajustamento de diversas cópulas, pelo método IFM¹³, para cada par de índices¹⁴, para os períodos de acalmia e de crise (vd. Anexo B). Análise da bondade do ajustamento e selecção das cópulas mais adequadas através do critério AIC (ver, por exemplo, Dias, 2004;

¹² Apesar dos modelos ARMA-GARCH contribuírem para a correcção dos efeitos temporais de curto prazo presentes nas séries, podem existir outros efeitos, de longo prazo, que não são acautelados. Esses efeitos de longo prazo são descritos por Mandelbrot e Hudson (2004).

¹³ IFM (*Inference Functions for Margins*) é o nome proposto por McLeish e Small (1998) para o método de estimação dos parâmetros das cópulas em duas etapas. A primeira etapa consiste em estimar os parâmetros das distribuições marginais (o que fazemos no Passo 2) e utilizá-los posteriormente na estimação dos parâmetros das cópulas – a segunda etapa. Uma das vantagens deste método é a possibilidade de testar previamente a bondade do ajustamento das distribuições marginais (vd. Anexo B).

¹⁴ Neste estudo usamos apenas cópulas bivariadas pelas seguintes razões: por um lado, como a crise financeira teve origem nos E.U.A., estamos interessados em avaliar a estrutura de dependência entre o mercado dos E.U.A. e cada um dos outros mercados da amostra. Por outro lado, a construção de cópulas de dimensão superior a dois é uma tarefa difícil (Aas et al., 2009; Sarabia e Gómez-Déniz, 2008) e, além disso, enquanto que existe uma quantidade significativa de cópulas bivariadas disponíveis, a quantidade disponível de cópulas de dimensão superior a dois é limitada.

ou Rodriguez, 2007). As cópulas que testamos são as seguintes: gaussiana, t, Frank, Gumbel, Clayton, Gumbel-Survival Gumbel, Clayton-Gumbel e Clayton-Gumbel-Frank. No Anexo A apresenta-se sinteticamente o conceito matemático de cópula.

Utiliza-se ainda a técnica de *bootstrap* referida por Trivedi e Zimmer (2005) para calcular a matriz das variâncias-covariâncias dos parâmetros e dos outros indicadores associados às cópulas seleccionadas. Esta técnica de *bootstrap* consiste em:

- a) Obtenção do vector dos parâmetros das distribuições marginais ($\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$) e do vector dos parâmetros de dependência das cópulas ($\hat{\theta}$), através do método IFM. O vector global dos parâmetros é definido como $\hat{\Omega} = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\theta})'$;
- b) Tiragem aleatória, com reposição, de uma amostra de observações a partir dos dados originais;
- c) Utilização dessa amostra de observações para re-estimar β_1, β_2 e θ , pelo método IFM. Guardar os valores dessas re-estimativas;
- d) Repetir b) e c) R vezes (consideramos $R = 1000$). A r -ésima estimação dos parâmetros define-se como $\hat{\Omega}(r) = (\hat{\beta}_1(r), \hat{\beta}_2(r), \hat{\theta}(r))'$. O vector global dos parâmetros é definido como $\hat{\Omega}(r) = (\hat{\beta}_1(r), \hat{\beta}_2(r), \hat{\theta}(r))'$;
- e) Os erros-padrão dos parâmetros estimados são obtidos através da raiz quadrada dos elementos da diagonal principal da matriz V , estimada do seguinte modo: $\hat{V} = R^{-1} \sum_{r=1}^R (\hat{\Omega}(r) - \hat{\Omega})(\hat{\Omega}(r) - \hat{\Omega})'$.

Passo 4 – Realização de quatro testes de hipóteses recorrendo aos resultados do *bootstrap*.

O primeiro teste consiste em averiguar se de acordo com a definição de “shift-contagion” de Forbes e Rigobon (2002) existe evidência da presença de contágio no âmbito da crise financeira de 2008.

Teste 1 (Testa a existência de contágio nos mercados accionistas dos países da amostra). Este teste pretende averiguar se há ou não sinais de contágio nos mercados accionistas durante a crise financeira de 2008, considerando o mercado accionista dos E.U.A. como o foco da crise. Se existir, então é de esperar que a correlação (medida pelo τ de Kendall – indicador extraído das cópulas estimadas) entre o índice dos E.U.A. e o índice (“large/mid caps”) do mercado accionista do país i aumente significativamente do período pré-crise para o período de crise¹⁵.

$$\begin{cases} H_0 : \tau_{LM}^{crise}(i) - \tau_{LM}^{pré-crise}(i) \leq 0 \\ H_1 : \tau_{LM}^{crise}(i) - \tau_{LM}^{pré-crise}(i) > 0 \end{cases}$$

$i = \text{Ale, RU, Fra, Por, Áus, Fin}$

NOTA: $\tau_{LM}^{crise}(i)$ mede a correlação, para o período de crise, entre o índice accionista global dos E.U.A. e o índice accionista das “large/mid caps” (LM) do país i .

Os resultados deste teste são decisivos para a continuação da investigação. Só é eficaz prosseguir com a investigação se o teste indiciar a presença de contágio financeiro. Com efeito, na ausência de contágio faz pouco sentido procurar os canais do contágio.

Assim, se o Teste 1 indicar a presença de contágio financeiro, avançamos para o segundo teste, que consiste em averiguar se o principal canal do contágio é o canal 1 (“fundamental based”) ou o canal 2 (“investor induced”).

Teste 2 (Testa se o contágio tem origem no canal 1 ou no canal 2, isto é, se o principal canal de transmissão da crise é “fundamental based” ou “investor induced”). Se o principal canal de transmissão for o canal 1, então é de esperar que os efeitos globais dos factores macroeconómicos afectem as diversas empresas de forma semelhante, ou seja, o aumento da correlação entre o índice dos E.U.A. e o índice do mercado accionista do país i não

¹⁵ Este procedimento é também utilizado por Boyer et al. (2006), embora estes autores consideram índices acessíveis em vez de índices “large/mid caps”.

deve ser superior para o caso das “large/mid caps” face às “small caps”. Se for superior, então há indícios de que as empresas foram afectadas de modo diferente, em particular que as “large/mid caps” foram mais afectadas, o que pode dever-se ao comportamento dos investidores internacionais (canal 2).

$$\begin{cases} H_0 : (\tau_{LM}^{crise}(i) - \tau_{LM}^{pré-crise}(i)) - (\tau_S^{crise}(i) - \tau_S^{pré-crise}(i)) \leq 0 \\ H_1 : (\tau_{LM}^{crise}(i) - \tau_{LM}^{pré-crise}(i)) - (\tau_S^{crise}(i) - \tau_S^{pré-crise}(i)) > 0 \end{cases}$$

$i = \text{Ale, RU, Fra, Por, Áus, Fin}$

NOTA: $\tau_S^{pré-crise}(i)$ mede a correlação, para o período pré-crise, entre o índice accionista global dos E.U.A. e o índice accionista das “small caps” (S) do país i .

Todavia é necessário ter em conta que se a hipótese nula não for rejeitada, isto é, se o aumento da correlação não for superior para os índices das “large/mid caps”, isso não significa necessariamente que o principal canal de transmissão da crise é o canal 1, na medida em que como as pequenas empresas são mais dependentes do crédito bancário, é possível que os preços das acções destas empresas (“small caps”) reajam de forma mais sensível às notícias negativas vindas dos E.U.A – que significam aperto no crédito¹⁶. Ou seja, no caso da correlação entre o índice accionista dos E.U.A. e o índice de “small caps” do país i ser superior à correlação entre o índice accionista dos E.U.A e o índice de “large/mid caps” do país i , o Teste 2 é inconclusivo quanto à definição do canal principal de transmissão da crise. Esta situação constitui uma desvantagem face ao estudo de Boyer et al. (2006).

Assim, se os resultados do Teste 2 permitirem rejeitar a hipótese nula, isso pode indiciar que temos indicação de que o principal canal do contágio é o canal 2 (“investor induced”), e a partir daqui a investigação prossegue para o passo seguinte, onde se tenta obter mais detalhes acerca do canal 2.

¹⁶ Hodorogel (2009) refere que na primeira metade do ano 2008 o número de pequenas e médias empresas que faliu na Roménia duplicou face ao período homólogo. Esta situação, refere, deveu-se ao facto do crédito concedido às pequenas e médias empresas ter diminuído 30%.

Caso a hipótese nula não seja rejeitada, isso significa que o Teste 2 não fornece a informação necessária acerca do principal canal de transmissão da crise. Não obstante, mesmo que a hipótese nula do Teste 2 não seja rejeitada, a investigação prossegue para o terceiro teste, embora neste caso se assuma que o canal principal do contágio é o canal 2. Recorde-se que Boyer et al. (2006) concluíram que o canal 2 foi o canal que se manifestou na crise asiática de 1997.

O terceiro teste consiste em detectar quais os principais mecanismos que estão por trás do canal 2: se mecanismos associados às restrições de liquidez dos investidores (canal 2.1, “wealth constraints”), ou se mecanismos associados com os ajustamentos de carteiras (canal 2.2, “portfolio rebalancing”).

Teste 3 (Testa se o contágio tem origem no canal 2.1 ou no canal 2.2, isto é, se a transmissão da crise é por via das “wealth constraints” ou de “portfolio rebalancing”). Se o principal canal de transmissão for o canal 2.1, então a correlação entre o índice dos E.U.A. e os índices accionistas do país i é superior nos períodos de quedas extremas dos mercados face aos períodos de subidas extremas dos mercados¹⁷. Para medir a correlação em períodos de variações extremas dos mercados, utilizamos os coeficientes assintóticos caudais (“asymptotic tail coefficients”), extraídos directamente das cópulas estimadas. Concretamente, para a medição da correlação em períodos de quedas extremas dos mercados usamos o coeficiente assintótico caudal inferior (λ_L), e para as subidas extremas usamos o coeficiente assintótico caudal superior (λ_U). Estes coeficientes medem a probabilidade de uma variável atingir um valor extremo, sabendo que a outra já atingiu esse valor. Ou seja, servem para medir a probabilidade de dois mercados subirem ou caírem em simultâneo.

$$\begin{cases} H_0 : \lambda_{L,LM}^{crise}(i) - \lambda_{U,LM}^{crise}(i) \leq 0 \\ H_1 : \lambda_{L,LM}^{crise}(i) - \lambda_{U,LM}^{crise}(i) > 0 \end{cases}$$

$i = \text{Ale, RU, Fra, Por, Áus, Fin}$

¹⁷ Os conceitos de quedas e subidas extremas estão formalmente definidos no Anexo A, equações (9) e (10).

Assim, se os resultados do Teste 3 permitirem rejeitar a hipótese nula, isso significa que temos indicação de que o canal 2 é activado preferencialmente por via do mecanismo 2.1 (“wealth constraints”).

O quarto teste tem como objectivo verificar, por um lado, se os resultados do Teste 3 são corroborados e, por outro lado, fornecer informação acerca da forma como a crise se transmite entre os activos de baixo risco e de risco mais elevado dentro de cada país da amostra.

Teste 4 (Testa também se o contágio tem origem no canal 2.1 ou no canal 2.2). Se o principal canal de transmissão for o canal 2.1 (“wealth constraints”), a correlação entre os índices accionistas e os índices obrigacionistas de um determinado país aumenta de forma estatisticamente significativa no período de crise. Isto significa que os investidores internacionais podem ter retirado simultaneamente os capitais investidos em acções e em obrigações dos países da amostra, fazendo baixar simultaneamente os preços destes dois tipos de activos (daí o aumento da correlação entre as rendibilidades dos dois tipos de activos).

Se estivermos perante o canal 2.2, a correlação entre os índices accionistas e os índices obrigacionistas de um determinado país não aumenta de forma estatisticamente significativa no período de crise. Neste caso há evidência de que não existe saída de capitais dos países e que os investidores poderão ter substituído os investimentos em acções dentro dum país (a pressão vendedora de acções faz descer os preços destes activos) por investimentos em obrigações dentro desse mesmo país (a pressão compradora de obrigações faz subir os preços destes activos), ou seja, poderá haver evidência da presença do mecanismo “flight to quality” (canal 2.2.2) dentro do mesmo país.

A relevância do mecanismo “flight to quality” pode ser avaliada recorrendo ao “p-value” associado ao Teste 4: quanto maior for o p-value mais importante é a presença do fenómeno “flight to quality”.

Se o p-value não for muito elevado (digamos, não superior a 90%) mas ainda assim não for suficientemente reduzido (digamos, não inferior a 10%) para não permitir a rejeição da hipótese nula, então podemos interpretar os resultados do Teste 4 como indicativos da presença do canal 2 (“portfolio rebalancing”) e do sub-canal 2.2.1 (“cross-market rebalancing”).

Este teste tem a vantagem de fornecer informação sobre a forma como a crise se transmite entre os activos de baixo risco (obrigações) e de risco mais elevado (acções) dentro de cada país e dá uma indicação da importância dos fenómenos “flight to quality” e “cross-market rebalancing”.

Considerando que $\tau_{Bond,LM}(i)$ representa a medida de correlação entre o índice do mercado obrigacionista do país i e o índice accionista das “large/mid caps” do mesmo país i , então podemos testar as hipóteses do Teste 4 da seguinte forma:

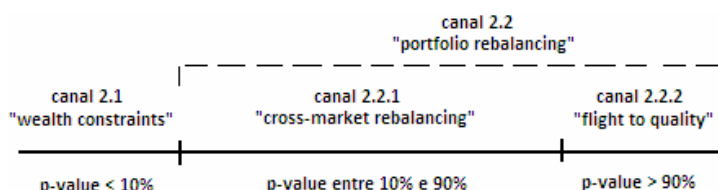
$$\begin{cases} H_0 : \tau_{Bond,LM}^{crise}(i) - \tau_{Bond,LM}^{pré-crise}(i) \leq 0 \\ H_1 : \tau_{Bond,LM}^{crise}(i) - \tau_{Bond,LM}^{pré-crise}(i) > 0 \end{cases}$$

$i = \text{Ale, RU, Fra, Por, Áus, Fin}$

Se os resultados do Teste 4 permitirem rejeitar a hipótese nula (p-value inferior a 10%), isso significa que temos indicação de que o canal 2 é activado preferencialmente por via do mecanismo 2.1 (“wealth constraints”). Se a hipótese nula não for rejeitada (p-value superior a 10%), temos evidência de que prevalece o mecanismo “portfolio rebalancing”.

Dentro do mecanismo “portfolio rebalancing”, para destrinçar a importância dos sub-canaís 2.2.1 (“cross-market rebalancing”) e 2.2.2 (“flight to quality”) podemos também recorrer ao p-value, como referimos anteriormente. Um p-value superior a 90% permite rejeitar a igualdade $\tau_{Bond,LM}^{crise}(i) - \tau_{Bond,LM}^{pré-crise}(i) = 0$, o que significa que prevalece a relação $\tau_{Bond,LM}^{crise}(i) - \tau_{Bond,LM}^{pré-crise}(i) < 0$, ou seja, no período de crise verifica-se uma diminuição da correlação entre as rendibilidades das obrigações e das acções num determinado país, o que indicia uma presença relevante do fenómeno “flight to quality”. Se o p-value se situar entre

10% e 90%, a igualdade $\tau_{Bond,LM}^{crise}(i) - \tau_{Bond,LM}^{pré-crise}(i) = 0$ não é rejeitada, e portanto há indícios de que prevalece o sub-canal 2.2.1 (“cross-market rebalancing”). O esquema seguinte mostra a relação entre o p-value e a escolha do principal mecanismo de transmissão da crise associada ao Teste 4.



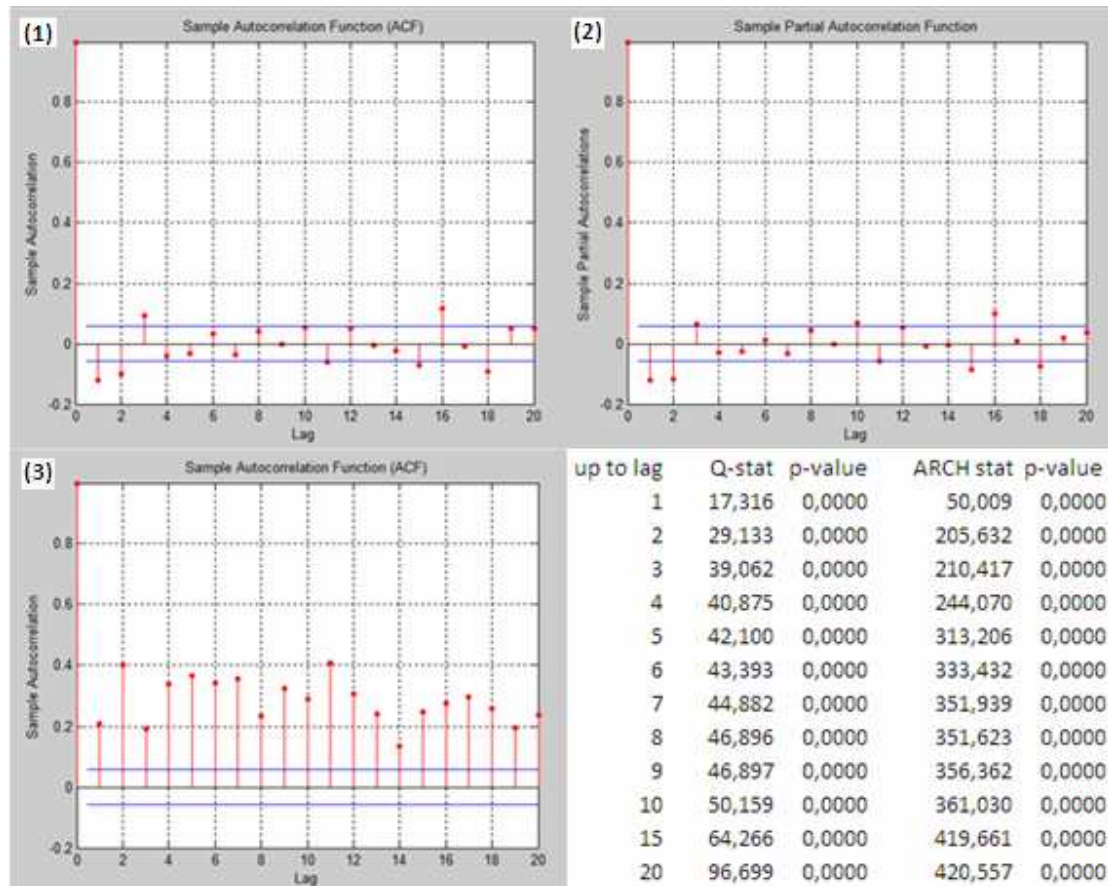
4. Discussão dos resultados

Passo 1: *Eliminação dos efeitos autoregressivos e de heterocedasticidade condicional existentes nas séries*

Para eliminar os efeitos de dependência temporal existentes nas séries procedemos de forma semelhante a outros autores (v.g. Dias, 2004; Gonzalo e Olmo, 2005). Em primeiro lugar, através da análise das funções de autocorrelação, de autocorrelação parcial, e dos testes de Ljung-Box-Pierce e ARCH de Engle, verificámos que de facto todas as séries exibem problemas de dependência temporal (não devendo por isso ser consideradas i.i.d.), quer ao nível da média quer ao nível da variância.

Após o ajustamento de modelos ARMA-GARCH recuperámos as rendibilidades filtradas obtidas na sequência da estimação do modelo pelo método da máxima verosimilhança e efectuámos novamente os testes que descrevemos atrás para verificar que os problemas de dependência temporal foram praticamente corrigidos. A Figura 2, a Figura 3 e a Tabela 1 ilustram o procedimento para o caso do índice accionista norte-americano.

Figura 2 – Índice accionista dos EUA: função de autocorrelação para as rendibilidades (1), função de autocorrelação parcial para as rendibilidades (2), função de autocorrelação para o quadrado das rendibilidades (3), testes Q de Ljung-Box-Pierce e ARCH de Engle (4)



Os vários painéis da Figura 2 sugerem a existência de efeitos AR e ARCH na série. Com base neste diagnóstico ajustou-se um modelo AR(1),AR(10),MA(1)-GARCH(1,1). Os resultados da estimação apresentam-se na Tabela 1.

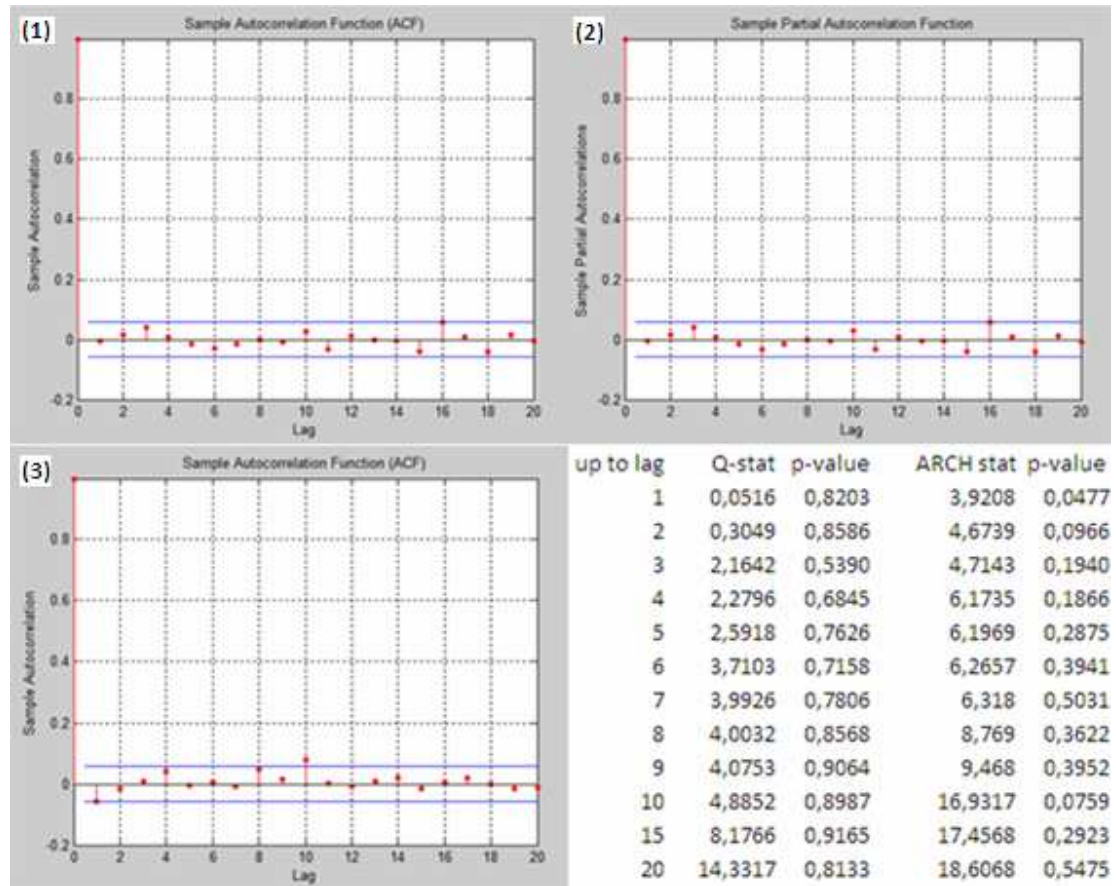
Tabela 1 – Índice accionista dos EUA: modelo AR(1), AR(10), MA(1)-GARCH(1,1) para as rendibilidades

Parâmetro	Valor	Standard Error	Estatística T
C	0,000140	0,000108	1,298
AR(1)	0,578570	0,159720	3,622
AR(10)	0,047314	0,024630	1,921
MA(1)	-0,670000	0,141380	-4,739
K	0,013258	0,000300	4,427
GARCH(1)	0,909530	0,013069	69,594
ARCH(1)	0,081573	0,012561	6,494

C representa a constante associada à equação da média, e K a constante associada à equação da variância. Assumiu-se que o termo de erro do modelo segue uma distribuição gaussiana estandardizada.

A Figura 3 mostra novamente os testes de diagnóstico, desta vez aplicados às rendibilidades filtradas.

Figura 3 – Índice accionista dos EUA: função de autocorrelação para as rendibilidades filtradas (1), função de autocorrelação parcial para as rendibilidades filtradas (2), função de autocorrelação para o quadrado das rendibilidades filtradas (3), testes Q de Ljung-Box-Pierce e ARCH de Engle (4)



Os resultados sugerem que os problemas de dependência temporal do índice accionista norte-americano deixaram de ser relevantes.

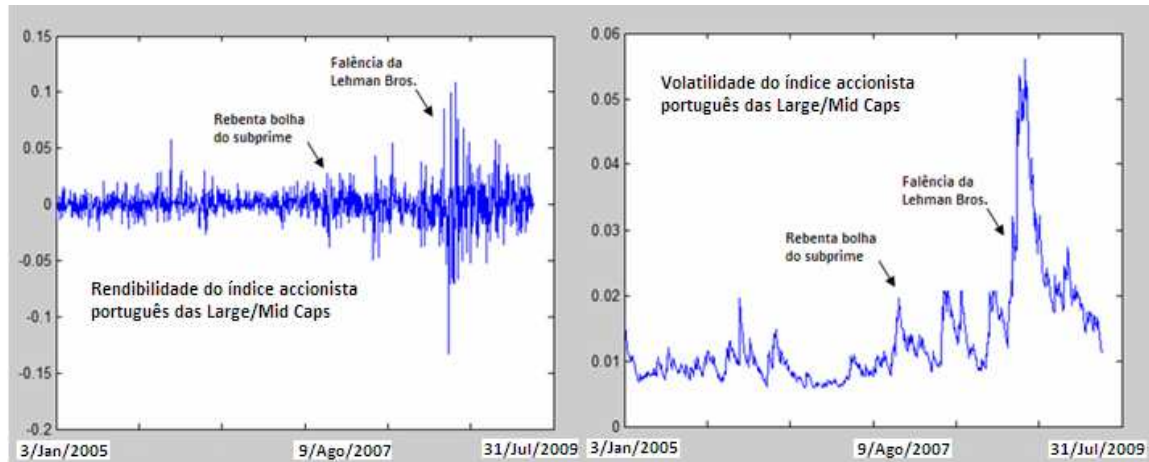
Os modelos ajustados para os restantes índices são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 – Modelos ARMA-GARCH ajustados para os índices representativos dos mercados da amostra

Índice	Modelo ajustado	Log Likelihood
EUA (Stocks)	AR(1),AR(10),MA(1)-GARCH(1,1)	3602,0
EUA (Bonds)	AR(1),AR(5),AR(10),MA(1),MA(5),MA(10)-GARCH(1,1)	6225,0
ALE (LM Caps)	ARMA(1,1)-GARCH(1,1)	3365,9
ALE (S Caps)	AR(15)-GARCH(1,1)	3335,9
ALE (Bonds)	GARCH(1,1)	4309,8
AUS (LM Caps)	AR(15)-GARCH(1,1)	3179,2
AUS (S Caps)	AR(1)-GARCH(1,1)	3397,0
AUS (Bonds)	GARCH(1,1)	4307,9
FIN (LM Caps)	AR(4),MA(4)-GARCH(1,1)	3041,1
FIN (S Caps)	AR(1),AR(15)-GARCH(1,1)	3353,7
FIN (Bonds)	GARCH(1,1)	4307,2
FRA (LM Caps)	AR(4),MA(4)-GARCH(1,1)	3372,4
FRA (S Caps)	AR(15)-GARCH(1,1)	3448,9
FRA (Bonds)	GARCH(1,1)	4308,1
POR (LM Caps)	AR(4),MA(4),MA(16)-GARCH(1,1)	3491,6
POR (S Caps)	AR(1),AR(5),AR(14),AR(15),MA(1),MA(5),MA(14),MA(15)-GARCH(1,1)	3561,5
POR (Bonds)	GARCH(1,1)	4308,2
RU (LM Caps)	AR(1)-GARCH(1,1)	3449,7
RU (S Caps)	AR(15)-GARCH(1,1)	3416,3
RU (Bonds)	GARCH(1,1)	4296,7

Como curiosidade, a Figura 4 mostra a evolução do índice accionista português das “large/mid caps”, nos períodos pré-crise e de crise. O painel da esquerda permite verificar que após o rebentamento da bolha do “subprime” a rendibilidade do índice passou a experimentar oscilações mais acentuadas.

Figura 4 – Evolução do índice accionista português das “large/mid caps”, nos períodos pré-crise e de crise financeira de 2008



Esta situação é reforçada com o painel da direita da Figura 4, em que se nota um aumento da volatilidade do índice (calculada usando o modelo respectivo da Tabela 2) a partir do rebentamento da bolha, e em especial após a declaração de falência do banco Lehman Brothers, em 15/Set/2008.

Passo 2: *Ajustamento de funções de distribuição paramétricas para as séries univariadas*

A Tabela 3 e a Tabela 4 contêm informação relativamente às funções de distribuição seleccionadas para cada série da amostra.

Tabela 3 – Funções de distribuição seleccionadas para as séries univariadas das rendibilidades filtradas (período de acalmia)

Período pré-crise	Distribuição seleccionada	Log Likelihood	AIC	μ - parâmetro localização (std. error)	σ - parâmetro escala (std. error)	v - graus liberdade (std. error)
EUA Stocks	Logistic	870,4	-1736,8	0,0294 (0,0345)	0,5110 (0,0168)	-
EUA Bonds	Logistic	741,7	-1479,4	-0,0278 (0,0286)	0,4218 (0,0138)	-
ALE LM Caps	Logistic	894,6	-1785,2	0,0118 (0,0370)	0,8855 (0,0402)	-
ALE S Caps	Logistic	883,3	-1762,6	0,0098 (0,0354)	0,5225 (0,0171)	-
ALE Bonds	Logistic	893,5	-1783,0	-0,0479 (0,0362)	0,5329 (0,0174)	-
AUS LM Caps	Logistic	885,4	-1766,8	-0,0097 (0,0355)	0,5242 (0,0171)	-
AUS S Caps	Logistic	876,5	-1749,0	0,0167 (0,0346)	0,5136 (0,0168)	-
AUS Bonds	Logistic	893,8	-1783,6	-0,0496 (0,0362)	0,5331 (0,0174)	-
FIN LM Caps	Logistic	875,0	-1746,0	-0,0221 (0,0348)	0,5145 (0,0168)	-
FIN S Caps	Logistic	873,90	-1743,8	0,0063 (0,0343)	0,5101 (0,0168)	-
FIN Bonds	Logistic	893,2	-1782,4	-0,0478 (0,0362)	0,5328 (0,0174)	-
FRA LM Caps	Gaussian	896,3	-1788,6	-0,0057 (0,0373)	0,9535 (0,0264)	-
FRA S Caps	Logistic	886,3	-1768,6	0,0176 (0,0355)	0,5244 (0,0172)	-
FRA Bonds	Logistic	893,8	-1783,6	-0,0497 (0,0362)	0,5332 (0,0174)	-
POR LM Caps	Logistic	880,1	-1756,2	-0,0262 (0,0348)	0,5166 (0,0170)	-
POR S Caps	t	875,1	-1750,2	0,0342 (0,0354)	0,8267 (0,0338)	9,3693 (2,6745)
POR Bonds	Logistic	893,7	-1783,4	-0,0498 (0,0362)	0,5329 (0,0174)	-
RU LM Caps	t	894,4	-1782,8	-0,0162 (0,0369)	0,8959 (0,0378)	17,3091 (9,5259)
RU S Caps	Logistic	882,2	-1760,4	0,0026 (0,0351)	0,5197 (0,0171)	-
RU Bonds	Logistic	895,2	-1786,4	-0,0028 (0,0362)	0,5337 (0,0174)	-

NOTA: a média da função logística corresponde ao parâmetro de localização (μ), e a variância é dada por $\pi^2/3\sigma^2$. Se X segue uma distribuição t com $v > 2$ graus de liberdade, então $(X - \mu)/\sigma$ segue uma distribuição t-student com média 0 e variância igual a $v/(v-2)$. A distribuição de Gumbel (valores extremos) tem média $\mu + \gamma^*\sigma$, em que γ é a constante de Euler, e variância dada por $\pi^*\sigma^2/6$. Para a distribuição gaussiana, a média e a variância são, respectivamente, μ e σ^2 .

Tabela 4 – Funções de distribuição seleccionadas para as séries univariadas das rendibilidades filtradas (período de crise)

Período crise	Distribuição seleccionada	Log Likelihood	AIC	μ - parâmetro localização (std. error)	σ - parâmetro escala (std. error)	v - graus liberdade (std. error)
EUA Stocks	Logistic	733,6	-1463,2	-0,0498 (0,0458)	0,5909 (0,0222)	-
EUA Bonds	t	758,50	-1511,0	0,0643 (0,0475)	0,9265 (0,0441)	5,7523 (1,2083)
ALE LM Caps	Logistic	723,2	-1442,4	-0,0696 (0,0448)	0,5779 (0,0218)	-
ALE S Caps	Logistic	732,3	-1460,6	-0,0816 (0,0466)	0,5948 (0,0221)	-
ALE Bonds	Logistic	729,30	-1454,6	-0,0065 (0,0456)	0,5866 (0,0220)	-
AUS LM Caps	Logistic	727,20	-1450,4	-0,0831 (0,0457)	0,5866 (0,0219)	-
AUS S Caps	Logistic	725,80	-1447,6	-0,0805 (0,0452)	0,5820 (0,0218)	-
AUS Bonds	Logistic	729,50	-1455,0	-0,0038 (0,0456)	0,5870 (0,0220)	-
FIN LM Caps	Logistic	721,40	-1438,8	-0,1059 (0,0445)	0,5746 (0,0216)	-
FIN S Caps	Logistic	728,00	-1452,0	-0,1169 (0,0456)	0,5859 (0,0219)	-
FIN Bonds	Logistic	729,90	-1455,8	-0,0051 (0,0457)	0,5876 (0,0220)	-
FRA LM Caps	Logistic	726,00	-1448,0	-0,0691 (0,0454)	0,5836 (0,0218)	-
FRA S Caps	Logistic	730,20	-1456,4	-0,0768 (0,0462)	0,5912 (0,0220)	-
FRA Bonds	Logistic	729,30	-1454,6	-0,0031 (0,0456)	0,5866 (0,0220)	-
POR LM Caps	t	712,60	-1419,2	-0,1013 (0,0437)	0,8696 (0,0431)	6,8091 (1,7783)
POR S Caps	Logistic	721,90	-1439,8	-0,1182 (0,0447)	0,5758 (0,0216)	-
POR Bonds	Logistic	729,90	-1455,8	-0,0033 (0,0458)	0,5881 (0,0220)	-
RU LM Caps	Logistic	727,5	-1451,0	-0,0727 (0,0457)	0,5862 (0,0219)	-
RU S Caps	Gaussian	728,70	-1453,4	-0,1098 (0,0469)	1,0464 (0,0332)	-
RU Bonds	Logistic	724,90	-1445,8	-0,0249 (0,0455)	0,5834 (0,0217)	-

NOTA: a média da função logística corresponde ao parâmetro de localização (μ), e a variância é dada por $\pi^2/3\sigma^2$. Se X segue uma distribuição t com $v > 2$ graus de liberdade, então $(X - \mu)/\sigma$ segue uma distribuição t-student com média 0 e variância igual a $v/(v-2)$. A distribuição de Gumbel (valores extremos) tem média $\mu + \gamma^* \sigma$, em que γ é a constante de Euler, e variância dada por $\pi^2 \sigma^2/6$. Para a distribuição gaussiana, a média e a variância são, respectivamente, μ e σ^2 .

A função logística é a mais seleccionada das funções propostas. A sua forma não difere muito da forma da função t , mas tem a vantagem de ter um parâmetro a menos, o que favorece a sua escolha pelo método AIC. A escolha desta função sugere a existência de caudas pesadas nas rendibilidades filtradas, o que suporta a crítica de Mandelbrot e Hudson (2004) relativamente à assunção da hipótese gaussiana da teoria financeira ortodoxa. Com efeito, neste estudo a distribuição gaussiana univariada apenas é seleccionada para duas séries: a série “FRA LM Caps” para o período pré-crise e a série “RU S Caps” para o período de crise. A distribuição de Gumbel não é seleccionada em nenhum caso, o que sugere a ausência de assimetria nas rendibilidades filtradas.

Passo 3: *Ajustamento de cópulas para as séries bivariadas das rendibilidades filtradas, para os períodos de acalmia e de crise*

A Tabela 5 e a Tabela 6 mostram os resultados obtidos para as cópulas seleccionadas, para os períodos de acalmia e de crise, respectivamente. São exibidos os parâmetros das cópulas (θ , ν e w), e outras medidas calculadas a partir das cópulas estimadas: o τ de Kendall e os coeficientes caudais assintóticos: λ_U e λ_L .

Por exemplo, a primeira coluna da Tabela 5 refere-se ao período de acalmia e mostra os resultados obtidos para a cópula que modeliza a estrutura de dependência entre a série das rendibilidades filtradas do índice accionista geral dos E.U.A. e a série das rendibilidades filtradas do índice accionista alemão das “large/mid caps”.

Tabela 5 – Cópulas seleccionadas para o período de acalmia

Período pré-crise	EUA/ALE LM Caps	EUA/ALE S Caps	ALE Bonds/ALE LM Caps	EUA/FIN LM Caps	EUA/FIN S Caps	FIN Bonds/FIN LM Caps	EUA/FRA LM Caps	EUA/FRA S Caps	FRA Bonds/FRA LM Caps	EUA/RU LM Caps	EUA/RU S Caps	RU Bonds/RU LM Caps	EUA/POR LM Caps	EUA/POR S Caps	POR Bonds/POR LM Caps	EUA/AUS LM Caps	EUA/AUS S Caps	AUS Bonds/AUS LM Caps
Cópula seleccionada	t-Student	Clay.-Gumb.	t-Student	Clay.-Gumb.	Gaussian	t-Student	Clay.-Gumb.	Clay.-Gumb.	t-Student	Clay.-Gumb.	Gumb.-Surv. Gumb.	t-Student	Gaussian	Gaussian	Clay.-Gumb.	Gaussian	Clay.-Gumb.	t-Student
Log Likelihood	81,5	60,9	57,5	51,3	36,2	41,2	80,7	54,1	64,0	63,1	45,6	79,2	10,3	9,3	106,0	34,2	14,0	65,5
AIC	-159,9	-115,9	-111,0	-96,7	-70,4	-78,4	-155,5	-102,3	-124,0	-120,1	-85,2	-154,3	-18,6	-16,6	-206,0	-66,3	-21,6	-127,0
Depend. Param. (θ_1)	0,4645 (0,0231)	0,3431 (0,0954)	0,3828 (0,0272)	0,2045 (0,0522)	0,3205 (0,0261)	0,3152 (0,0266)	0,3350 (0,0639)	0,4126 (1,2935)	0,4056 (0,0257)	0,3746 (0,2601)	1,3672 (0,1360)	0,4599 (0,0230)	0,1744 (0,0281)	0,1672 (0,0271)	1,3134 (0,2188)	0,3143 (0,0255)	0,1709 (0,3579)	0,3976 (0,0261)
Depend. Param. (θ_2)	-	1,4957 (0,1032)	-	1,6792 (0,1035)	-	-	1,5519 (0,0675)	1,3684 (0,0572)	-	1,4568 (0,0866)	1,1727 (1,0684)	-	-	-	1,4594 (0,0590)	-	1,1690 (0,5532)	-
Depend. Param. (θ_3)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Weight param. (ω_1)	-	0,4154 (0,1102)	-	0,5259 (0,0713)	-	-	0,2693 (0,0846)	0,3320 (0,1174)	-	0,3117 (0,1060)	0,5491 (0,1462)	-	-	-	0,3557 (0,0643)	-	0,5099 (0,2038)	-
Weight param. (ω_2)	-	0,5856 (0,1102)	-	0,4741 (0,0713)	-	-	0,7307 (0,0846)	0,6680 (0,1174)	-	0,6883 (0,1060)	0,4509 (0,1462)	-	-	-	0,6443 (0,0643)	-	0,4901 (0,2038)	-
Weight param. (ω_3)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Deg. of freedom (ν)	13,5505 (4,7681)	-	7,2155 (3,1959)	-	-	6,4395 (1,6008)	-	-	7,8897 (3,3870)	-	-	11,2478 (4,3442)	-	-	-	-	-	4,5029 (0,8258)
Kendall τ	0,3075 (0,0166)	0,2546 (0,0169)	0,2501 (0,0189)	0,2406 (0,0173)	0,2077 (0,0175)	0,2041 (0,0178)	0,2985 (0,0168)	0,2366 (0,0170)	0,2659 (0,0179)	0,2650 (0,0175)	0,2139 (0,0179)	0,3042 (0,0165)	0,1116 (0,0182)	0,1070 (0,0175)	0,3438 (0,0166)	0,2035 (0,0171)	0,1110 (0,0185)	0,2603 (0,0182)
Tail λ_U	0,0362 (0,0278)	0,2400 (0,0317)	0,0909 (0,0382)	0,2318 (0,0272)	-	0,0873 (0,0280)	0,3193 (0,0286)	0,2274 (0,0325)	0,0849 (0,0381)	0,2689 (0,0295)	0,1865 (0,0320)	0,0542 (0,0314)	-	-	0,2526 (0,0300)	-	0,0934 (0,0326)	0,1789 (0,0324)
Tail λ_L	0,0362 (0,0278)	0,0551 (0,0231)	0,0909 (0,0382)	0,0177 (0,0166)	-	0,0873 (0,0280)	0,0340 (0,0160)	0,0619 (0,0253)	0,0849 (0,0381)	0,0490 (0,0272)	0,0875 (0,0279)	0,0542 (0,0314)	-	-	0,2098 (0,0347)	-	0,0088 (0,0088)	0,1789 (0,0324)

Tabela 6 – Cópulas seleccionadas para o período de crise

Período de crise	EUA/ALE LM Caps	EUA/ALE S Caps	ALE Bonds/ALE LM Caps	EUA/FIN LM Caps	EUA/FIN S Caps	FIN Bonds/FIN LM Caps	EUA/FRA LM Caps	EUA/FRA S Caps	FRA Bonds/FRA LM Caps	EUA/RU LM Caps	EUA/RU S Caps	RU Bonds/RU LM Caps	EUA/POR LM Caps	EUA/POR S Caps	POR Bonds/POR LM Caps	EUA/AUS LM Caps	EUA/AUS S Caps	AUS Bonds/AUS LM Caps
Cópula seleccionada	t-Student	Gaussian	t-Student	Gaussian	Gaussian	Gaussian	t-Student	Gaussian	t-Student	Gaussian	Gaussian	t-Student	Gaussian	Frank	t-Student	Gaussian	Gaussian	t-Student
Log Likelihood	85,8	75,3	44,6	50,4	51,4	35,0	88,5	77,7	37,2	81,3	74,6	59,8	31,6	32,4	50,3	46,5	35,9	31,4
AIC	-167,7	-148,5	-85,2	-98,8	-100,8	-67,9	-173,0	-153,5	-70,5	-160,6	-147,2	-115,7	-61,1	-62,9	-96,5	-91,0	-69,9	-58,8
Depend. Param. (θ_1)	0,5386 (0,0241)	0,5142 (0,0236)	0,3973 (0,0293)	0,4276 (0,0266)	0,4333 (0,0248)	0,3619 (0,0291)	0,5485 (0,0239)	0,5208 (0,0225)	0,3654 (0,0307)	0,5297 (0,0232)	0,5095 (0,0227)	0,4592 (0,0281)	0,3454 (0,0271)	2,2392 (0,1941)	0,4189 (0,0280)	0,4150 (0,0265)	0,3674 (0,0272)	0,3268 (0,0311)
Depend. Param. (θ_2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Weight param. (ω_1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Weight param. (ω_2)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Deg. of freedom (ν)	10,7726 (4,5998)	-	10,4533 (4,6451)	-	-	-	11,1548 (5,1321)	-	10,4744 (4,6280)	-	-	8,7167 (3,5077)	-	-	10,5333 (4,3607)	-	-	8,0797 (3,6337)
Kendall τ	0,3621 (0,0182)	0,3438 (0,0175)	0,2601 (0,0203)	0,2813 (0,0188)	0,2853 (0,0175)	0,2357 (0,0198)	0,3696 (0,0182)	0,3487 (0,0168)	0,2382 (0,0210)	0,3554 (0,0174)	0,3404 (0,0168)	0,3037 (0,0201)	0,2245 (0,0184)	0,2373 (0,0187)	0,2751 (0,0196)	0,2724 (0,0186)	0,2395 (0,0187)	0,2120 (0,0210)
Tail λ_U	0,0852 (0,0489)	-	0,0472 (0,0338)	-	-	-	0,0839 (0,0516)	-	0,0404 (0,0337)	-	-	0,0878 (0,0401)	-	-	0,0514 (0,0312)	-	-	0,0601 (0,0340)
Tail λ_L	0,0852 (0,0489)	-	0,0472 (0,0338)	-	-	-	0,0839 (0,0516)	-	0,0404 (0,0337)	-	-	0,0878 (0,0000)	-	-	0,0514 (0,0312)	-	-	0,0601 (0,0340)

Em relação ao período de acalmia, a Tabela 5 permite verificar que a cópula Clayton-Gumbel é a mais escolhida para as séries bivariadas que envolvem o índice accionista dos E.U.A. e o índice accionista “large/mid caps” de outros mercados. É o caso da França, do Reino Unido e da Finlândia. Isto significa que no período de acalmia existe alguma assimetria nas rendibilidades das séries bivariadas. No caso do mercado francês e do Reino Unido, como o peso atribuído à cópula de Gumbel é superior ao da cópula de Clayton¹⁸ isso significa que as rendibilidades das acções cotadas nos E.U.A. e as rendibilidades das maiores empresas cotadas nos mercados francês e do Reino Unido tendem a estar mais correlacionadas em períodos de subidas do que em períodos de quedas dos mercados. Esta situação também é perceptível no valor dos coeficientes caudais assintóticos ($\lambda_U > \lambda_L$), que medem a probabilidade das duas séries subirem ou caírem em simultâneo de forma significativa.

Também para o caso dos índices “small caps” verifica-se que a cópula Clayton-Gumbel é a mais escolhida: é o caso dos mercados da Alemanha, da França e da Áustria.

Outro aspecto relevante que decorre da Tabela 5 é o nível de correlação entre os diversos índices da amostra e o índice dos E.U.A., medido pelo τ de Kendall. Verifica-se que os índices dos mercados mais importantes (Alemanha, Reino Unido e França) apresentam um nível de correlação mais elevado com o índice norte-americano do que os índices dos mercados mais pequenos (Portugal, Áustria e Finlândia). Portugal apresenta mesmo o τ de Kendall mais reduzido de toda a amostra (0,1116), o que reflecte a menor dependência do mercado português face ao norte-americano.

Quanto à estrutura de dependência entre os índices obrigacionistas e os índices accionistas dos diversos países, verifica-se que a cópula t-Student é a que melhor se ajusta para quase todos os mercados (a excepção é o mercado português, com a cópula Clayton-Gumbel), o que sugere a existência de simetria nas rendibilidades entre os índices obrigacionistas e accionistas.

Em relação ao período de crise, a Tabela 6 permite verificar que existe uma característica comum a todas as cópulas estimadas: a existência de simetria nas rendibilidades bivariadas.

¹⁸ Como se pode ver na Tabela 5, para o caso francês a cópula de Clayton tem um peso de 0,2693 e a de Gumbel de 0,7307; no caso do Reino Unido a cópula de Clayton pesa 0,3117 e a de Gumbel 0,6883.

Ao contrário dos resultados obtidos para o período de acalmia, verifica-se que para o período de crise a cópula mais vezes seleccionada para representar a estrutura de dependência entre o índice accionista dos E.U.A. e os índices “large/mid caps” e “small caps” é a cópula gaussiana. Quanto à estrutura de dependência entre os mercados obrigacionistas e accionistas dos diversos países, verifica-se que a cópula t-Student continua a ser a escolhida, à semelhança do que se passa para o período de acalmia.

Outro aspecto relevante que resulta da Tabela 5 e da Tabela 6 é a comparação do τ de Kendall do período de acalmia para o período de crise: verifica-se que para todos os índices accionistas da amostra há um aumento do seu valor, o que sugere a possibilidade de existência de contágio financeiro. Essa possibilidade é avaliada de seguida, no Passo 4.

Passo 4: Testes de hipóteses

A Tabela 7 mostra os resultados do Teste 1. Verifica-se que para todos os mercados é detectada a presença de contágio financeiro.

De forma a construir a função de probabilidade para $\Delta\tau$ foram utilizadas 1000 réplicas no procedimento de *bootstrap* ($R=1000$). Para cada réplica calculou-se um valor para $\Delta\tau$. Depois de se obterem os 1000 valores para $\Delta\tau$, ordenaram-se por ordem crescente para obter a função de probabilidade e para calcular os p-values, considerando como hipótese nula a ausência de contágio ($H_0: \Delta\tau \leq 0$). Os p-values são obtidos num teste unilateral, reflectindo a massa de probabilidade à esquerda do ponto $\Delta\tau = 0$.

Tabela 7 – Resultados do Teste 1. Testa a existência de contágio financeiro

Índices	$\Delta\tau$	$\Delta\tau/\tau$	p-value	Conclusão
Alemanha	0,0546**	17,8%	0,015	Contágio detectado
Reino Unido	0,0904***	34,1%	0,000	Contágio detectado
França	0,0708***	23,7%	0,003	Contágio detectado
Portugal	0,1129***	101,2%	0,000	Contágio detectado
Áustria	0,0689***	33,9%	0,006	Contágio detectado
Finlândia	0,0407*	16,9%	0,058	Contágio detectado

NOTA: *, ** e *** corresponde a um nível de significância de 10%, 5% e 1%, respectivamente.

À excepção dos casos da Alemanha e da Finlândia, em que o contágio é detectado a um nível de significância de 5% e 10%, respectivamente, para os restantes países a transmissão da crise financeira ocorre a um nível de significância de 1%. Para o caso de Portugal verifica-se que o τ de Kendall experimenta uma variação de 101,2%, o que significa que a correlação entre o mercado português e o norte-americano subiu fortemente no período de crise.

Tabela 8 – Resultados do Teste 2. Testa se a intensidade de contágio nos índices “small caps” é idêntica à dos índices “large/mid caps”

Índices	$\Delta\tau$	p-value	Conclusão
Alemanha	-0,0346	0,851	Idêntica intensidade de contágio nos índices "Small Caps" e "Large/Mid Caps"
Reino Unido	-0,0361	0,836	Idêntica intensidade de contágio nos índices "Small Caps" e "Large/Mid Caps"
França	-0,0413	0,890	Idêntica intensidade de contágio nos índices "Small Caps" e "Large/Mid Caps"
Portugal	-0,0174	0,665	Idêntica intensidade de contágio nos índices "Small Caps" e "Large/Mid Caps"
Áustria	-0,0596	0,951	Maior intensidade de contágio no índice "Small Caps"
Finlândia	-0,0369	0,854	Idêntica intensidade de contágio nos índices "Small Caps" e "Large/Mid Caps"

NOTA: *, ** e *** corresponde a um nível de significância de 10%, 5% e 1%, respectivamente.

A Tabela 8 mostra os resultados do Teste 2. Verifica-se que, à excepção da Áustria, não há diferenças estatisticamente significativas de intensidade de contágio entre os índices “large/mid caps” e “small caps”. No entanto, estes resultados não permitem concluir que o principal canal de transmissão da crise é o canal 1 (“fundamental based”), na medida em

que, pelas razões explicadas anteriormente, como as pequenas empresas são mais dependentes do crédito bancário, é possível que os preços das acções destas empresas (“small caps”) tenham reagido de forma sensível devido à actuação dos investidores, que reflectiram de imediato nos preços das acções as notícias negativas vindas dos E.U.A, que significam restrições na concessão de crédito e dificuldades para as “small caps”.

Assim, como este teste não é conclusivo relativamente à definição do canal principal de transmissão da crise, vamos considerar que prevalece o canal 2 (“investor induced”), tal como conclui o estudo de Boyer et al. (2006).

Tabela 9 – Resultados do Teste 3. Testa se o canal 2.1 (“wealth constraints”) prevalece face ao canal 2.2 (“portfolio rebalancing”)

Índices	$\Delta\lambda$	p-value	Conclusão
Alemanha	0	1,000	Principal mecanismo de contágio: "portfolio rebalancing"
Reino Unido	0	1,000	Principal mecanismo de contágio: "portfolio rebalancing"
França	0	1,000	Principal mecanismo de contágio: "portfolio rebalancing"
Portugal	0	1,000	Principal mecanismo de contágio: "portfolio rebalancing"
Áustria	0	1,000	Principal mecanismo de contágio: "portfolio rebalancing"
Finlândia	0	1,000	Principal mecanismo de contágio: "portfolio rebalancing"

NOTA: *, ** e *** corresponde a um nível de significância de 10%, 5% e 1%, respectivamente.

A Tabela 9 mostra os resultados do Teste 3. Verifica-se que em todas os casos a hipótese nula não é rejeitada, o que significa que temos indicação de que o canal 2 é activado preferencialmente por via do mecanismo “portfolio rebalancing”.

Tabela 10 – Resultados do Teste 4. Testa também se o canal 2.1 (“wealth constraints”) prevalece face ao canal 2.2 (“portfolio rebalancing”). Dá indicação da importância do fenómeno “flight to quality”

Índices	$\Delta\lambda$	p-value	Conclusão
Alemanha	0,010	0,381	Principal mecanismo de contágio: “portfolio rebalancing”
Reino Unido	-0,001	0,514	Principal mecanismo de contágio: “portfolio rebalancing”
França	-0,028	0,869	Principal mecanismo de contágio: “portfolio rebalancing”
Portugal	-0,069	0,995	Principal mecanismo de contágio: “portfolio rebalancing” (forte evidência de “flight to quality”)
Áustria	-0,048	0,966	Principal mecanismo de contágio: “portfolio rebalancing” (forte evidência de “flight to quality”)
Finlândia	0,032	0,108	Principal mecanismo de contágio: “portfolio rebalancing”

NOTA: *, ** e *** corresponde a um nível de significância de 10%, 5% e 1%, respectivamente.

A Tabela 10 mostra os resultados do Teste 4. Verifica-se que para todos os países a hipótese nula não é rejeitada, o que sugere mais uma vez que o mecanismo “portfolio rebalancing” prevalece face ao mecanismo “wealth constraints”.

A importância da presença do fenómeno “flight to quality” pode ser avaliada recorrendo ao p-value, como explicámos na secção 3. Quanto maior for o p-value mais significativa é a evidência da presença deste fenómeno.

Verifica-se que no caso de Portugal e da Áustria a presença do fenómeno “flight to quality” é significativa. Um teste uni-caudal à direita com uma significância de 5% dá-nos claramente essa indicação, como se pode deduzir dos dados da Tabela 10.

Para os restantes casos, apesar do teste afastar a presença do canal “wealth constraints”, não nos indica, todavia, que a presença do fenómeno “flight to quality” possa ser relevante, designadamente nos casos da Finlândia e da Alemanha. Isto pode ser interpretado como uma indicação de que o sub-canal 2.2.1 (“cross-market rebalancing”) terá um importância acrescida nestes casos.

5. Conclusão

Os estudos sobre o contágio financeiro nos mercados accionistas consideram essencialmente a existência de dois grandes canais de transmissão das crises financeiras: o canal “fundamental based” (canal 1) e o canal “investor induced” (canal 2). O canal “investor induced” divide-se, por sua vez, em dois sub-canais: o canal “wealth constraints” (canal 2.1) e o canal “portfolio rebalancing” (canal 2.2). Este último pode ainda dividir-se em mais dois sub-canais: o canal “cross-market rebalancing” (canal 2.2.1) e o canal “flight to quality” (2.2.2) (vd. Figura 1).

A literatura económica não é peremptória relativamente à definição dos principais canais de transmissão das crises financeiras. As conclusões dos estudos efectuados neste âmbito não são convergentes, seleccionando umas vezes o canal “fundamental based” e outras o canal “investor induced”. E mesmo em relação ao canal “investor induced” há modelos teóricos que propõem diversas possibilidades, não havendo também em relação a este canal um consenso relativamente ao principal mecanismo transmissor das crises.

Neste estudo pretende-se contribuir para essa discussão. Analisou-se os mecanismos de contágio da crise financeira de 2008, iniciada nos E.U.A. na sequência do rebentamento da bolha do “subprime”, e propagada aos mercados accionistas desenvolvidos da Europa, designadamente aos mercados que constituem a nossa amostra: Alemanha, Reino Unido, França, Portugal, Áustria e Finlândia.

Recorrendo à teoria das cópulas, modelizou-se a estrutura de dependência entre o mercado foco da crise (E.U.A.) e os mercados europeus, para um período de acalmia (que vai desde 3/Jan/2005 a 9/Ago/2007), e para um período de crise (de 9/Ago/2007 a 31/Jul/2009).

Em relação ao período de acalmia, conclui-se que a cópula Clayton-Gumbel é o modelo mais adequado para as séries bivariadas que envolvem o índice accionista dos E.U.A. e o índice accionista “large/mid caps” de outros mercados. Este modelo foi escolhido para os casos da França, do Reino Unido e da Finlândia. Isto significa que no período de acalmia existe alguma assimetria nas rendibilidades das séries bivariadas. No caso do mercado francês e do Reino Unido, como o peso atribuído à cópula de Gumbel é superior ao da cópula Clayton, isso significa que as rendibilidades das acções cotadas nos E.U.A. e as

rendibilidades das acções das maiores empresas cotadas nos mercados francês e do Reino Unido tendem a estar mais correlacionadas em períodos de subidas do que em períodos de quedas dos mercados.

Também para o caso dos índices “small caps” conclui-se que a cópula Clayton-Gumbel é a mais escolhida, nomeadamente para os mercados da Alemanha, da França e da Áustria.

Outro aspecto relevante que foi possível observar é o nível de correlação entre os diversos índices da amostra e o índice dos E.U.A., medido pelo τ de Kendall. Verifica-se que os índices dos mercados mais relevantes (Alemanha, Reino Unido e França) apresentam um nível de correlação mais elevado com o índice norte-americano do que os índices dos mercados mais pequenos (Portugal, Áustria e Finlândia). Portugal apresenta mesmo o τ de Kendall mais reduzido de toda a amostra (0,1116), o que reflecte a menor dependência do mercado português face ao mercado norte-americano.

Quanto à estrutura de dependência entre os índices obrigacionistas e os índices accionistas dos diversos países, conclui-se que a cópula t-Student é a que melhor se ajusta para quase todos os mercados (a excepção é o mercado português, com a cópula Clayton-Gumbel), o que sugere a existência de simetria nas rendibilidades entre os índices obrigacionistas e os accionistas.

Em relação ao período de crise, foi possível verificar que existe uma característica comum a todas as cópulas estimadas: a existência de simetria nas rendibilidades bivariadas. Ao contrário dos resultados obtidos para o período de acalmia, verifica-se que para o período de crise a cópula mais vezes seleccionada para representar a estrutura de dependência entre o índice accionista dos E.U.A. e os índices “large/mid caps” e “small caps” é a cópula gaussiana. Quanto à estrutura de dependência entre os mercados obrigacionistas e accionistas dos diversos países, verifica-se que a cópula t-Student continua a ser a escolhida, à semelhança do que se passa para o período de acalmia.

Recorrendo à técnica de *bootstrap* referida por Trivedi e Zimmer (2005) foi possível calcular os erros-padrão dos parâmetros das cópulas e de outros indicadores extraídos das cópulas, como os coeficientes assintóticos caudais inferior e superior (λ_U e λ_L) e o τ de Kendall. O *bootstrap* serviu ainda de base à realização de quatro testes de hipóteses.

O primeiro desses quatro testes permitiu concluir que todos os mercados accionistas da amostra apresentam sinais de contágio financeiro.

A definição de contágio utilizada neste estudo é a proposta por Forbes e Rigobon (2002). Estes autores consideram que existe contágio financeiro quando se assiste a um “significant increase in cross-market linkages after a shock to an individual country (or group of countries)”. Para medir as “cross-market linkages” utilizámos o τ de Kendall extraído das cópulas estimadas.

Para o caso de Portugal conclui-se que o τ de Kendall experimentou uma variação de 101,2%, o que significa que a correlação (“linkage”) entre o mercado português e o norte-americano subiu fortemente no período de crise, mais do que qualquer outro país da amostra.

O segundo teste permitiu concluir que à excepção da Áustria, não se verificam diferenças estatisticamente significativas de intensidade de contágio entre os índices accionistas “large/mid caps” e “small caps”. No entanto, estes resultados não significam que o principal canal de transmissão da crise é o canal 1 (“fundamental based”), na medida em que como as pequenas empresas são mais dependentes do crédito bancário, é possível que os preços das acções destas empresas (“small caps”) tenham reagido de forma sensível *ex vi* actuação dos investidores, que reflectiram de imediato nas cotações das acções as notícias negativas vindas dos E.U.A, que significam restrições na concessão de crédito e, consequentemente, dificuldades para as “small caps”. Hodorogel (2009) mostra que o número de pequenas e médias empresas que faliu na Roménia na primeira metade de 2008 duplicou face ao período homólogo. Segundo a autora, esta situação deveu-se ao facto do crédito concedido às pequenas e médias empresas ter diminuído 30%.

Assim, pelo facto do segundo teste não permitir tirar conclusões definitivas quanto ao principal canal de contágio, assumimos que o principal canal de transmissão da crise financeira de 2008 nos mercados accionistas desenvolvidos da Europa é o canal 2 (“investor induced”), tal como concluem Boyer et al. (2006) em relação aos mercados accionistas desenvolvidos, no âmbito da crise asiática de 1997.

O terceiro teste permitiu concluir que para todos os mercados accionistas da amostra, o canal “investor induced” é activado preferencialmente por via do mecanismo “portfolio

rebalancing” (canal 2.2). Estes resultados estão em consonância com os de Boyer et al. (2006). Estes autores detectaram que este foi também o principal mecanismo de transmissão da crise asiática de 1997 nos mercados desenvolvidos. Nesse estudo, o mecanismo “wealth constraints” (canal 2.1) mostrou-se apenas relevante para o caso dos mercados accionistas emergentes.

Finalmente, o quarto teste permitiu concluir mais uma vez que o mecanismo “portfolio rebalancing” (canal 2.2) prevalece face ao mecanismo “wealth constraints” (canal 2.1) em todos os mercados da amostra. Estes resultados privilegiam, assim, o modelo teórico de contágio proposto por Kodres e Pritsker (2002).

Além disso, conclui-se que no caso de Portugal e da Áustria a presença do fenómeno “flight to quality” (canal 2.2.2) é significativa. Para os restantes mercados, a presença do canal 2.2.2 parece ser mais ténue, designadamente nos casos da Finlândia e da Alemanha. Isto pode ser interpretado como uma indicação de que o canal 2.2.1 (“cross-market rebalancing”) terá um importância acrescida no caso destes mercados.

Finalmente, considerando as implicações para os investidores, os resultados deste estudo mostram que, no âmbito da crise financeira de 2008, o aumento da correlação e a alteração da estrutura de dependência entre os índices pode ser um sinal para os gestores de carteiras reconsiderarem em termos geográficos as aplicações dos seus activos nos mercados internacionais.

Referências bibliográficas

Aas, K. (2004), *Modelling the Dependence Structure of Financial Assets: A Survey of Four Copulas*, Research Report SAMBA/22/04, Norwegian Computer Center.

Aas, K., C. Czado, A. Frigessi e H. Bakken (2009), *Pair-copula Construction of Multiple Dependence*, Insurance: Mathematics and Economics 44, 170-181.

Ang, A. e G. Bekaert (2002), *International Asset Allocation with Regime Shifts*, Review of Financial Studies 15, 1137-1187.

Ang, A., J. Chen (2002), *Asymmetric Correlations of Equity Portfolios*, Journal of Financial Economics 63, 443-494.

Baig, T. e I. Goldfajn (1998), *Financial Market Contagion in the Asian Crisis*, IMF Working Paper 98/155.

Bekaert, G. e R. Hodrick (1992), *Characterizing Predictable Components in Excess Returns on Equity and Foreign Exchange Markets*, Journal of Finance, 47, 467–509.

Boyer, B., M. Gibson e M. Loretan (1999), *Pitfalls in Tests for Changes in Correlations*, International Finance Discussion paper 597, Board of Governors of the Federal Reserve.

Boyer, B., T. Kumagai e K. Yuan (2006), *How do Crisis Spread? Evidence from Accessible and Inaccessible Stock Indices*, Journal of Finance, 61, 957–1003.

Calvo, G. (1999), *Contagion in Emerging Markets: When Wall Street is a Carrier*, Working paper, University of Maryland.

Calvo S., C. Reinhart (1996), *Capital Flows to Latin America: Is There Evidence of Contagion Effects?* In: Calvo G, Goldstein M, Hochreiter E (eds.) Private Capital Flows to Emerging Markets After the Mexican Crisis, Institute for International Economics, Washington.

Cheung L., C. Tam e J. Szeto (2009), *Contagion of Financial Crisis: A Literature Review of Theoretical and Empirical Frameworks*, Research Note 02/2009, Hong Kong Monetary Authority.

Claessens, S. e K. Forbes (2001), *An Overview of the Issues and the Book*, In: Claessens, S. and Forbes, K. (eds.) International Financial Contagion, Kluwer Academic Publishers.

Clayton, D. (1978), *A Model for Association in Bivariate Life Tables and its Application in Epidemiological Studies of Familial Tendency in Chronic Disease Incidence*, Biometrika 65, 141-151.

- Connolly, R. e A. Wang (2003), *International Equity Market Co-movements: Economic Fundamentals or Contagion?*, Pacific-Basin Finance Journal 11, 23–43.
- Costinot, A., T. Roncalli e J. Teiletche (2000), *Revisiting the Dependence Between Financial Markets with Copulas*, Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1032535>.
- Dias, A. (2004), *Copula Inference for Finance and Insurance*, Doctoral Thesis ETH No. 15283. Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.
- Dungey, M., R. Fry, B. González-Hermosillo e V. Martin (2004), *Empirical Modeling of Contagion: A Review of Methodologies*, IMF Working Paper WP/04/78.
- Dungey, M., R. Fry, B. González-Hermosillo, V. Martin e C. Tang (2008), *Are Financial Crises Alike?*, In: International Workshop on Contagion and Financial Stability, Paris, 30 May.
- Embrechts, P., A. McNeil e D. Straumann (1999), *Correlation: Pitfalls and Alternatives*, Risk, 12, 69–71.
- Embrechts, P., F. Lindskog e A. McNeil (2003), *Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management*, In: Rachev, S. (ed.), Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier, 331-385.
- Engle, R., T. Ito e W. Lin (1990), *Meteor Showers or Heat Waves? Heteroscedastic Intra-Daily Volatility in the Foreign Exchange Market*, Econometrica, 58, 525-542.
- Fisher, R. (1932), *Statistical Methods for Research Workers*, 4th ed., Oliver & Boyd, London.
- Forbes, K. (2002), *Are Trade Linkages Important Determinants of Country Vulnerability to Crises?*, In: Sebastian Edwards and Jeffrey Frankel, eds.: Preventing Currency Crises in Emerging Markets, University of Chicago Press.
- Forbes, K. e R. Rigobon (2002), *No Contagion, only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements*, The Journal of Finance, 57, 2223-2261.
- Frank, M. (1979), *On the Simultaneous Associativity of $F(x,y)$ and $x+y - F(x,y)$* , Aequationes Mathematicae, 19, 194-226.
- Fry, R., V. Martin e C. Tang (2008), *A New Class of Tests of Contagion with Applications*, In: International Workshop on Contagion and Financial Stability, Paris, 30 May.
- Gompers, P. e A. Metrik (2001), *Institutional Investors and Equity Prices*, The Quarterly Journal of Economics, 116, 229-259.

- Gonzalo, J. e J. Olmo (2005), *Contagion Versus Flight to Quality in Financial Markets*, 4th Conference on Extreme Value Analysis, Gothenburg, August.
- Grubel, H. e R. Fadner (1971), *The Interdependence of International Equity Markets*, Journal of Finance, 26, 89–94.
- Gumbel, E. (1960), *Distributions des Valeurs Extremes en Plusieurs Dimensions*, Publications de l’Institut de Statistique de l’Université de Paris 9, 171-173.
- Hodorogel, R. (2009), *The Economic Crisis and its Effects on SMEs*, Theoretical and Applied Economics 05(534), 79-88.
- Horta, P., C. Mendes e I. Vieira (2010a), *Contagion Effects of the Subprime Crisis in the European NYSE Euronext Markets*, Portuguese Economic Journal, (online first).
- Horta, P., C. Mendes e I. Vieira (2010b), *Contagion Effects of the US Subprime Crisis on Developed Countries*, In: Richter C, Caleiro A, Vieira C, Vieira I (eds.) *Globalisation New Challenges: Macroeconomic, International Trade and Financial Issues*, Lambert Academic Publisher (forthcoming).
- Hu, L. (2006), *Dependence Patterns Across Financial Markets: a Mixed Copula Approach*, Applied Financial Economics 16, 717-729.
- Idier, J. (2008), *Long Term vs. Short Term Transmission in Stock Markets: The Use of Markov-switching Multifractal Models*, In: International Workshop on Contagion and Financial Stability, Paris, 30 May.
- Joe, H. (1997), *Multivariate Models and Dependence Concepts*, In: Monographs on Statistics and Applied Probability, 73. Chapman and Hall, London.
- Karolyi, A. e R. Stulz (1996), *Why do Markets Move Together? An investigation of U.S.-Japan Stock Return Co-movements*, Journal of Finance 51, 951–986.
- King, M. e Wadhwani, S. (1990), *Transmission of Volatility Between Stock Markets*, Review of Financial Studies, 3 (1), 5–33.
- King, M., Sentana E, e Wadhwani S. (1994), *Volatility and Links Between National Stock Markets*, Econometrica 62, 901–933.
- Kodres, L. e M. Pritsker (2002), *A Rational Expectations Model of Financial Contagion*, Journal of Finance 57, 769–799.
- Krugman, P. (2009), *O Regresso da Economia da Depressão e a Crise Actual*, Editora Presença.
- Kyle, A. e W. Xiong (2001), *Contagion as a Wealth Effect*, Journal of Finance 56, 1410–1440.

- Lee, L. (1983), *Generalized Econometric Models with Selectivity*, *Econometrica* 51, 507-512.
- Longin, F. e B. Solnik (2001), *Extreme Correlation of International Equity Markets*, *Journal of Finance* 56, 649-676.
- Mandelbrot, B. e R. Hudson (2004), *The (Mis)Behavior of Markets: A Fractal View of Risk, Ruin and Reward*, Basic Books.
- McLeish, D. e C. Small (1988), *The Theory and Applications of Statistical Inference Functions*, In: *Lecture Notes in Statistics*, 44, Springer-Verlag, New York.
- Nelsen, R. (2006), *An Introduction to Copulas*, Springer, New York.
- Patton, A. (2002), *Applications of Copula Theory in Financial Econometrics*, PhD dissertation, University of California, San Diego.
- Pericoli, M. e M. Sbracia (2003), *A Primer on Financial Contagion*, *Journal of Economic Surveys* 17, 571-608.
- Rachev, S., C. Menn e F. Fabozz (2005), *Fat-Tailed and Skewed Asset Return Distributions: Implications for Risk Management, Portfolio Selection, and Option Pricing*, John Wiley & Sons.
- Rodriguez, J. (2007), *Measuring Financial Contagion: a Copula Approach*, *Journal of Empirical Finance* 14, 401-423.
- Ruder, D. (1998), *The Impact of Institutional Investors on Large Corporations*, Remarks Before 27th Annual Corporate Counsel Institute, Chicago.
- Sarabia J. e E. Gómez-Déniz (2008), *Construction of Multivariate Distributions: a Review of Some Recent Results*, *Statistics and Operations Research Transactions* 32, 4-35.
- Schmidt, T. (2006), *Coping with Copulas*, In: Rank, J. (ed.) *Copulas: From Theory to Application in Finance*, Risk Books, London, 3-34.
- Sharpe, W. (1964), *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk*, *Journal of Finance* 19, 425-42.
- Sklar, A. (1959), *Fonctions de Repartition à n Dimensions et Leurs Marges*, In: *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris* 8, 229-231.
- Stambaugh, R. (1995), *Unpublished Discussion of Katolyi and Stulz (1996)*, NBER Universities Research Conference on Risk Management.

Trivedi, P. e D. Zimmer (2005), *Copula Modelling: an Introduction for Practitioners*, Foundations and Trends in Econometrics 1, 1-111.

Yuan, K. (2005), *Asymmetric Price Movements and Borrowing Constraints: A Rational Expectations Equilibrium Model of Crisis, Contagion, and Confusion*, Journal of Finance 60, 379–411.

Anexo A – Conceito Matemático de Cópula

O conceito de cópula foi introduzido por Sklar (1959). Na sua essência uma cópula é uma função de distribuição conjunta de variáveis aleatórias cujas propriedades são as habituais. A sua especificidade reside no facto das variáveis aleatórias marginais seguirem funções de distribuição uniformes no intervalo $[0,1]$.¹⁹

Sklar (1959) mostrou ser possível separar uma função de distribuição conjunta nas suas duas componentes básicas: as funções das variáveis marginais e a função de dependência entre essas variáveis (i.e., a cópula). Uma ferramenta importante para o teorema de Sklar é o resultado fundamental da teoria da geração de números aleatórios, demonstrado por Fisher (1932), que diz que se X for uma variável aleatória contínua com função de distribuição F , então $U = F(X)$ segue uma distribuição uniforme entre 0 e 1, independentemente da forma assumida por F . A variável U é conhecida na literatura como a “transformação integral da probabilidade”²⁰ de X (vd. Patton, 2002). Por outras palavras, uma cópula é uma função que permite ligar as funções de distribuição univariadas à função de distribuição conjunta. Foi devido a esta característica de ligação que Sklar atribuiu o nome de “copula” – palavra de origem latina que significa “ligação”, “junção” (Patton, 2002).

Formalmente o teorema de Sklar diz-nos que qualquer função de distribuição F d -dimensional, com funções de distribuição marginais univariadas $F_1, \dots, F_d$, pode ser escrita do seguinte modo:

$$F(x_1, \dots, x_d) = C(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)), \quad (1)$$

em que C representa a cópula.

¹⁹ Neste estudo utilizamos apenas cópulas contínuas bivariadas, uma vez que analisamos a estrutura de dependência de pares de mercados. As cópulas analisadas têm, assim, domínio no quadrado unitário e contradomínio no intervalo unitário: $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$.

²⁰ “probability integral transform” na terminologia anglo-saxónica.

Alternativamente, se $X = (X_1, \dots, X_d)$ for um vector de variáveis aleatórias, então a função da cópula é dada por:

$$C(u_1, \dots, u_d) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_d^{-1}(u_d)) \quad (2)$$

em que F_i^{-1} representa a inversa da função de distribuição marginal i , e $U_i \sim Unif(0,1)$ (ver demonstração em Nelsen, 2006).

Se derivarmos ambos os membros da Equação 1 em ordem a cada uma das variáveis marginais, obtendo assim as funções de densidade (representadas por letras minúsculas), o papel de estrutura de dependência da cópula torna-se porventura mais claro:

$$\frac{\partial^d F(x_1, \dots, x_d)}{\partial x_1 \dots \partial x_d} = \frac{\partial^d C(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d))}{\partial F_1(x_1) \dots \partial F_d(x_d)} \times \frac{\partial F_1(x_1)}{\partial x_1} \times \dots \times \frac{\partial F_d(x_d)}{\partial x_d} \quad (3)$$

ou

$$f(x_1, \dots, x_d) = c(u_1, \dots, u_d) \times f_1(x_1) \times \dots \times f_d(x_d) \quad (4)$$

A equação anterior permite-nos verificar que se a função de densidade da cópula for neutra, então a função de densidade conjunta é igual ao produto das funções de densidade marginais, o que significa que neste caso todas as variáveis do vector $X = (X_1, \dots, X_d)$ são independentes. Se a função de densidade da cópula não for neutra, então tem que representar necessariamente a relação de dependência entre as variáveis do vector X .

Um outro aspecto importante no teorema de Sklar é que permite uma grande flexibilidade na modelização multidimensional. Por exemplo, conhecendo as funções de distribuição marginais (que não precisam de ser idênticas) e conhecendo a função da cópula (que pode ser escolhida independentemente das distribuições marginais), então a função de distribuição conjunta pode ser obtida directamente pela aplicação do teorema.

Neste estudo como o nosso principal objectivo é a modelização da estrutura de dependência de pares de séries financeiras, então escolhendo as funções de distribuição univariadas adequadas para as marginais, e escolhendo uma cópula adequada para ligar essas variáveis, podemos perceber a estrutura de dependência, o comportamento conjunto ou comovimento, entre as séries usando como *input* para estimar a cópula os pontos que resultam da transformação integral da probabilidade das variáveis marginais.

Isto significa que podemos abdicar sem esforço da modelização gaussiana que, como a literatura tem mostrado, apresenta algumas limitações na aplicação a séries financeiras, dadas as características que caracterizam algumas destas séries, como caudas pesadas ou volatilidade estocástica (efeitos ARCH)). Também ao nível da modelização bivariada vários estudos têm mostrado que a distribuição gaussiana pode não ser a mais adequada em determinadas situações, porque não capta a dependência assimétrica que existe amiúde nas séries bidimensionais. Por exemplo, se as rendibilidades dos activos estiverem mais correlacionadas em períodos de queda dos mercados do que em períodos de alta, a distribuição gaussiana não capta estas situações porque a “cauda inferior” da distribuição é mais “apertada” (i.e., exibe mais correlação *lato sensu*) que a “cauda superior”, que é mais dispersa.

Existe uma variedade extensa de cópulas propostas na literatura (v.g., Nelsen, 2006), mas as mais utilizadas em finanças são normalmente a cópula gaussiana, proposta por Lee (1983), a cópula t-Student e algumas cópulas da família arquimediana, como a cópula de Gumbel (1960), de Clayton (1978) ou de Frank (1979). Estas cópulas têm mostrado ajustar-se razoavelmente às séries financeiras.

Se as variáveis em estudo apresentarem uma estrutura de dependência simétrica, as cópulas gaussiana ou t-Student podem ser adequadas para a sua modelização. Se a dependência for mais vincada na cauda esquerda da distribuição, a cópula de Clayton poderá ser uma boa escolha, tal como a cópula de Gumbel (1960) pode ser uma boa escolha para variáveis com dependência na aba direita (Trivedi e Zimmer, 2005). Refira-se que estas duas cópulas não permitem modelizar estruturas de dependência negativas entre as variáveis, mas isso não constitui um problema para a modelização das rendibilidades de índices de acções, uma vez que a dependência nestes casos é normalmente positiva.

A cópula de Frank é simétrica mas tem algumas vantagens em relação às cópulas gaussianas e t-Student, designadamente permite uma estimação mais simples do parâmetro de dependência na medida em que a sua expressão analítica é simples (explícita). É ainda apropriada para modelizar variáveis com estruturas de dependência fraca nas abas (Trivedi e Zimmer, 2005).

Como exemplo, mostramos as formas funcionais das cópulas de Clayton e de Gumbel²¹:

$$C^{Clayton}(u_1, u_2) = (u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}} \quad (5)$$

em que $\theta \in (0, +\infty)$ representa o parâmetro de dependência entre as variáveis marginais $X_1 = F_1^{-1}(U_1)$ e $X_2 = F_2^{-1}(U_2)$, sendo que F_1 e F_2 representam as funções de distribuição de X_1 e X_2 , respectivamente. À medida que θ se aproxima de 0 as variáveis tornam-se menos dependentes. Portanto, quanto maior for θ maior o grau de dependência entre X_1 e X_2 .

A cópula de Gumbel é dada pela seguinte expressão:

$$C^{Gumbel}(u_1, u_2) = \exp\left(-\left((-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta\right)^{\frac{1}{\theta}}\right) \quad (6)$$

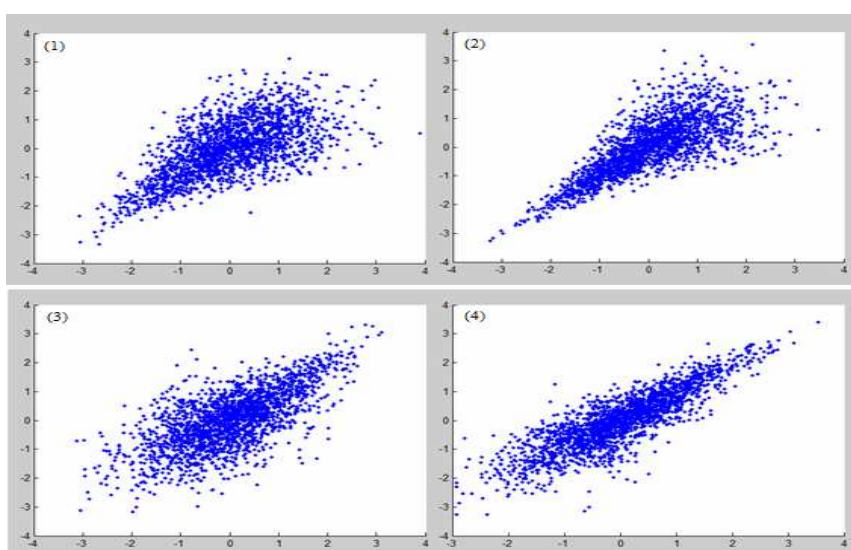
em que o parâmetro de dependência $\theta \in [1, +\infty)$. Se $\theta = 1$ as variáveis X_1 e X_2 são independentes²². À medida que θ aumenta, a dependência entre as variáveis também aumenta.

²¹ As formas funcionais das cópulas que utilizamos neste estudo podem ser obtidas em Schmidt (2006), Trivedi e Zimmer (2005) ou Dias (2004).

²² A cópula independente é dada por $C^{Indep}(u_1, u_2) = u_1 u_2$.

A Figura 5 mostra uma simulação do comportamento das cópulas de Clayton e de Gumbel para parâmetros de dependência distintos. Assumimos que as distribuições marginais são gaussianas estandardizadas.

Figura 5 – Tiragem aleatória de 2000 pontos de distribuições obtidas a partir das cópulas de: (1) Clayton, com $\theta = 1.5$; (2) Clayton, com $\theta = 3$; (3) Gumbel, com $\theta = 2$; (4) Gumbel, com $\theta = 3$. Assumiu-se para cada painel que as variáveis marginais X_1 (eixo das abcissas) e X_2 (eixo das ordenadas) seguem distribuições gaussianas estandardizadas



Note-se que a distribuição do painel 2, baseada na cópula de Clayton, tem os pontos mais concentrados que a do painel 1, i.e. exibe um maior grau de dependência. Além disso, a aba esquerda de cada distribuição baseada na cópula de Clayton é mais “apertada” que a aba direita – onde os pontos se encontram dispersos.

Se a distribuição do painel 1 representasse a estrutura de dependência entre dois mercados num período de acalmia, e a do painel 2 representasse a estrutura de dependência dos mesmos mercados num período de crise, então provavelmente concluiríamos pela existência de contágio financeiro.

Além das cópulas “puras” é ainda habitual utilizarem-se misturas (ver por exemplo Dias, 2004). A mistura de uma Gumbel com uma Clayton, por exemplo, permite captar situações de simetria quase perfeita como de diferentes formas de assimetria.

A forma funcional desta cópula mista é dada por:

$$C^{mix}(u_1, u_2) = w_1 C^{Clayton}(u_1, u_2) + w_2 C^{Gumbel}(u_1, u_2) \quad (7)$$

em que $w_1, w_2 \in [0,1]$ e $w_1 + w_2 = 1$

À medida que o ponderador w_1 tende para 1, a cópula mista tende para a cópula de Clayton, e por conseguinte a dependência na aba esquerda da cópula mista torna-se mais vincada do que a da aba direita. Inversamente, quando w_1 tende para 0, é a aba direita da cópula mista que mais se destaca em termos de dependência. Também é possível à cópula mista captar situações de independência entre as variáveis, o que acontece quando o parâmetro de dependência (θ) da cópula de Clayton é muito próximo de zero e o parâmetro da cópula de Gumbel é igual 1.

Além de caracterizarem integralmente a estrutura de dependência das séries, as cópulas permitem também expressar essa estrutura, que por vezes pode ser complexa, em medidas sintéticas escalares como os “rank correlation”: o τ de Kendall ou o ρ de Spearman (Schmidt, 2006). Os “rank correlations” são também medidas úteis para comparar as estruturas de dependência entre cópulas diferentes. Note-se que apesar de cada cópula possuir o seu próprio parâmetro de dependência (θ), este não é facilmente comparável com o parâmetro de dependência de outras cópulas. Por exemplo, o intervalo de variação do θ de uma cópula de Clayton não é o mesmo que o de uma cópula de Gumbel. Enquanto que o primeiro varia entre $(0, +\infty)$ o segundo varia entre $[1, +\infty)$. Pelo contrário, os “rank correlation” variam sempre entre -1 e 1, e além disso são invariantes a transformações não lineares das variáveis, desde que essas transformações sejam monótonas, o que acontece quando no âmbito da utilização das cópulas efectuamos a transformação integral da probabilidade das variáveis marginais.

Neste estudo utilizamos o τ de Kendall como medida sintética de dependência global entre as séries dos índices accionistas²³. Esta medida pode ser obtida directamente a partir da função de cada cópula, usando a expressão seguinte (Nelsen, 2006):

$$\tau_{Kendall}(X_1, X_2) = 1 - 4 \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial C(u_1, u_2)}{\partial u_1} \frac{\partial C(u_1, u_2)}{\partial u_2} du_1 du_2 \quad (8)$$

Além dos “rank correlation” é ainda habitual utilizar-se os coeficientes caudais assintóticos associados às cópulas (λ_U e λ_L) para medir a dependência (local) entre variáveis nas caudas das distribuições bivariadas. Estes coeficientes medem a probabilidade de uma variável aleatória atingir um valor extremo sabendo que outra variável aleatória atingiu também um valor extremo. Por exemplo, para medir a probabilidade de um índice accionista experimentar uma desvalorização acentuada sabendo que um outro índice desvalorizou bastante, podemos recorrer ao coeficiente caudal assintótico inferior (λ_L), que se define formalmente do seguinte modo (ver, por exemplo, Schmidt, 2006):

$$\lambda_L = \lim_{q \rightarrow 0} P(X_2 \leq F_2^{-1}(q) | X_1 \leq F_1^{-1}(q)) \quad (9)$$

Analogamente, o coeficiente caudal superior define-se por:

$$\lambda_U = \lim_{q \rightarrow 1} P(X_2 > F_2^{-1}(q) | X_1 > F_1^{-1}(q)) \quad (10)$$

²³ Nos testes à existência de contágio, Horta et al. (2010b) utilizam os coeficientes τ de Kendall e ρ de Spearman e verificam que os resultados dos testes não se alteram com a escolha do coeficiente.

Anexo B – Estimação dos parâmetros das cópulas: o método IFM

O método IFM significa “inference functions for margins” (McLeish e Small, 1988) e consiste em estimar os parâmetros do modelo encontrando as raízes de um conjunto de funções de inferência. No caso da estimação por máxima verosimilhança, as funções de inferência são as derivadas parciais do logaritmo da função de verosimilhança (Dias, 2004). Vejamos de forma sintética como funciona o método.

Considere-se o vector $X = (X_1, X_2)_t$ de variáveis aleatórias. O nosso objectivo é estimar os parâmetros do seguinte modelo para X , obtido através do teorema de Sklar (1959):

$$F(x_1, x_2; \beta_1, \beta_2, \theta) = C(F_1(x_1; \beta_1), F_2(x_2; \beta_2); \theta) \quad (11)$$

em que $F_i(x_i; \beta_i)$ é a função de distribuição de X_i com vector de parâmetros β_i , e C é a cópula com parâmetro θ . Este último é um escalar visto que estamos apenas a considerar duas variáveis marginais.

Se derivarmos ambos os membros da Equação 11 em ordem a cada uma das variáveis marginais, obtemos as funções de densidade, representadas por letras minúsculas:

$$\frac{\partial^2 F(x_1, x_2; \beta_1, \beta_2, \theta)}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{\partial^2 C(F_1(x_1; \beta_1), F_2(x_2; \beta_2), \theta)}{\partial F_1(x_1; \beta_1) \partial F_2(x_2; \beta_2)} \times \frac{\partial F_1(x_1; \beta_1)}{\partial x_1} \times \frac{\partial F_2(x_2; \beta_2)}{\partial x_2} \quad (12)$$

ou

$$f(x_1, x_2; \beta_1, \beta_2, \theta) = c(F_1(x_1; \beta_1), F_2(x_2; \beta_2); \theta) \prod_{i=1}^2 f_i(x_i; \beta_i) \quad (13)$$

Logaritmizando, vem:

$$\log f(x_1, x_2; \beta_1, \beta_2, \theta) = \log c(F_1(x_1; \beta_1), F_2(x_2; \beta_2); \theta) + \sum_{i=1}^2 \log f_i(x_i; \beta_i) \quad (14)$$

Supondo que temos n observações de vectores bidimensionais i.i.d. (a nossa amostra),

$$(x_1, x_2)_1, \dots, (x_1, x_2)_n$$

e que as condições de regularidade para as funções de densidade da cópula e das variáveis marginais se encontram satisfeitas, o logaritmo da função de verosimilhança é dado por:

$$\begin{aligned} L(\beta_1, \beta_2, \theta; x) &= \sum_{j=1}^n \log f(x_{1j}, x_{2j}; \beta_1, \beta_2, \theta) = \\ &= \sum_{j=1}^n \log c(F_1(x_{1j}; \beta_1), F_2(x_{2j}; \beta_2); \theta) + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^2 \log f_i(x_{ij}; \beta_i) \end{aligned} \quad (15)$$

O logaritmo da função de verosimilhança para cada uma das variáveis marginais é dado por:

$$L_i(\beta_i; x) = \sum_{j=1}^n \log f_i(x_{ij}; \beta_i), \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

É possível obter uma estimativa de máxima verosimilhança ($\hat{\beta}_i$) para os parâmetros das funções de densidade das variáveis marginais, resolvendo as seguintes equações em ordem aos elementos de β_i :

$$\left(\frac{\partial L_i(\beta_i; x)}{\partial \beta_{i1}} = 0, \dots, \frac{\partial L_i(\beta_i; x)}{\partial \beta_{ip_i}} = 0 \right), \quad i = 1, 2 \quad (17)$$

Em que p_i é o número de elementos do vector β_i , ou seja, o número de parâmetros da função de distribuição da variável aleatória X_i . Por exemplo, se a variável X_i for gaussiana,

o número de parâmetros é dois: média e variância. Se for uma t , o número de parâmetros é três: média, variância e graus de liberdade.

Depois de se obterem as estimativas $\hat{\beta}_i$ dos parâmetros, estes são considerados como dados e introduzidos na Equação 15, obtendo-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} L\left(\theta; x, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) &= \sum_{j=1}^n \log f\left(x_{1j}, x_{2j}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2; \theta\right) = \\ &= \sum_{j=1}^n \log c\left(F_1\left(x_{1j}, \hat{\beta}_1\right), F_2\left(x_{2j}, \hat{\beta}_2\right); \theta\right) + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^2 \log f_i\left(x_{ij}, \hat{\beta}_i\right) \end{aligned} \quad (18)$$

Para estimar o parâmetro de dependência da cópula, $\hat{\theta}$, basta resolver a equação anterior em ordem a θ , ou seja, basta maximizar a função de verosimilhança²⁴:

$$\frac{\partial L\left(\theta; x, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)}{\partial \theta} = 0 \quad (19)$$

O que é equivalente a maximizar a primeira parcela da Equação 18 em ordem a θ . A segunda parcela é constante e não depende de θ .

$$\frac{\partial L(\theta; x)}{\partial \theta} = \frac{\partial \sum_{j=1}^n \log c\left(F_1\left(x_{1j}, \hat{\beta}_1\right), F_2\left(x_{2j}, \hat{\beta}_2\right); \theta\right)}{\partial \theta} = 0 \quad (20)$$

ou

²⁴ Esta maximização foi feita recorrendo ao algoritmo “fmincon” disponível no Matlab.

$$\frac{\partial \sum_{j=1}^n \log c\left(\hat{u}_{1j}, \hat{u}_{2j}; \theta\right)}{\partial \theta} = 0 \quad (21)$$

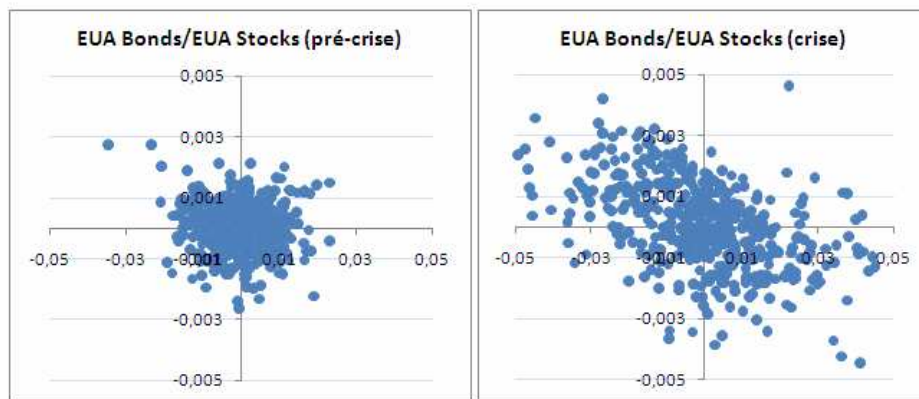
uma vez que

$$u_i = F_i(x_i, \beta_i) \quad i = 1, 2$$

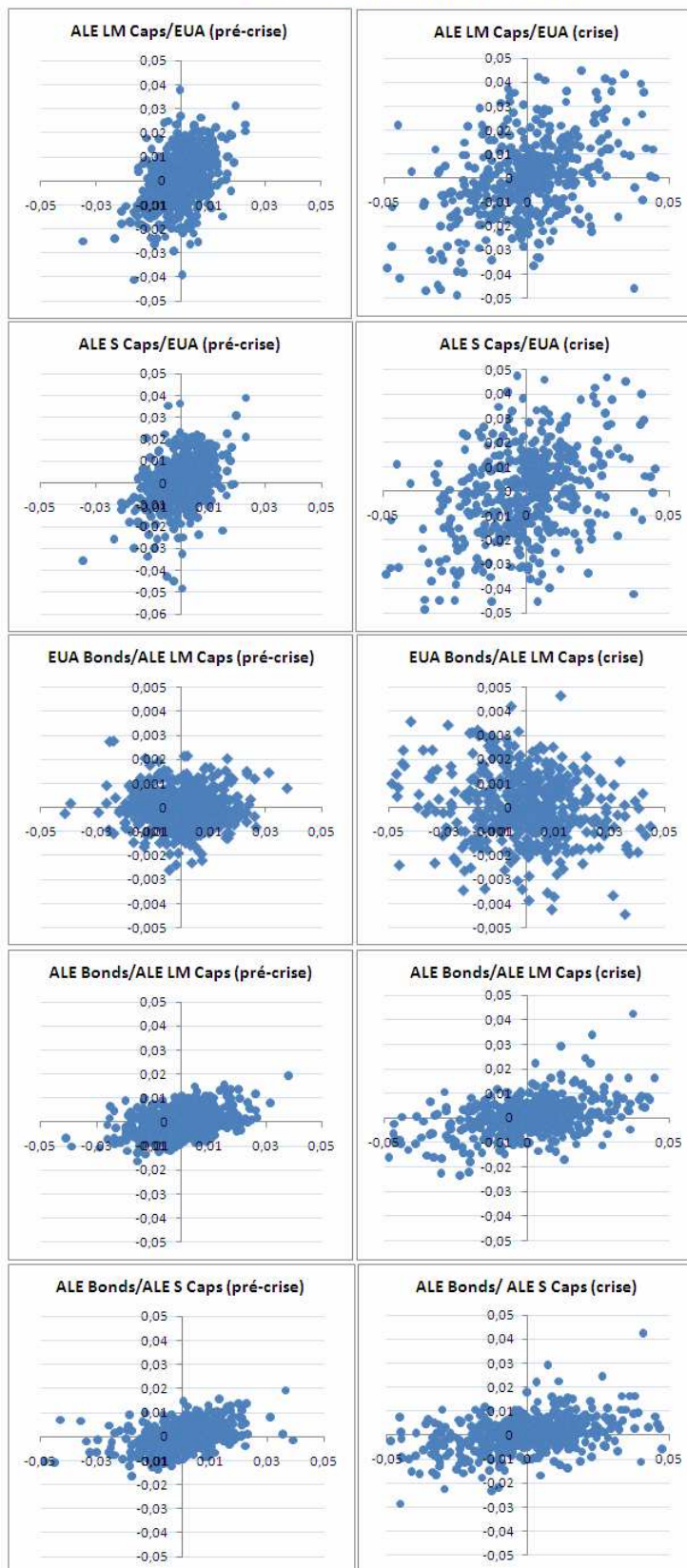
Em resumo, o método IFM consiste em estimar, em primeiro lugar, os parâmetros das funções de distribuição das variáveis marginais e, em segundo lugar, introduzir essas estimativas na função da cópula, para obter uma estimativa do parâmetro de dependência da cópula.

Anexo C – Gráficos de dispersão das rendibilidades das séries originais

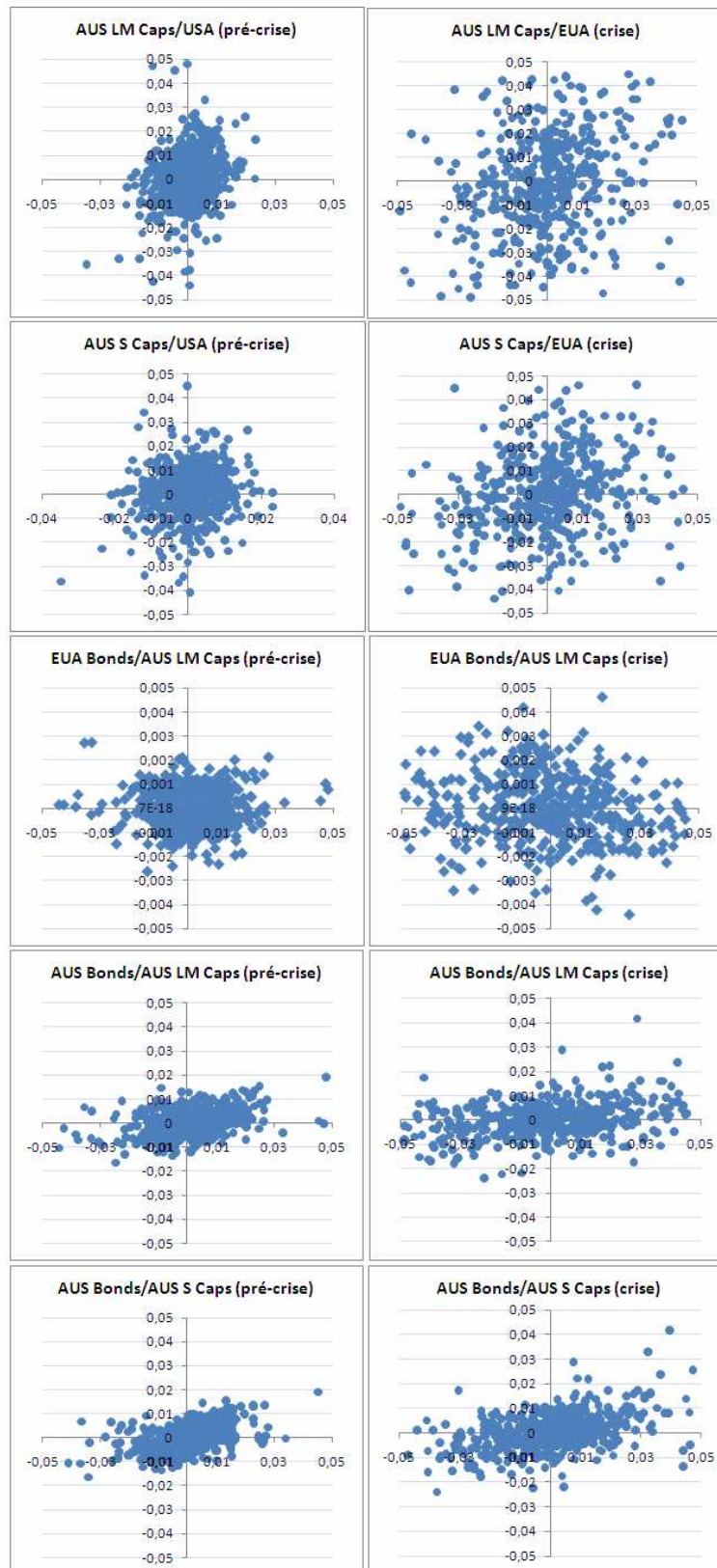
Gráficos de dispersão para os E.U.A.



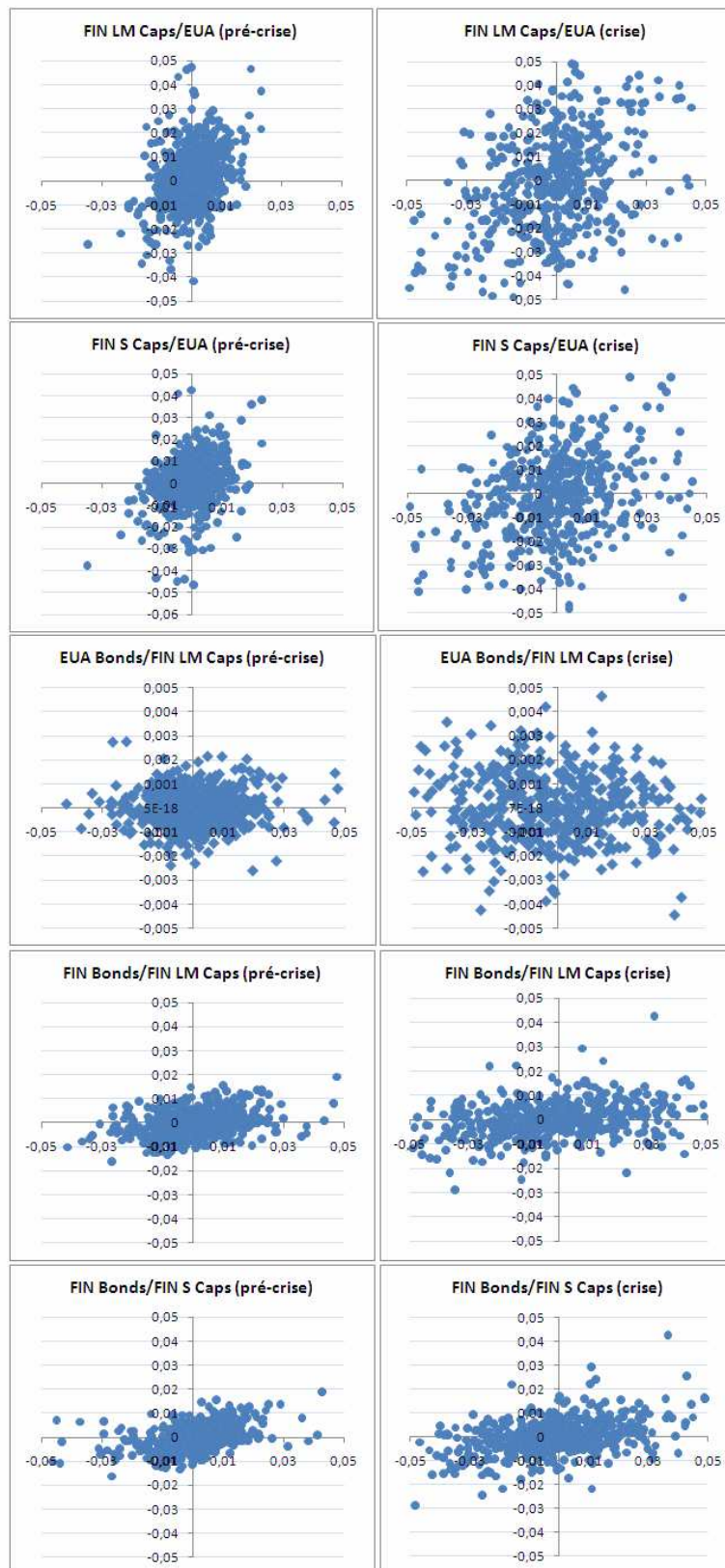
Gráficos de dispersão para a Alemanha



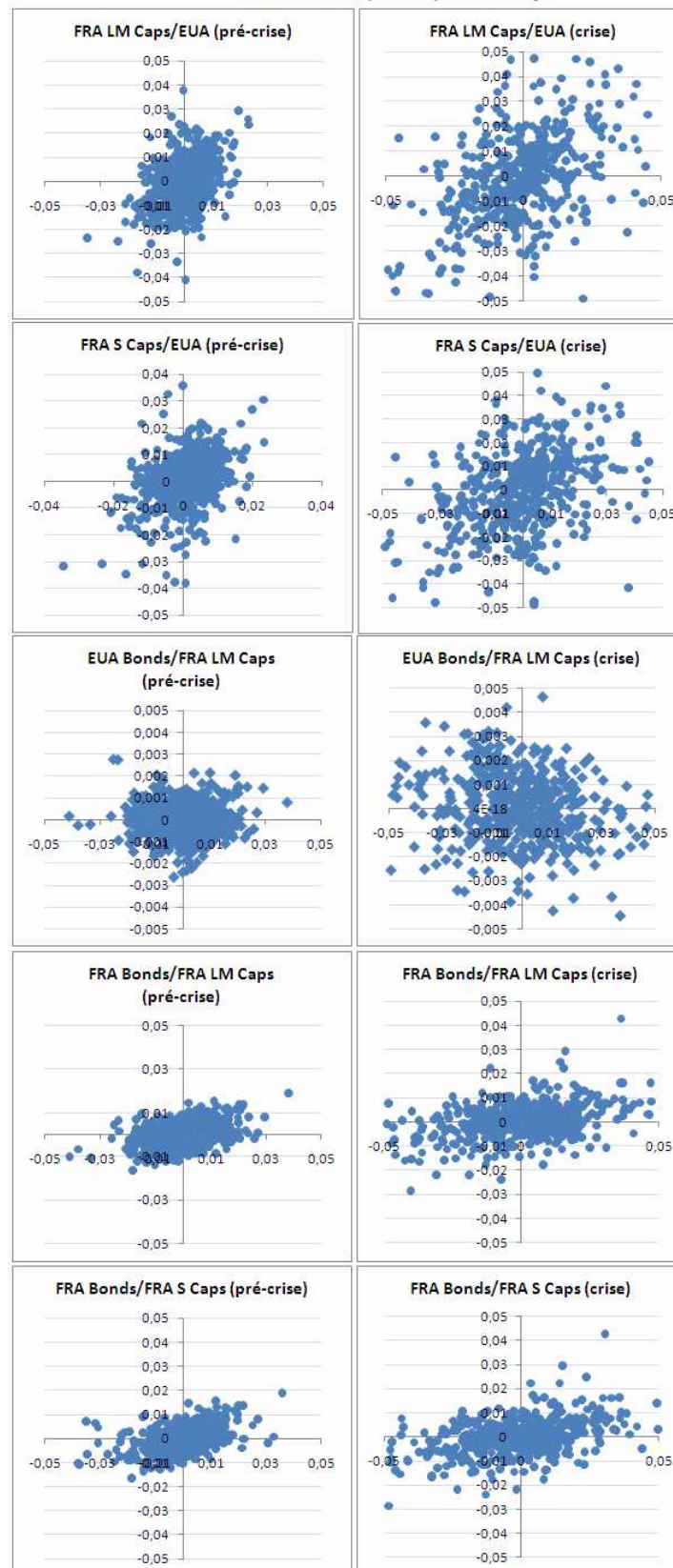
Gráficos de dispersão para a Áustria



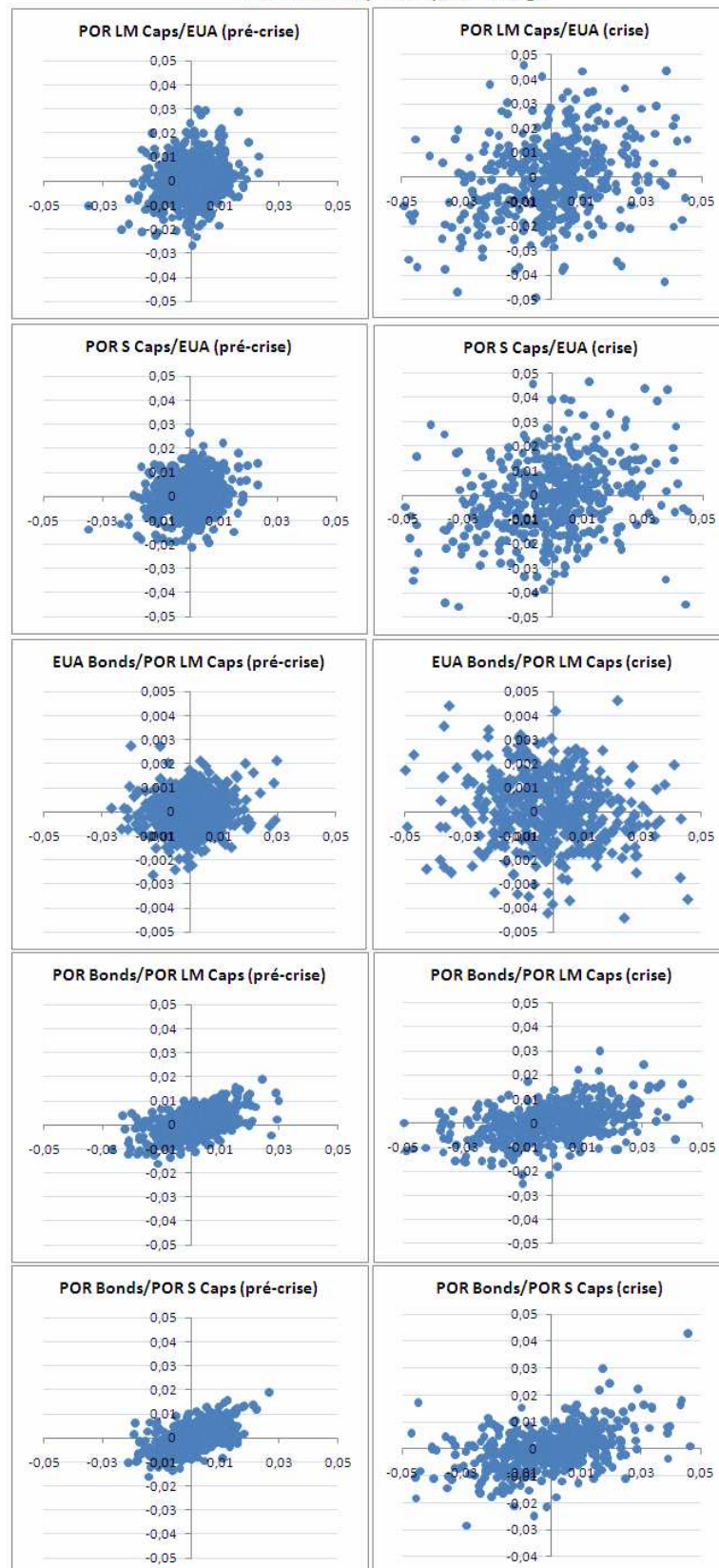
Gráficos de dispersão para a Finlândia



Gráficos de dispersão para a França



Gráficos de dispersão para Portugal



Gráficos de dispersão para o Reino Unido

