ISCTE Business School
Instituto Universitário de Lisboa

IMUNIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS DE EMPRÉSTIMOS À HABITAÇÃO A TAXA FIXA

Luís Filipe Dôres Veiga

Dissertação de Mestrado
em Finanças

Orientador:
Prof. Doutor João Pedro Vidal Nunes, ISCTE-IUL Business School, Departamento de Finanças

Novembro 2010

ISCTE Business School
Instituto Universitário de Lisboa

IMUNIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS DE EMPRÉSTIMOS À HABITAÇÃO A TAXA FIXA

Luís Filipe Dôres Veiga

- Lombada –

Resumo

Na presente tese, analisa-se o modelo actual de imunização do risco de taxa de juro do portfólio de Empréstimos à Habitação a Taxa Fixa (EHTF) de uma das maiores instituições financeiras portuguesas e propõe-se um novo modelo, o qual é baseado no conceito de correspondência de durações (*duration matching*), neste caso, entre a duração de um portfólio de empréstimos à habitação e a duração de um Swap de Taxa de Juro (IRS). O desenvolvimento da análise da duração tem evoluído a um passo muito acelerado no último quarto de século. A sua utilidade como medida de risco de taxa de juro e na construção de portfólios de títulos sensíveis a taxa de juro é inegável e a sua utilização hoje nos mercados financeiros é extensiva.

O modelo proposto é significativamente melhor que o actual em termos de eficiência de imunização, levando a um menor volume de capital em risco devido a alterações das taxas de juro. Esta tese mostra que a duração é um critério muito mais conciso para imunização de portfólios de empréstimos que o termo para a maturidade. As opções de incumprimento e amortização total antecipada pelo cliente, devido à sua insignificância factual, foram ignoradas, simplificando significativamente o modelo. Por último, este modelo providencia aos gestores de portfólios um enquadramento útil para avaliar mais adequadamente o seu portfólio de empréstimos à habitação e para o imunizar mais eficazmente.

Palavras-Chave: Empréstimos à Habitação a Taxa Fixa, Taxa de Juro, Duração, Swaps de Taxa de Juro.

Classificação JEL: G11, G21

Abstract

This thesis analyzes the current model of immunization of interest rate risk of the fixed-rate mortgage portfolio of one of the largest Portuguese financial institutions and proposes a new model, which is based on the concept of duration matching, in this case between the duration of mortgage portfolio and the duration of an Interest Rate Swaps (IRS). The development of duration analysis has proceeded at a very rapid pace over the last quarter century. Its usefulness as a measure of interest rate risk and in the construction of portfolios of interest rate sensitive securities is undeniable and its use in financial markets today is extensive.

The proposed model is significantly better than the actual one in terms of immunization efficiency, leading to less capital at risk due to interest rates changes. The thesis shows that the duration is a much more concise criteria for mortgage portfolio immunization then the term to maturity. Client default and prepayment options, due to factual irrelevance in the bank fixed-rate mortgage portfolio, are ignored, simplifying significantly the model. Lastly, this model provides portfolio managers a useful framework to appraise more appropriately the mortgage portfolio and hedge it more effectively.

Keywords: Fixed Rate Mortgages, Interest Rate, Duration, Interest Rate Swaps.

JEL Classification: G11, G21

… para ti Afonso.

Agradecimentos

Ao meu orientador, o Professor João Pedro Nunes, por todo o seu apoio, disponibilidade e paciência que revelou ao longo de todo este período.

A toda a minha família por toda a motivação que me deram, e em especial à Cláudia, que espero um dia poder compensar de alguma forma pela minha ausência.

À minha entidade patronal, por todo o apoio, especialmente financeiro e no fornecimento das bases de dados, sem os quais não teria sido possível levar este *barco a bom porto*.

Aos meus colegas de trabalho, em especial ao Nuno Pereira, que com os seus contributos me ajudaram na realização deste projecto.

Gostaria de endereçar também o meu agradecimento pelos diversos contributos para a elaboração deste trabalho aos Professores George G. Kaufman, Tom Ho, Frank J. Fabozzi, Shu Ling Chiang, Gordon Roberts, Iraj J. Fooladi, Robert Dunsky e João Miguel Bravo.

Uma palavra de agradecimento também para os funcionários da Biblioteca do ISCTE, que com toda a simpatia e empenho deram uma ajuda inexcedível na extensa recolha bibliográfica.

Índice

Índice de Quadros

Índice de Figuras

Lista de Abreviaturas

EHTF	– Empréstimos à Habitação a Taxa Fixa
LTV	– Loan-To-Value
IRS	– Interest Rate Swap
DM	– Duração de Macaulay
ETTJ	– Estrutura Temporal de Taxas de Juro
LIBOR	– London Interbank Offered Rate
EURIBOR	– Euro Interbank Offered Rate
MDFTF	– Montante em Dívida no Final da Taxa Fixa

Sumário Executivo

A presente tese incide sobre a área das finanças ligada à imunização de portfólios, mais especificamente, portfólios de Empréstimos à Habitação a Taxa Fixa (EHTF). O objectivo do trabalho é o de propor a uma das maiores instituições financeiras portuguesas um novo modelo de gestão de portfólios de EHTF, em detrimento do actual, no que toca à imunização do risco de taxa de juro. O segmento de mercado de Crédito à Habitação a Taxa Fixa (CHTF) é relativamente recente em Portugal, tendo sido criado em 1999 em conjunto com o Euro e com as respectivas taxas de swap. A descida das taxas de juro de referência para o crédito à habitação iniciada nos anos oitenta até ao actual nível de 1%, fez disparar este tipo de crédito em Portugal. Dada a correlação entre a subida das taxas de juro e o aumento da procura de soluções de crédito que minimizem o risco de taxa de juro, ou seja, taxa fixa, este mercado pouco cresceu em Portugal, devido essencialmente à grande disparidade entre a taxa variável (mais baixa) e a taxa fixa. A consequência mais óbvia disto é o peso diminuto nas carteiras dos bancos de CHTF. Agora que as taxas de juro começam a dar sinais de que vão começar a subir fazendo crescer a procura por este segmento de mercado, e dado que este é ainda bastante jovem em Portugal, parece-nos de todo pertinente a abordagem à imunização deste créditos, de forma a que tenham o menor impacto possível no balanço das instituições financeiras.

O método fundamental utilizado para a imunização no modelo proposto foi a duração. A duração tem uma longa história como instrumento de gestão de risco. Inventada por Macaulay em 1938 como alternativa ao termo para a maturidade, a duração representa uma medida mais precisa da dimensão temporal de uma obrigação ou de um título de rendimento fixo. Em 1939, Hicks derivou o equivalente "termo médio" medindo a elasticidade em relação a um factor de desconto. Samuelson, em 1945, também encontrou a duração, ou "período médio" como lhe chamou, como técnica pioneira de imunização de balanços de instituições financeiras. Também Redington introduziu o uso da duração ou "termo médio", tal como lhe chamou, para imunizar balanços contra alterações das taxas de juro, inventando o termo *imunização* nesse contexto. Estes autores aparentemente independentemente inventaram e utilizaram o conceito de duração. Em cada caso, o conceito surgiu em ligação com um problema que estava em resolução, e, na maior parte dos casos, cada um destes economistas deu à duração uma diferente interpretação e um diferente nome. Estes desenvolvimentos originais são indicativos da abrangência de usos nos quais o conceito pode ser utilizado.

O modelo actual de imunização de risco de taxa de juro do portfólio de EHTF da instituição financeira em análise tem como principal componente da sua formulação conceptual o termo para a maturidade. Para isto, segmenta os empréstimos em 8 grupos, tendo por critério o prazo de taxa fixa. Depois de se encontrar o Montante em Dívida no Final da Taxa Fixa (MDFTF) para cada prazo, o montante a imunizar será um ponto intermédio entre aquele montante e o montante de capital vincendo no início da taxa fixa, o que atribui uma grande intuitividade ao modelo. O instrumento utilizado para esta imunização é o Swap de Taxa de Juro (IRS) *plain vanilla*. Os swaps contratados terão como montantes nominais os pontos intermédios intuitivos atrás referidos, e como prazos os respectivos prazos de taxa fixa.

O modelo proposto é baseado no conceito da correspondência de durações (*duration matching*), ou seja, segundo este conceito, um portfólio encontra-se imunizado contra risco de taxa de juro quando a duração dos seus activos é igual à duração dos seus passivos, sendo, neste caso, os activos os EHTF e o passivo um IRS (*plain vanilla* fixo-variável). Apesar da dificuldade em calcular a duração de um EHTF, devido às opções de incumprimento e amortização total antecipada inerentes a este por parte do devedor, que têm sido um dos problemas analíticos mais desafiantes enfrentado pelos investidores nos últimos anos, o modelo foi simplificado pois foram ignoradas essas duas opções por insignificância factual.

A análise aos modelos consistiu num exercício de imunização de três meses, feitos isoladamente, de forma a expor as diferenças dos dois modelos. O modelo proposto é significativamente melhor que o actual em termos de eficiência de imunização, levando a menos capital em risco devido a alterações das taxas de juro. Esta tese mostra que a duração é um critério muito mais conciso para imunização de portfólios de empréstimos que o termo para a maturidade. Por último, este modelo providencia aos gestores de portfólios um enquadramento útil para avaliar mais adequadamente o seu portfólio de empréstimos à habitação e para o imunizar mais eficazmente.

A dissertação encontra-se estruturada em quatro capítulos e uma conclusão. O primeiro capítulo serve de contextualização, onde é feita uma súmula da breve história do CHTF em Portugal. No Capítulo 2 encontramos o enquadramento teórico da dissertação dividido em duas partes, sendo a primeira reservada às principais características de um IRS e a segunda a uma descrição dos vários aspectos da duração, desde da sua evolução histórica, passando pelas suas propriedades, imunização, críticas, entre outros. No Capítulo 3 pode-se encontrar a descrição dos dois modelos, e no Capítulo 4 estão os resultados empíricos resultantes de um exercício aplicado a estes.

Capítulo 1: Contextualização

A oferta de crédito à habitação no mercado português tem vindo nos últimos anos a alargar-se e a tornar-se mais complexa, sendo exemplos disso a generalização de produtos com carência de amortização de capital, diferimento de parte do capital para a maturidade do empréstimo e o aumento dos prazos propostos aos clientes. O segmento de Crédito Habitação a Taxa Fixa (CHTF) é relativamente recente, tendo aparecido com o euro e com a criação das respectivas taxas de swap em 1999. Este pode definir-se como um crédito cuja taxa permanece inalterável durante o prazo para a qual é estabelecida, sendo acrescida de um *spread*. O *spread* é a margem a adicionar ao indexante, neste caso fixo, aplicável à operação. Ele varia em função do nível de *scoring* da operação e da relação financiamento/garantia ou *Loan-To-Value* (LTV). O período de taxa fixa pode ser igual ou inferior à maturidade do empréstimo. Findo o período de taxa fixa, o cliente pode optar por negociar nova fixação ou prosseguir o empréstimo com taxa variável, ou ainda outra modalidade de taxa de juro nas condições à data em vigor.

A "explosão" verificada no crédito à habitação na década de oitenta e noventa, fruto da liberalização introduzida neste sector assim como da inoperância do mercado de arrendamento, associado a uma expansão no poder de compra dos portugueses, foi uma das consequência da descida das taxas de juro (vide Figura 1.1 em Anexo), que no início dos anos oitenta eram superiores a 30% e desceram consecutivamente até ao actual nível de 1%, que é um mínimo histórico. Sendo as taxas de juro aplicadas nos Empréstimos à Habitação a Taxa Fixa (EHTF) normalmente mais altas do que nos empréstimos a taxa variável, este é um mercado pouco apetecível para os consumidores portugueses. Isto está de acordo com a estrutura temporal de taxas de juro (ETTJ), uma vez que quanto maior o prazo maior a taxa (devido, principalmente, à preferência de liquidez e à aversão ao risco de taxa de juro, mas também ao facto de os agentes económico considerarem que no longo prazo o crescimento económico será maior), pois a taxa de juro nos empréstimos a taxa variável é revista habitualmente de 6 em 6 meses ou de 3 em 3 meses, conforme a preferência do consumidor, e os períodos de taxa fixa são de 3, 5 ou 10 anos (prazos mais comuns). Com o diferencial entre as duas modalidades a situar-se, por vezes, em valores próximos dos dois pontos percentuais, dificilmente se conseguirá convencer um consumidor a fixar os juros a pagar durante 20 ou 30 anos. É possível verificar a correlação entre a variação das taxas de juro e os montantes contratados deste tipo de empréstimos (vide Figura 1.2 em Anexo), pelo que se pode concluir que em períodos de subidas das taxas de juro os consumidores preocupam-se muito mais em fixar as taxas por forma a reduzir o risco de taxa de juro.

Por estas razões, o mercado de CHTF tem se mantido com uma expressão quase insignificante nas carteiras das instituições de crédito (vide Figura 1.3 em Anexo). Tendo a amostra utilizada no trabalho uma percentagem substancial da dimensão total do mercado, é certamente um óptimo indicador para a análise deste. O peso deste tipo de empréstimos tem sido diminuto no total de créditos à habitação concedidos pela banca em Portugal, daí que pouca ou nenhuma atenção tem sido dada à imunização destes créditos.

Capítulo 2: Enquadramento Teórico

2.1. Swaps de Taxa de Juro

Um dos maiores componentes do mercado global de derivados e um adjunto natural dos mercados de taxa fixa é o mercado de Swaps de Taxa de Juro (IRS – *Interest Rate Swap*). Os swaps começaram a ser transaccionados em 1981, e eram, na sua fase inicial de desenvolvimento, geralmente produtos personalizados, estruturados por bancos de investimento que juntavam duas contrapartes e ganhavam a comissão de corretagem. Com o passar dos anos, os swaps tornaram-se cada vez mais estandardizados, tendo também ocorrido simultaneamente alguma inovação no design do produto. Os intermediários nas transacções mudaram em grande medida de um corretor, que não tem carteiras próprias, para uma função de negociador (*dealer*), que fornece cotações aos dois lados dos swaps e tem carteira própria. Esta função de negociador expõe os intermediários, principalmente os grandes bancos comerciais e de investimento, a risco de crédito de contraparte.

As grandes posições que os bancos comerciais desenvolveram em swaps e outros produtos relacionados fora de balanço resultaram em preocupações regulatórias sérias acerca da segurança e solidez do sistema bancário como um todo. O Bank for International Settlements reportou que em Dezembro de 2009 o montante global de swaps de taxa de juro activos era de mais de 349 triliões de dólares, uma subida de 40 triliões em relação ao mesmo período de 2007 (vide Figura 2.1 em Anexo)[1].

Os swaps são produtos transaccionados em mercado de balcão (*over-the-counter*) e não são garantidos por uma câmara de compensação ou uma bolsa. Assim, cada parte fica exposta ao risco de falência da outra contraparte. No início do swap, a taxa fixa é estabelecida de tal modo que o valor presente dos pagamentos da parte fixa iguala os da

[1] http://www.bis.org/statistics/derstats.htm

parte variável, para que o valor líquido do swap seja zero. Com o avançar do tempo as taxas de juro alteram-se, pelo que o valor dos pagamentos da parte variável aumenta ou diminui relativamente ao valor presente da parte fixa. Assim, uma contraparte fica *in-the-money*, ou tem uma posição positiva no swap, enquanto a outra fica *out-of-the money* pelo mesmo montante (vide Figura 2.3 em Anexo). Em qualquer ponto no tempo, uma das contrapartes fica exposta ao risco da outra contraparte entrar em incumprimento nos pagamentos subsequentes do swap. O montante de risco em qualquer ponto no tempo é a diferença nos valores presentes dos *cash flows* das partes fixa e variável do swap.

2.1.1. Aspectos Básicos dos IRS

Um IRS é um acordo contratual financeiro entre duas partes, geralmente referidas como contrapartes, no qual cada uma das partes se compromete a fazer uma série de pagamentos de juros à outra por um período acordado baseado num valor teórico (nominal) do contrato, onde a obrigatoriedade de pagamento dos juro de cada parte é determinado pelos termos de contrato de swap. O IRS mais amplamente utilizado é o *plain vanilla* fixo-variável no qual uma contraparte paga uma taxa fixa enquanto a outra paga uma taxa variável (vide Figura 2.4 em Anexo), a qual é tipicamente a London InterBank Offered Rate (LIBOR), apesar de na área do euro se utilizar geralmente a Euro Interbank Offered Rate (EURIBOR).

Na terminologia do mercado de swaps, o pagador de taxa fixa é conhecido como o comprador do swap, o pagador de taxa variável é conhecido como o vendedor e a taxa de juro fixa é conhecida como o preço do swap. O período de tempo sobre o qual os pagamentos de juros são trocados é chamado de maturidade do swap. Uma vez que os pagamentos de juros são calculados sobre o mesmo montante nominal para ambas as partes, não existe o pagamento deste montante entre estas na maturidade. A taxa fixa num IRS é fixa no início deste e serve para toda a vida do swap. A taxa variável é usualmente restabelecida com a mesma frequência dos pagamentos de cupões do swap. Normalmente os swap são postecipados, o que significa que a taxa variável aplicável na próxima data de pagamento iguala o valor do indexante da data do pagamento corrente.

A versão mais comum de um IRS *plain vanilla* é indexada à LIBOR do dólar americano a 6 meses e tem cupões semestrais. Assim, em cada data de pagamento, a diferença entre os pagamentos de juros baseados na taxa de juro fixa e a LIBOR do dólar americano a 6 meses, estabelecida à seis meses atrás, é trocada entre as partes.

2.2. Duração

Desde a introdução do beta na década de 60 que nenhuma variável recebeu tanta atenção da comunidade financeira tal como a duração. Em contraste com o beta, que foi desenvolvido pouco antes de emergir como um instrumento prático, a duração foi desenvolvida no final da década de 30, mas, e apesar de algumas reaparições ocasionais na literatura académica, permaneceu praticamente sem utilização até aos anos 70. Fisher e Weil (1971) mostraram que a duração poderia ser utilizada para imunizar portfólios de obrigações (empréstimos a taxa fixa) contra risco de taxa de juro. Pouco tempo depois, Hopewell e Kaufman (1973) demonstraram que poderia ser usada como medida de risco de preço de obrigações. A duração emergiu agora como uma importante ferramenta para medir e gerir risco de taxa de juro.

2.2.1. Duração de Macaulay

Macaulay (1938) desenvolveu o conceito de duração na sua inovadora análise às taxas de juro e preços de obrigações "*Let us use the word 'duration' to signify the essence of the time element in a loan*" (Macaulay, 1938: 44). Macaulay procurava uma medida que explicasse melhor e mais resumidamente a vida, ou longevidade, de uma obrigação que o seu tempo para a maturidade para explicar o comportamento do preço de uma obrigação. No seu estudo, Macaulay observou que os preços de obrigações de longa maturidade tendem a flutuar mais do que os de curta maturidade, mas existiam excepções. Num exame mais estreito à relação, ele notou que as obrigações com taxas de cupão mais elevadas tendem a ter menos volatilidade do que outras obrigações com a mesma maturidade. Evidentemente, o tempo para a maturidade é uma medida incompleta da vida de uma obrigação clássica (com cupões) devido ao facto de tais obrigações fazerem pagamentos antes da amortização de capital na maturidade. Macaulay recomendou um tempo médio ponderado para cada pagamento da obrigação, tanto para cupões como para capital, onde os ponderadores seriam o valor presente de cada pagamento como percentagem do valor presente total de todos os *cash flows*.

Basicamente, a duração mede a vida média de um título de taxa fixa ou de um portfólio de títulos. É uma medida mais precisa da vida de uma obrigação do que a maturidade porque toma em consideração qualquer *cash flow* que é recebido antes da maturidade. Em geral, quanto mais cedo os *cash flows* são recebidos e maior é o montante, menor é a duração, ou risco de taxa de juro, da obrigação. O cálculo produz um único valor, ao qual se chama duração de Macaulay (DM), que é expresso em unidades de tempo, anos ou meses, que corresponde ao recebimento dos *cash flows*. A Duração de Macaulay, *D*, depende do número de períodos de pagamento de *cash flows* e do intervalo entre eles, assim como do seu tamanho, como também da taxa de juro spot, e foi definida pelo próprio como

$$D = \frac{\sum_{n=1}^{m} \frac{t_n C_n}{(1+r)^{t_n}} + \frac{t_m A_m}{(1+r)^{t_m}}}{\sum_{n=1}^{m} \frac{C_n}{(1+r)^{t_n}} + \frac{A_m}{(1+r)^{t_m}}} \tag{2.1}$$

onde o C_n é o pagamento de cupão no período *n*, o t_n é o tempo em falta para o cupão *n*, A_m é pagamento do capital na maturidade (*m*), e *r* é a taxa de juro *spot* que se considera igual à taxa de juro efectiva (*yield to maturity*).

Tal pode ser definido também como,

$$D = \frac{\sum_{n=1}^{m} \frac{t_n C_n}{(1+r)^{t_n}}}{P} \tag{2.2}$$

Ou, de forma alternativa, por

$$D = \sum_{n=1}^{m} t_n W_n \quad \text{com} \quad W_n = \frac{C_n (1+r)^{-t_n}}{P}, \quad P = \sum_{n=1}^{m} \frac{C_n}{(1+r)^{t_n}} \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{m} W_n = 1 \qquad (2.3)$$

em que C_n é qualquer *cash flow* recebido no período n, W_n é o ponderador no período n, e P é o preço corrente da obrigação.

De referir ainda que o conceito de duração adoptado por Macaulay assenta numa justificação de carácter pragmático e em considerações de natureza intuitiva e não obtido dedutivamente a partir de qualquer modelo teórico base.

2.2.2. Propriedades da duração de Macaulay

A DM tem diversas propriedades, definidas em função dos seus parâmetros (taxa de cupão, taxa de juro e maturidade). Estas propriedades aplicam-se a obrigações de taxa de juro fixo e admite-se que a ETTJ é horizontal (*flat*).

Propr. 1: Tal como o tempo para a maturidade, a duração de uma obrigação com data de maturidade fixa declina com a passagem do tempo, ou seja, *quanto mais a obrigação se aproxima da sua maturidade, menor é a sua duração.*

Propr. 2: *A duração só é igual à maturidade quando estamos perante obrigações que envolvam um único cash flow futuro (como, por exemplo, uma obrigação de cupão zero).*

Propr. 3: *A duração de uma obrigação com cupão* (que, tanto, não seja cupão zero, como perpétua) *é sempre menor que a sua maturidade.*

Propr. 4: *A duração de uma obrigação perpétua é, aproximadamente,* $1+1/r$ ou, mais simplesmente, $1/r$, e é independente da taxa de cupão[2].

Propr. 5: *Quanto maior for a taxa de cupão menor será a duração de uma obrigação,* para a mesma taxa de juro e maturidade. Esta propriedade traduz a relação entre a DM e a taxa de cupão[3].

Propr. 6: Tal como na propriedade anterior, também a relação entre a DM e o nível da ETTJ é inversa. Ou seja, *quanto maior for a taxa de juro (yield to maturity) menor será a duração da obrigação.*

Propr. 7: A relação entre a duração de uma obrigação com cupão e a sua maturidade nem sempre é linear. Como já referido, a duração de uma obrigação de cupão zero iguala a sua maturidade. *Para obrigações emitidas ao par ou a prémio, a duração aumenta a uma taxa decrescente enquanto a maturidade aumenta e se aproxima da duração máxima de uma obrigação perpétua* ($1+1/r$) (vide Figura 2.5 em Anexo).

Propr. 8: *Nas obrigações emitidas a desconto, a duração aumenta mais rapidamente do que as emitidas ao par ou a prémio, até a um máximo*[4] *que é maior do que a*

---

[2] O limite da DM quando esta tende para o infinito é dado pela expressão:

$$\lim_{n\to\infty} D = 1 + \frac{1}{r}$$

Isto deve-se "… à circunstância do pagamento dos cupões ser feito de forma descontínua no tempo, pelo que o investidor deve esperar uma unidade de tempo (neste caso um ano) antes de receber o primeiro *cash flow*. Se admitirmos que as obrigações pagam cupão continuamente demonstra-se, sem surpresa, que o valor limite da duração quando $n \to \infty$ é igual ao inverso da taxa de juro ($1/r$)" (Bravo, 2001: 50).

[3] Isto explica-se com o facto de nas obrigações com cupão elevado o peso dos *cash flows* intermédios ser superior relativamente ao último cupão (que inclui o valor de reembolso), o que reduz a vida média da obrigação, e por outro lado, é resultado das actualizações, que reduzem fortemente os pagamento mais longínquos.

[4] Para obrigações emitidas a desconto, a duração atinge o seu máximo quando

$$n = \frac{1}{r} + \frac{1}{r-c} + \frac{r}{r-c} + \frac{r-c}{cr(1+r)^n}$$

onde n é o termo para a maturidade, r a *yield to maturity* da taxa de juro e c a taxa de cupão, e declina quando o termo para a maturidade é maior que o valor do lado direito da expressão. Os primeiros três termos desta equação são equivalentes à Equação (2.1) como aproximação ao termo da maturidade ao qual a duração está no máximo e já não aumenta com o aumento do termo para a maturidade. Esta *duração de uma obrigação perpétua, e depois decresce até a duração da obrigação perpétua*. Este estranho padrão ajuda a explicar alguns pormenores na avaliação de obrigações que durante muitos anos permaneceram um mistério.

Quadro 2.1: Determinantes da duração de Macaulay

		Obrigações Cotadas		
		Abaixo do Par	Ao Par	Acima do Par
Taxa de Cupão		(-)	(-)	(-)
Yield to Maturity	r	(-)	(-)	(-)
Maturidade	$(T\text{-}t_n)$	(+)	(+)	(+)

2.2.3. Duração como medida de Volatilidade – a "Elasticidade" de Hicks

Apesar do livro de Macaulay ter sido amplamente lido, o seu desenvolvimento da duração tal como definido na Equação (2.1) não foi amplamente aclamado. A duração ficou para ser redescoberta, aparentemente independentemente, várias vezes. Apesar de muitas das descobertas terem sido divulgadas em grandes publicações, nenhuma teve tanta evidência como o desenvolvimento inicial de Macaulay. A duração, e possivelmente toda a área de avaliação de obrigações, aparentemente despertara pouco interesse na altura.

Em 1939, Hicks publicou *Value and Capital*, o seu mais importante trabalho, um ano após Macaulay. Hicks, aparentemente inconsciente do uso da mesma medida por Macaulay, obteve a Equação (2.1) através do cálculo da elasticidade do valor de uma séria de pagamentos em relação ao factor de desconto, $(1+r)^{-1}$, assumindo uma taxa de juro idêntica (horizontal) para todos os prazos. Ele notou que, ao contrário de outras

expressão foi desenvolvida por G. O. Bierwag tal como referido por Hopewell e Kaufman (1973). Quando *n* tende para o infinito, o termo final aproxima-se de zero e a aproximação de Macaulay é obtida.

elasticidades, esta elasticidade não era um número puro mas antes denominado em unidades de tempo. Hicks apelidou-a de “período médio” em que os pagamentos são diferidos do presente. Hicks foi pioneiro na utilização da duração como medida de risco das obrigações de cupão fixo relativamente às variações das taxas de juro. Esta propriedade tem aplicações para estratégias de gestão de portfólios de obrigações e para avaliar *value at risk*: “*the price elasticity of a bond in response to a small change in its yield to maturity is proportional to duration*” (Fooladi e Roberts, 2000: 19). Segundo Hopewell e Kaufman (1973), esta elasticidade pode também ser escrita como:

$$D = -\left[\frac{\Delta P / P}{\Delta r / (1+r)}\right] = -\frac{dP}{dr} \times \frac{(1+r)}{P} \tag{2.4}$$

Reorganizando os termos obtemos:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D \cdot \left[\Delta r / (1+r)\right] \tag{2.5}$$

Isto significa que se as taxas de juro caírem (aumentarem) ligeiramente, o aumento (diminuição) do preço em diferentes obrigações será proporcional às suas durações. Assim, para uma dada alteração (infinitesimal) na taxa de juro, a alteração no preço da obrigação irá ser relativamente maior, quanto maior for a duração da obrigação. Hicks notou que o valor de um activo depende não só da sua maturidade mas também do padrão de tempo dos *cash flows* futuros projectados.

O lado esquerdo da Equação (2.5) é conhecida como a sensibilidade do preço a variações das taxas de juro (r). O lado direito, rácio da DM pelo factor $(1+r)$, ficaria conhecida na literatura por *Duração Modificada* de Macaulay (D_m). A D_m na Equação (2.6) permite-nos confirmar que existe uma relação linear ente a volatilidade dos retornos de uma obrigação e as variações das taxas de juro,

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -D_m \cdot \Delta r \qquad (2.6)$$

Na medida em que a volatilidade do preço é vista como risco de preço, a duração pode ser vista como um indexante de risco para uma dada alteração nas taxas juro. Esta ligação entre a duração de obrigações e a volatilidade do preço tem importantes implicações práticas na gestão de posições de risco.

No entanto, Fisher (2006), depois de uma análise minuciosa ao trabalho de Hicks, descobriu alguns erros importantes no trabalho do autor. Hicks justifica a sua ligação entre a elasticidade e as unidades de tempo[5] com o facto de os juros serem compostos, e assim a taxa de juro para dois anos não ser o dobro da para um ano, pelo que esse tempo não poderia ser eliminado considerando as taxas proporcionais. Fisher considera esta explicação insatisfatória, uma vez que se a unidade de tempo e a frequência de composição são mantidas iguais, a taxa de juro para os dois anos tem de ser exactamente igual à taxa de juro de um ano. Para além de considerar que Hicks errou na distinção entre o montante de juros a receber num período e a própria taxa de juro, Fisher mostra que a “elasticidade” de Hicks na verdade não é uma elasticidade nem é igual à DM, mas é antes um rácio de duas durações: o rácio da duração de uma série de pagamentos com a duração de um pagamento devido no final do período de referência.

Contudo, a Equação (2.5) simplifica a matemática de avaliação de obrigações. Existem três regras básicas amplamente utilizadas na avaliação de obrigações que nos dizem, para uma dada alteração nas taxas de juro, que a alteração proporcional no preço da obrigação vai ser maior:

(1) quanto menor for a taxa de cupão,

(2) quanto menor for a taxa de juro, e

(3) quanto maior for a maturidade.

[5] “*… The reader may … find it rather surprising that an elasticity, usually supposed to be a pure number, independent of unit, turns out to be equal to a length of time.*” (Hicks, 1939: 187).

2.2.4. Duração e Imunização

A imunização é um conjunto de regras para minimizar o impacto de uma alteração das taxas de juro na saúde financeira de uma instituição. A imunização começa por assumir que a saúde de um portfólio presente de um investidor é a diferença entre o valor presente dos recebimentos futuros esperados menos o valor presente dos pagamentos futuros esperados num horizonte finito. A ideia básica da imunização é igualar a elasticidade do valor presente dos recebimentos futuros com a elasticidade do valor presente dos pagamentos futuros, onde a elasticidade é em ordem às alterações nas taxas de juro. Um portfólio diz-se imunizado se a duração média ponderada dos recebimentos é igual à duração média ponderada dos pagamentos (condições de primeira ordem), enquanto a elasticidade média ponderada da duração dos recebimentos é maior do que a elasticidade média ponderada da duração dos pagamentos em relação a alterações nas taxas de juros.

A imunização produz uma importante propriedade matemática: "*by maintaining portfolio duration equal to the amount of time remaining in a planning horizon, the investment manager can lock in (immunize) the initially promised return on a portfolio*" (Bierwag, Fooladi e Roberts, 2000: 130). Pode-se mostrar isto da seguinte forma: se P é o valor inicial de uma obrigação ou portfólio que tem uma *yield to maturity* de r por ano, e se o horizonte de planeamento[6] de q anos é dado, então o valor prometido do portfólio no final dos q anos é $V(r) = (1+r)^q P$. Fazendo a derivada de $V(r)$ em ordem a r, e usando a Equação (2.5), temos

$$V'(r) = q(1+r)^{q-1} P + (1+r)^q \left[-DP \big/ (1+r) \right] = (q-D)(1+r)^{q-1} P \qquad (2.7)$$

[6] É a quantidade de tempo que um investidor espera deter fundos em títulos antes dos requerer para outro qualquer propósito.

Consequentemente, quando $q = D$, então $V'(r) = 0$ e nenhuma alteração pode ocorrer no retorno prometido, $V(r)$, enquanto a duração do portfólio for igual a q, i.e. ao limite do horizonte de planeamento.

De notar que a imunização procura igualar o retorno esperado e não superá-lo. Uma vez que não olha para as taxas de juro futuras, a imunização é uma estratégia passiva que pode ser particularmente atractiva quando existe volatilidade nas taxas de juro e estas têm uma tendência incerta. É uma estratégia que balança reinvestimento e riscos de capital formando uma cobertura contra os efeitos das alterações das taxas de juro.

No início da década de 70, investigadores, incluindo sobretudo actuários mas também economistas e analistas financeiros, expandiram a DM e desenvolveram-lhe utilidades. Numa primeira fase no sector segurador e depois no mercado de obrigações para medir e gerir o risco de taxa de juro, incluindo a eliminação deste risco através da imunização. Contudo, pouca ou nenhuma atenção foi dada às questões de como as taxas de juro se alteram com o tempo e se as medidas seleccionadas para descrever essas mesmas alterações eram teoricamente satisfatórias e consistentes com o equilíbrio dos mercados financeiros, de modo que todos os portfólios de obrigações com durações iguais gerassem retornos iguais por forma a não existirem oportunidades de arbitragem. Começando por Fisher e Weil (1971), Weil (1973) e Ingersoll, Skelton, e Weil (1978), investigadores começam a considerar estes dois factores adicionais. Foi apontado que a DM usando a *yield to maturity* implicitamente assumia uma ETTJ horizontal de tal modo que todos os choques de taxas de juro seriam iguais e aditivos sobre todas as maturidades. Obviamente, tal pressuposto é irrealista.

Em resposta, investigadores rapidamente desenvolveram medidas de duração para incorporar uma mais vasta variedade de choques de taxa de juro (processos estocásticos) para uma variedade de diferentes formas de estruturas temporais. Fisher e Weil (1971), Bierwag (1987), e Bierwag, Kaufman e Toevs (1983), entre outros, desenvolveram medidas de duração para choques específicos e assumidos da estrutura temporal que poderiam ser descritos por um único factor, do tipo multiplicativo. Outros autores desenvolveram durações para processos estocásticos mais complexos descritos por mais do que um factor. Estas medidas de duração eram geralmente derivadas para intervalos de tempo discretos. Subsequentemente, analistas expandiram as medidas de duração para choques de taxa de juro utilizando tempo contínuo e ajustando processos estocásticos actuais *ex-post* em vez de assumir processos específicos *ex-ante*. Apesar destas inovações terem tornado as medidas de duração mais complexas, elas pretendiam torná-las mais realistas, como também gerar resultados mais precisos e úteis.

Outra preocupação que apareceu com autores como Fisher e Weil (1971) prendeu-se com o facto de todas estas medidas serem inconsistentes com o equilíbrio dos mercados financeiros. Contudo, testes empíricos parecem querer sugerir que medidas simples, de factor único, de tempo discreto e com processos estocásticos de não-equilíbrio têm performances tão boas quanto as medidas mais complexas, de tempo contínuo e de equilíbrio, ambas como medidas de risco de preço e para propósitos de imunização.

2.2.4.1. Samuelson

Deve-se a Samuelson (1945) a primeira utilização da duração como técnica de imunização. Samuelson também derivou a Equação (2.1) na análise que fez aos efeitos da alteração das taxas de juro no valor do capital de instituições financeiras. Num discurso muito pouco técnico, Samuelson discute o impacto de alterações da taxa de juro no balanço de várias instituições. O valor de capital ou o valor líquido das instituições financeiras é igual ao valor facial ou valor na maturidade dos seus investimentos em obrigações, e os seus compromissos (passivos) são designados para preservar esse valor. Para instituições cujos passivos não sejam iguais aos recebimentos dos activos, aumentos das taxas de juro podem ser prejudiciais ou benéficas, dependendo dos *inflows* e *outflows* futuros nos quais a instituição esteja comprometida. Se N_n representar os *inflows* projectados e C_n os *outflows*, o valor líquido de uma instituição é

$$V = \sum_{n=1}^{m} N_n (1+r)^{-t_n} - \sum_{n=1}^{m} C_n (1+r)^{-t_n} \tag{2.8}$$

Fazendo a derivada da Equação (2.8) em ordem a *r*, temos

$$\frac{dV}{dr} = -(1+r)^{-1}\left[\sum_{n=1}^{m} N_n (1+r)^{-t_n} - \sum_{n=1}^{m} C_n (1+r)^{-t_n}\right] \tag{2.9}$$

Sendo

$$\overline{N} = \frac{\sum_{n=1}^{m} N_n t_n (1+r)^{-t_n}}{\sum_{n=1}^{m} N_n (1+r)^{-t_n}} \quad \text{e} \quad \overline{C} = \frac{\sum_{n=1}^{m} C_n t_n (1+r)^{-t_n}}{\sum_{n=1}^{m} C_n (1+r)^{-t_n}} \tag{2.10}$$

os *períodos médios* dos activos e passivos, a Equação (2.9) pode ser escrita como

$$dV/dr = -(1+r)^{-1}\left[\overline{N}N - \overline{C}C\right] \tag{2.11}$$

onde $N = \sum_{n=1}^{m} N_n (1+r)^{-t_n}$ e $C = \sum_{n=1}^{m} C_n (1+r)^{-t_n}$. Se $\overline{C}$ é suficientemente grande relativamente a $\overline{N}$, $dV/dr > 0$, o valor líquido da instituição aumentará com as taxas de juro.

O resultado da derivação da Equação (2.8) foi o lado direito da Equação (2.1). Desconhecendo os trabalhos de Macaulay e Hicks, Samuelson denominou esta estatística de *período de tempo médio ponderado* e concluiu que "*Increased interest rates will help any organization whose (weighted) average time of disbursements is greater than the average time period of its receipts*" (Samuelson, 1945: 19).

2.2.4.2. Redington

O actuário britânico F. M. Redington usou uma abordagem semelhante mas mais rigorosa em 1952. Se Samuelson foi pioneiro na utilização da imunização, Redington criou o termo "*… I use the word 'immunization' to signify the investment of the assets in such a way that the existing business is immune to a general change in the rate of interest*" (Redington, 1952: 289). Ao tentar encontrar a afectação de activos e passivos que minimizaria a possibilidade de uma seguradora (ramo vida) ter perdas decorrentes de uma alteração inesperada das taxas de juro, Redington calculou a primeira derivada dos recebimentos (*inflows*) e dos pagamentos (*outflows*) em relação às taxas de juro, tendo chamado às derivadas "termo médio". Sendo A_n os *cash flows* que uma instituição financeira espera receber, e L_n os pagamentos, Redington assume um superavit zero ($A_n - L_n = 0$), tal que

$$V_A(r) = \sum_{n=1}^{m} A_n (1 + r_0)^{-t_n} = V_L(r) = \sum_{n=1}^{m} L_n (1 + r_0)^{-t_n} \tag{2.12}$$

onde r_0 é uma taxa de desconto inicial observada. Redington considera que V_A e V_L são funções de r e escreve-as geralmente como $V_A(r)$ e $V_L(r)$, tal que quando escrito como a série de Taylor temos

$$V_A(r) - V_L(r) = [V_A(r_0) - V_L(r_0)] + (\Delta r)\frac{d(V_A - V_L)}{dr} + \frac{(\Delta r)^2}{2!}\frac{d^2(V_A - V_L)}{dr^2} + \ldots \tag{2.13}$$

onde $\Delta r = r - r_0$. O primeiro termo da expansão desaparece, uma vez que $V_A = V_L$. Assim, para que a condição financeira da instituição $(V_A - V_L)$ esteja imune a alterações das taxas de juro é necessário que $d(V_A - V_L)/dr = 0$ (condição de primeira ordem), o que acontece se

$$\sum_{n=1}^{m} \frac{t_n A_n (1+r)^{-t_n}}{V_A} = \sum_{n=1}^{m} \frac{t_n L_n (1+r)^{-t_n}}{V_L} \tag{2.14}$$

ou que a duração (ou *termo médio*, tal como designado por Redington) dos activos tem de ser igual à duração (ou *termo médio*) dos passivos $(D_A = D_L)$, ou como diz o autor "*… the mean term of the value of the asset-proceeds must equal the mean term of the value of the liability-outgo*" (Redington, 1952: 290).

Como condição de segunda ordem, o autor apresenta $C_A > C_L$, ou seja, a convexidade[7] dos activos tem de ser superior à convexidade dos passivos, ou

$$C_A = \sum_{n=1}^{m} \frac{t_n (t_n + 1) A_n (1+r)^{-t_n - 2}}{V_A} \quad > \quad C_L = \sum_{n=1}^{m} \frac{t_n (t_n + 1) L_n (1+r)^{-t_n - 2}}{V_L} \tag{2.15}$$

Esta condição impõe a existência de um mínimo para o equilíbrio de balanço, $d^2 (V_A - V_L) / dr^2 > 0$. As condições (2.14) e (2.15) são satisfeitas se os *cash flows* A_n e L_n são escolhidos apropriadamente. A condição de segunda ordem justifica-se pela necessidade de se manter o balanço positivo face a variações da taxa de juro (r). Tendo em conta que $D_A = D_L$, é necessário ter uma carteira de activos cuja dispersão (em torno da duração) de *cash flows* dos activos seja superior à dispersão dos *cash flows* do passivo, para que seja garantida a condição de segunda ordem. Pelas palavras do autor, "*… the spread of the value of the asset-proceeds about the mean term should be greater than the spread of the value of the liability-outgo*" (Redington, 1952: 291).

[7] A Convexidade (C) de uma função é dada pela taxa de variação da sua inclinação, que no caso da uma obrigação é a segunda derivada do preço em relação à taxa de juro

$$C = \frac{1}{P} \frac{d^2 P}{dr^2}$$

A convexidade é também uma medida de sensibilidade da duração a alterações da taxa de juro, e adiciona mais um termo à duração modificada, tornando-a mais precisa, o que pode ser visto pela expansão de Taylor de segunda ordem

$$\frac{\Delta P}{P(r_0)} \approx -D_m (r - r_0) + \frac{1}{2} C (r - r_0)^2 = -D_m \Delta r + \frac{1}{2} C \Delta r^2$$

O atraso do reconhecimento do contributo de Redington deveu-se à combinação de alguns factores, como sejam o caso do seu artigo ter causado alguma agitação junto dos actuários britânicos e o facto de ter sido publicado num jornal actuarial e existir um tradicional isolamento dos actuários por parte de economistas e analistas financeiros. Só em 1971 com a publicação de *Coping with the Risk of Interest-Rate Fluctuations* por Fisher e Weil é que a duração atraiu ampla atenção.

2.2.4.3. Fisher e Weil

O trabalho de Fisher e Weil (1971) foi o grande passo seguinte no desenvolvimento e aplicação dos conceitos de duração. A aplicação do conceito de duração à gestão de portfólios de obrigações gerou uma base revolucionária para a racionalização de várias estratégias de gestão de portfólios de obrigações e levou, efectivamente, à incorporação de uma teoria de investimentos em obrigações no desenvolvimento da literatura de investimento de risco.

Tal como já referido, as primeiras versões da teoria da imunização foram dadas por Samuelson (1945) e Redington (1952). Depois de uma série de teste empíricos à imunização, Fisher e Weil referiram que a estrutura temporal horizontal assumida por Redington e implícita na DM era irrealista. Estes autores expandiram a estratégia de imunização a mercados cuja estrutura de prazos não era necessariamente horizontal nem as alterações de taxa de juro idênticas para cada prazo. Assumiram um processo estocástico que, num contexto discreto, implica que taxas de juro de curto prazo flutuam mais ou menos que as de longo prazo, dependendo da curva da estrutura de prazos. Consideraram ainda que a incerteza no modelo é fruto de variações não antecipadas nas taxas de juro (teoria das expectativas puras), mais propriamente de choques do tipo aditivo (choques paralelos) sobre a ETTJ. Um choque estocástico aditivo é aquele que provoca que a ETTJ se mova para cima ou para baixo no mesmo montante aleatório para todos os prazos.

Sob as hipóteses de que as taxas de juro alteram-se no padrão assumido, que o juro é capitalizável continuamente, e que os investidores têm um horizonte de investimento único e fixo, Fisher e Weil desenvolveram as condições sob as quais um portfólio de obrigações, no qual não existe a opção por parte do obrigacionista de entrar em incumprimento, obtém, no mínimo, um retorno no final do período de planeamento que é igual ao prometido na altura em que foi comprado, ou como referido pelos próprios, "*If the realized return on an investment in bonds is sure to be at least as large as the appropriately computed yield to the horizon, then that investment is immunized*" (Fisher e Weil, 1971: 415). A condição de imunização assenta na igualização entre a média[8] ponderada do termo (duração) para cada pagamento, onde os ponderadores são os valores presentes de cada pagamento calculados usando como taxa de desconto a taxa de obrigações de cupão zero, e o tempo remanescente do horizonte de investimento.

Apesar de lhe chamarem duração, como também as semelhanças matemáticas, a medida de Fisher e Weil difere ligeiramente da de Macaulay, sobretudo pelos pressupostos relativos ao comportamento das taxas de juro.

Os resultados de Fisher e Weil podem ser sumarizados tal como se segue. O capital investido em obrigações tem um valor de mercado V_0 no período $n = 0$. Se este capital for investido à taxa de juro anual conhecida hoje, r_0, irá crescer até ao valor $V_0(1+r_0)^q$ até à data futura q, assumindo que a taxa anual, r_0, não se altera até à data q. Mais genericamente, Fisher e Weil permitem que as obrigações que compõe o portfólio tenham *yield to maturity* diferentes, mas os princípios são simplificados assumindo uma única *yield* para todas as obrigações. Se as taxas se alterarem depois da data q, o valor do investimento poderá ser maior ou menor ao inicialmente projectado à taxa r_0. Uma forma de garantir a obtenção do montante $V_0(1+r_0)^q$ na data q, independentemente de alterações nas taxas de juro, é através do investimento em obrigações de cupão zero, todas com maturidade q, mas existem outras estratégias. Considera-se que o investimento inicial afecto a obrigações vai gerar os *cash flows* prometidos nas datas futuras (F_1, F_2, F_3, …). O valor presente deste investimento é

[8] Os autores chamam a esta média de duração devido à sua semelhança matemática com as medidas de Macaulay, Hicks e Redington.

$$V_0(r_0) = \sum_{n=1}^{m} F_n (1+r_0)^{-t_n} \tag{2.16}$$

Em q períodos, a Equação (2.16) irá crescer até

$$V_0(r_0)(1+r_0)^q = \sum_{n=1}^{m} F_n (1+r_0)^{q-t_n} \tag{2.17}$$

se as taxas de juro não se alterarem. Caso elas se alterem para r após o investimento e permanecerem nesse nível até ao período q, então a acumulação até à data q torna-se

$$V_0(r)(1+r)^q = \sum_{n=1}^{m} F_n (1+r)^{q-t_n} \tag{2.18}$$

e a alteração na acumulação devido à alteração da taxa é

$$A(r) = V_0(r)(1+r)^q - V_0(r_0)(1+r_0)^q$$

$$= \sum_{n=1}^{m} F_n \left[(1+r)^{q-t_n} - (1+r_0)^{q-t_n} \right] \tag{2.19}$$

A derivação da Equação (2.19) em relação a r é

$$A'(r) = \sum_{n=1}^{m} F_n \left[(q-t_n)(1+r)^{q-t_n-1} \right] \tag{2.20}$$

Se $[F_1, F_2, F_3, \ldots]$ são escolhidos de tal forma que esta derivada desaparece quando avaliada à taxa r_0, então

$$A'(r_0) = (1 + r_0)^{q-1} \sum_{n=1}^{m} (q - t_n) F_n (1 + r_0)^{-t_n} = 0, \quad \text{ou} \tag{2.21}$$

$$D = q \tag{2.22}$$

onde $D = \sum_{n=1}^{m} t_n F_n (1 + r_0)^{-t_n} / V_0$, conhecida na literatura por *Duração Aditiva de Fisher e Weil*. Além do que, $A''(r_0) > 0$. Assumindo que a data objectivo q corresponde à data planeada de liquidação, uma possível estratégia é aquela na qual o investimento inicial tem a duração igual à data futura planeada q, isto é, uma estratégia de imunização. Esta estratégia claramente deriva da abordagem de Redington onde a futura responsabilidade (passivo) é o montante acumulado, $V_0(r_0)(1 + r_0)^q$, na data q. A estratégia de duração previne que o valor líquido da posição do investimento tome valores negativos.

2.2.5. Duração de um Portfólio de Obrigações

"Na gestão de portfólios de obrigações de cupão fixo, o conceito de duração, também, pode ser usado como um prazo. Nesta acepção, porém, o conteúdo que lhe é atribuído é muito diferente do que foi imaginado por Macaulay. De facto, a duração não é vista como um prazo médio de diferimento dos pagamentos de uma obrigação, mas como o prazo ao fim do qual os efeitos opostos sobre o preço da obrigação e sobre o valor acumulado dos cupões recebidos, provocados por uma única alteração paralela da estrutura intertemporal horizontal das taxas de juro, imediatamente após a compra da obrigação, se compensam" (Ferreira, 1993: 2).

As medidas de duração geralmente são derivadas para títulos individuais, e não para portfólios, apesar da grande maioria das aplicações da duração ser utilizada nos portfólios de obrigações. A literatura, com uma excepção, considerou apenas portfólios nos quais todas as obrigações com a mesma maturidade são avaliadas à mesma taxa de juro, isto é, todas as obrigações são avaliadas na mesma ETTJ.

A duração de um portfólio pode ser derivada da mesma forma que para uma obrigação individual, ou seja, derivando o preço em ordem à taxa de juro. Se considerarmos o portfólio A com j = 1, 2, …n obrigações, onde N_j é o valor nominal e P_j o preço, em percentagem do par, da obrigação j, então

$$A = \sum_{j=1}^{n} N_j P_j \qquad (2.23)$$

Derivando a Equação (2.23) em ordem a r, demonstra-se que a duração de um portfólio de obrigações é dada por

$$D_p = \sum_{j=1}^{n} D_j W_j \quad \text{, onde} \quad W_j = \frac{N_j P_j}{A} \quad \text{e} \quad \sum_{j=1}^{n} W_j = 1 \qquad (2.24)$$

onde D_j representa a duração da $j^{\text{ésima}}$ obrigação. Facilmente se vê que a duração de um portfólio de obrigações mais não é que a média ponderada de cada obrigação, onde os ponderadores correspondem ao peso que cada obrigação tem no portfólio. Uma vez que as durações individuais das obrigações correspondem à DM, estas têm de ter a mesma taxa de juro, para que a sua agregação faça sentido. Pode-se afirmar assim que é incorrecto somar durações de obrigações cujo preço é determinado tendo em conta diferentes ETTJ. De notar que estamos perante obrigações sem risco de crédito, pelo que o *spread* adicionado à ETTJ é nulo. Caso assim não fosse, as diferenças nos *spreads* violariam os pressupostos da Equação (2.24), ou seja, os *cash flows* não seriam todos descontados à mesma taxa de juro.

2.2.6. Críticas à Duração

Tal como qualquer outra teoria, também a duração foi sujeita a uma série de críticas. A primeira, e mais amplamente divulgada, refere-se à ETTJ assumida pela DM. Mais especificamente, o facto do modelo apenas assumir ETTJ horizontais, ou seja, o modelo assume a mesma taxa de juro para todos os prazos, o que é uma limitação teórica fundamental, o que reduz de forma significativa o seu interesse como medida de risco das taxas de juro das obrigações. Este pressuposto foi explicitamente assumido por todos antes de Fisher e Weil, mas depois foi abandonado com o desenvolvimento de medidas para uma variedade de processos estocásticos.

De forma complementar, também o processo estocástico subjacente ao modelo foi criticado, pois apenas admitia choques paralelos sobre a ETTJ. Este pressuposto ignora a possibilidade, que é o que acontece na generalidade dos casos, de os choques terem magnitudes distintas para as diferentes maturidades, o que reduz a eficácia da estratégia de imunização.

A segunda crítica foi mais direccionada ao uso de modelos de duração de factor único (modelo estocástico multiplicativo) do que à própria duração. Defendia que poucos investidores são totalmente avessos ao risco de taxa de juro e que a imunização é apenas um ponto, e possivelmente nem muito interessante, do risco total. Contudo, a ênfase na imunização reflecte aspectos tanto de calculatória, como práticos. Em termos de calculatória, as fórmulas da duração são mais fáceis de derivar, resolvendo através das condições de imunização assumidas por cada processo estocástico. Em termos práticos, a imunização contra o risco de taxa de juro é importante para alguns investidores, tal como para as seguradoras do ramo vida, e para todos os investidores é vista como um meio de obter um retorno sem risco. Vários autores argumentaram ainda que o processo estocástico assumido pelos modelos de duração de factor único é inconsistente com as condições de equilíbrio geral.

Uma outra crítica argumenta que os modelos são completamente determinísticos e não contêm um termo de erro ou residual. Isto ocorre porque os primeiros autores que desenvolveram os modelos não assumiram um processo estocástico ou então assumiram um conhecido com certeza. Contudo, uma vez assumida a incerteza e os processos estocásticos multiplicativos, a necessidade de identificar correctamente o verdadeiro processo tornou-se óbvia. Se identificado incorrectamente, o modelo continha um termo de erro, o qual é chamado de *risco de processo estocástico*. O processo estocástico assumido pode ser obtido ajustando medidas de factor único a observações passadas ou através da escolha de uma medida de factor único com base na experiência ou nas expectativas.

2.2.7. Duração e Gestão de Risco de Taxa de Juro por Instituições Financeiras

O valor de mercado da maior parte das contas de activos e passivos de instituições financeiras são sensíveis a alterações nas taxas de juro de mercado. O valor líquido e os recebimentos líquidos de juros destas instituições são também, consequentemente, sensíveis a alterações das taxas de juro. Como resultado, as instituições financeiras tentam gerir a sua exposição ao risco.

A noção de Redington de escolha de títulos de forma a imunizar o valor líquido de uma instituição sugere que a diferença entre as durações de activos e passivos pode ser utilizada para medir a exposição ao risco de taxa de juro de uma instituição. Bierwag e Kaufman (1985, 1992, 1996) exploraram esta ideia e como ela se aplica a bancos e outras instituições depositárias.

Vamos considerar que o valor líquido de uma instituição é $E(r) = A(r) - L(r)$, onde r é a taxa de juro e A e L são os valores de mercado de activos e passivos, respectivamente. Fazendo a derivada de $E(r)$, expressando os resultados em termos de durações, e rearranjando podemos mostrar a extensão na qual o valor líquido de uma instituição é afectado por pequenas alterações nas taxas de juro.

$$\Delta E = -A(DGAP_E)\Delta r \tag{2.25}$$

onde $DGAP_E(r) = \left[D_A(r) - \frac{L(r)}{A(r)} D_L(r) \right](1+r)^{-1}$. É aparente neste desenvolvimento que os *gaps*[9] de duração podem ser divididos em muitos dos itens tirados do balanço ou

[9] O grau de exposição ao risco de taxa de juro assumido por uma instituição é aproximadamente a diferença, ou "*gap*", entre as durações iniciais dos activos e dos passivos, ou $Gap = D_A - D_L$. Assim, a

mesmo da demonstração de resultados. Bierwag e Kaufman (1992), por exemplo, dividem esses *gaps* de duração para uma medida de recebimento de juros e, usando algumas ideias de Toevs (1983), desenvolvem também um *gap* de duração para recebimento de juros medidos em termos de valores contabilísticos. Para além disso, Bierwag e Kaufman (1996) também mostraram que estes *gaps* de duração podem ser generalizados para incluir o impacto das actividades de uma instituição em vários mercados para derivados financeiros. Estes efeitos são aditivos de modo que, por exemplo, pode escrever-se o *gap* de duração total para o valor líquido como

$$DGAP_E = DGAP_{EO} + DGAP_{EF} + DGAP_{ES} \tag{2.26}$$

onde $DGAP_{EO}$ é o *DGAP* para *E* derivado estritamente do balanço (*on-balance sheet*), o $DGAP_{EF}$ e o $DGAP_{ES}$ representam os componentes aditivos das duas actividades fora do balanço, ou seja, mercado de futuros e de swaps, respectivamente.

A Equação (2.25) mostra que se os activos e os passivos são escolhidos para que $DGAP = 0$, o valor líquido da instituição não é afectado por pequenas alterações das taxas de juro. A partir da Equação (2.26) é claro também que se pode ter em consideração várias contas dentro e fora do balanço como "instrumentos" que podem ser utilizados simultaneamente para afectar determinadas taxas de juro. Isto significa que instituições financeiras não necessitam rebalancear os seus activos e passivos para imunizar o seu valor líquido contra alterações das taxas de juro, pois podem reequilibrar qualquer *DGAP* positivo (negativo) do balanço com o equivalente *DGAP* negativo (positivo) de fora do balanço.

Outra noção, introduzida por Fooladi e Roberts (2004), foi o *Gap de Convexidade* em que a condição suficiente para a cobertura do valor líquido de uma instituição financeira

---

Equação (2.5) pode ser modificada para $\Delta(A-L) = -(DA-DL)\cdot A\cdot \Delta r\cdot (1+r)^{-1}$. Porque as alterações nas taxas de juro afectam mais os preços de títulos com durações longas do que os preços de títulos com durações curtas, um aumento nas taxas de juro irá depreciar mais os preços de mercado dos activos de uma instituição do que os seus passivos, se os activos tiverem uma maior duração que os passivos, o que terá como consequência uma redução no valor líquido da instituição. Se pelo contrário as taxas diminuírem, a instituição terá um aumento no seu valor líquido. Através da gestão do *gap* de duração, uma instituição pode gerir a exposição do seu valor líquido ao risco de taxa de juro.

era que o *gap* de convexidade não podida ser negativo. Os seus resultados, depois de removidos os detalhes de ter os activos e os passivos avaliados a diferentes taxas, podem ser mostrado como

$$\Delta E = -A(DGAP_E)\Delta r + (CGAP_E)A(\Delta r)^2 \tag{2.27}$$

onde $CGAP_E(r) = \left(C_A - \frac{L}{A}C_L\right)(1+r)^2$ é o *gap* de convexidade, e C_A e C_L são as convexidades de activos e passivos, respectivamente, tal com definidas anteriormente.

2.2.8. Duração de um Swap de Taxa de Juro

Uma primeira nota vai para escassa literatura sobre esta temática. Após uma minuciosa pesquisa apenas duas referências bibliográficas foram encontradas, Bierwag e Kaufman (1992) e Albrecht (1994).

Os IRS têm se tornado bastante populares como método de gerir risco de taxa de juro. Uma vez que não são movidas nem quantias nem contas quando o swap é inicialmente montado, o acordo é registado fora do balanço. Contudo, quando as taxas de juro variam, os valores destas contas fora do balanço também mudam e podem afectar as contas do balanço. Assim, os acordos de swap representam activos ou passivos económicos líquidos para a instituição e são parte do balanço económico geral.

2.2.8.1. Parte Variável

Consideremos que a maturidade de um swap tem m períodos, então a série de pagamentos variáveis no acordo consiste em m pagamentos (r_1Q, r_2Q, r_3Q, …, r_mQ), onde o Q é o montante nominal e r_n é a taxa de juro ou de pagamento no acordo para o $n^{\text{ésimo}}$ período. O montante nominal, Q, apenas determina a magnitude de cada *cash flow* e não é transferido de uma parte para outra. Apenas a taxa r_1 é conhecida no início do acordo. As taxas futuras iniciais desconhecidas – r_2, r_3, …, r_m – estão ligadas a um indexante de taxas de juro de curto prazo, tal como as EURIBOR ou as LIBOR. Se o indexante ou taxa de referência for y_n, o swap normalmente específica que $r_n = y_n + k$ para um *spread* específico, k, no acordo. Subsequentemente, alterações no indexante são transferidas para a taxa de pagamento de acordo com a fórmula $\Delta r_n = b\Delta y_n$.

Assume-se, para o swap especificado acima, que $b = 1$. Assume-se também que existe uma série de taxas futuras esperadas que são todas idênticas, isto é, $r_2 = r_3 = \ldots = r_m = r$. Então, a série de recebimentos esperados no início do acordo pode ser visto como (r_1Q, rQ, rQ, …, rQ). Se as taxas futuras esperadas são iguais à taxa corrente, r_1, o valor descontado da série de recebimentos variáveis pode ser apresentado como

$$V_V(r_1) = r_1 Q \sum_{n=1}^{m} (1 + r_1)^{-t_n} \tag{2.28}$$

De notar que as taxas de desconto e de pagamento são as mesmas, pelo que a série é avaliada ao par. Se for esperada uma alteração no indexante antes do fim do primeiro período e se o ajustamento à taxa de juro para determinar os pagamentos líquidos é exactamente igual ao ajustamento da taxa de desconto, o valor da série de recebimentos variáveis altera-se para

$$V_V(r) = r_1 Q(1 + r)^{-1} + rQ \sum_{n=2}^{m} (1 + r)^{-t_n} \tag{2.29}$$

onde o r é a taxa que se espera aplicar ao início do segundo período. Resolvendo a série geométrica na Equação (2.29), podemos escrever[10]

$$V_V(r) = Q(1 + r_1)(1 + r)^{-1} - Q(1 + r)^{-m} \tag{2.30}$$

[10] Foi detectada uma incorrecção no trabalho de Bierwag e Kaufman (1991) em que era referido a este respeito que $V_V(r) = r_1 Q(1 + r)^{-1} + Q(1 + r)^{-1} = 1 - (1 + r)^{-(m-1)}$.

A sensibilidade de $V_V(r)$ às alterações em *r* pode ser medida pela derivada

$$V_V'(r) = -(1+r_1)Q(1+r)^{-2} + Qm(1+r)^{-m-1} \tag{2.31}$$

Avaliando esta derivada à *yield* da taxa inicial r_1

$$\begin{aligned} V_V'(r_1) &= -Q(1+r_1)^{-1} + Qm(1+r_1)^{-m-1} \\ &= -Q\frac{1-m(1+r_1)^{-m}}{1+r_1} \end{aligned} \tag{2.32}$$

Tal como antes, a duração do conjunto de recebimentos ou anuidade no início do acordo pode ser calculado como a elasticidade

$$D_{FL} = -(1+r_1)\frac{V_V'(r_1)}{V_V(r_1)} = \frac{1-m(1+r_1)^{-m}}{1-(1+r_1)^{-m}} \tag{2.33}$$

Quando $m=1$, o conjunto de recebimentos variáveis torna-se efectivamente num instrumento de pagamento único e a duração é $D_{FL}=1$. O valor da anuidade e da taxa de juro variam inversamente. Mas quando $m>2$ e $\Delta r = \Delta y$, D_{FL} torna-se negativo e o valor do conjunto de pagamentos altera-se na mesma direcção das taxas de juro.

Assume-se, agora, que $b \neq 1$ de modo que as alterações nas taxas de pagamento são maiores ou menores que as alterações do indexante. À medida que o indexante se altera, o *spread* *k* deixa de ser constante. A taxa de pagamento pode também mudar por um valor diferente da taxa de desconto, e a série de recebimentos pode não ser vendida ao par nos intervalos de reavaliação. Se $b>1$ e o *spread* entre o indexante e a taxa de desconto é constante, a anuidade de taxa variável irá sempre vender-se acima do par para $\Delta y > 0$ e abaixo do par para $\Delta y < 0$, e o inverso para $b<1$. Num qualquer valor de $b = b_0 < 1$, o conjunto de recebimentos não se altera em valor quando o indexante muda. Para valores de $b > b_0$, o valor do conjunto de pagamentos altera-se na mesma direcção do indexante e para valores de $b < b_0$, o valor do conjunto de pagamentos altera-se na direcção oposta. Consequentemente, a duração da anuidade muda de negativa para zero para positiva à medida que b diminui até b_0. Esta propriedade flexível das anuidades de taxa variável tem grandes implicações que permitem aos swaps serem personalizados para acomodarem quase todas as durações requeridas pelo utilizador.

2.2.8.2. Parte Fixa

A série de pagamento de taxa fixa num acordo de swap pode ser especificada como (i_1Q, i_1Q, i_1Q, …, i_1Q), onde i_1 é a taxa de juro do acordo. À medida que o tempo vai passando, a taxa de juro de mercado pode mudar o que faz com que o swap com uma taxa inicial i_1 mude de valor. Se considerar-mos que a nova taxa de mercado para este swap é i, o valor descontado da série de pagamentos a taxa fixa i é

$$V_f(i) = Q(i_1/i)\left[1 - \frac{1}{(1+i)^m}\right] \tag{2.34}$$

Quando $i < i_1$, a parte fixa é avaliada a prémio, e quando $i > i_1$, a parte fixa é avaliada a desconto. A duração desta série de pagamentos ou anuidade calculada à taxa inicial $i = i_1$ é

$$D_{FX} = -(1+i_1)\frac{V_f'(i_1)}{V_f(i_1)} = \frac{1+i_1}{i_1} - \frac{m}{(1+i_1)^m - 1} \tag{2.35}$$

A duração, D_{FX}, é sempre positiva porque o valor da anuidade e a taxa de juro variam sempre inversamente.

2.2.8.3. Duração do Swap

Da perspectiva do pagador de taxa fixa ou do recebedor de taxa variável num acordo de swap, o valor do swap é a diferença em valor entre as partes variável e fixa

$$V(r,i;r_1,i_1)=V_V(r;r_1)-V_f(i;i_1) \tag{2.36}$$

onde $V_V(r;r_1)$ é o valor da parte variável à taxa r quando o pagamento inicial é r_1Q, e $V_f(i;i_1)$ é o valor da parte fixa descontada à taxa de i quando o *cash flow* fixo é i_1Q por período. Na Equação (2.36) as taxas iniciais foram designadas como parâmetros e foram escritas depois dos pontos e vírgula. Para os recebedores de taxa fixa ou para os pagadores de taxa variável, o valor do swap é a negativa da Equação (2.36). Se assumir-mos que as taxas de pagamento são iguais às de desconto, quando $i=r=i_1=r_1$, tal que as partes fixa e variável sejam iguais ao par, o valor do swap é zero.

Quando as taxas de juro se alteram, o valor do swap altera-se também. Se, como resultado, V tornar-se positivo (negativo), então o swap torna-se num activo (passivo). Contudo, quando $i_n \neq r_n$ os *cash flows* líquidos do swap contribuem para as receitas de juros do balanço (custos). Se considerar-mos que $dr/di=s$ indica a extensão à qual r e i se movem em conjunto, então a alteração no valor do swap pode ser indicada como

$$dV/di=sV_V'-V_f' \tag{2.37}$$

Substituindo estas últimas derivadas pelas suas durações equivalentes, temos

$$\frac{dV}{di}=-\frac{sD_{FL}V_V}{1+r}+\frac{D_{FX}V_f}{1+i} \tag{2.38}$$

Utilizando V_f como factor de escala, podemos definir a duração de um swap pela relação.[11]

$$-\frac{1+i}{V_f}\frac{dV}{di} = D_S = sD_{FL}\frac{V_V}{V_f}\frac{1+i}{1+r} - D_{FX} \tag{2.39}$$

Se $i = r$ e $s = 1$, de tal forma que i e r estão perfeitamente correlacionados, então $D_S = D_{FL} - D_{FX}$, como seria intuitivamente expectável. Enquanto $s > 0$ e $D_{FL} < 0$, como é o caso para os swap com multi-períodos, quando $b > b_0$ então $D_S < 0$. Quando $b < b_0$, o sinal de D_S é ambíguo. Rearranjando a Equação (2.39), podemos escrever que a uma alteração no valor do swap corresponde uma alteração na taxa de juro, tal como

$$\frac{dV}{di} = -\frac{V_f D_S}{1+i} \tag{2.40}$$

[11] Porque V é tipicamente zero quando o swap é inicialmente arranjado, não pode ser utilizado como factor de escala.

Capítulo 3: Modelos

Um dos objectivos da gestão de balanços de instituições monetárias e financeiras é de ter os activos e os passivos remunerados pelo mesmo tipo de taxa de juro de forma a minimizar flutuações adversas nos resultados, que no caso das instituições de crédito é a taxa variável, isto porque a sua principal fonte de financiamento são os depósitos de curto prazo[12]. Neste contexto, a carteira de activos (empréstimos hipotecários) a taxa fixa de um banco torna-se num dos alvos que importa imunizar.

A oferta neste mercado tem crescido e tem-se adaptado progressivamente às necessidades dos clientes, criando produtos cada vez mais complexos e mais exigentes em termos de cobertura do seu risco de taxa de juro. Actualmente, é disponibilizado aos clientes um leque de opções em termos de prazos de taxa fixa: 2, 3, 5, 10, 15, 20, 25 e 30 anos, tendo cada um destes prazos um peso na carteira de 21%, 21%, 34%, 7%, 3%, 3%, 2% e 9%, respectivamente. De notar que os prazos até 5 anos concentram 75% do total, o que reflecte a pouca apetência dos consumidores portugueses por soluções de longo prazo. É de referir também que para além do factor prazo existem ainda as opções de diferimento e carência de amortização de capital[13].

3.1. Modelo Actual

O modelo actual de gestão de risco de taxa de juro da carteira de EHTF é dotado de uma forte componente intuitiva, tendo como principal componente a maturidade. O primeiro passo, e provavelmente o mais importante, consiste em agrupar os empréstimos por prazo de taxa fixa, formando um total de 8 grupos. É com base nestas maturidades que depois se irá proceder à “cobertura” do risco, cobrindo cada maturidade

[12] Estes depósitos são, em grande medida, compostos por depósitos à ordem, os quais ou não têm remuneração, ou então têm uma fraca remuneração que é revista periodicamente o que a equipara a uma remuneração variável.
[13] Estas opções alteram o plano de amortização dos empréstimos com consequências na estratégia de imunização do risco de taxa de juro.

individualmente. O produto financeiro utilizado para esta cobertura é o IRS *plain vanilla*, pois permite minimizar custos para além de ser o mais utilizado pelo mercado para cobertura de risco de taxa de juro. Os montantes a contratar de cada IRS são a componente mais intuitiva de todo o modelo. Consiste num ponto intermédio, intuitivo, entre o montante de capital contratado no início de vigência da taxa fixa[14], e o montante de capital em dívida no final de vigência dessa mesma taxa, o qual é substancialmente decrescente com o aumento do prazo – enquanto para um prazo de 2 anos se amortiza cerca de 5% do capital em dívida, para um prazo de 30 anos amortiza-se cerca de 80%.

Se no caso do montante de capital contratado no início de vigência da taxa fixa, este não oferece qualquer dificuldade em calcular pois é apenas o somatório dos vários montantes de capital vincendo dos empréstimos para o respectivo prazo de taxa fixa, no caso do Montante de Capital em Dívida no Final da Taxa Fixa (MDFTF) já é um pouco mais complexo. Este cálculo vai depender do tipo de características incluídas no empréstimo, ou seja, carência e diferimento de capital. No caso de um empréstimo simples o MDFTF é dado por

$$MDFTF^{S} = PR \times A_{\overline{(N-\varphi)}|r} \tag{3.1}$$

onde

$$PR = \frac{CV}{A_{\overline{N}|r}} = CV \Big/ \frac{1-(1+r)^{-N}}{r} \tag{3.2}$$

e

$$A_{\overline{(N-\varphi)}|r} = \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r} \tag{3.3}$$

[14] Também conhecido como *Capital Vincendo*.

pelo que podemos escrever que

$$MDFTF^{S} = \left[CV \Big/ \frac{1-(1+r)^{-N}}{r} \right] \times \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r} \tag{3.4}$$

e onde *PR* é a prestação de taxa fixa do empréstimo, o *CV* é o capital vincendo no início da taxa fixa, o $A_{\overline{r\ (N-\varphi)}}$ é valor actualizado de uma anuidade finita com taxa de juro *r* e maturidade $N-\varphi$, o *r* é a taxa de juro contratualizada[15] mensualizada, *N* é o tempo em falta para a maturidade do empréstimo, e φ é o prazo da taxa fixa ($\varphi \leq N$).

No caso de um EHTF que inclua a opção de carência de amortização de capital, o montante em causa é dado por

$$MDFTF^{C} = \begin{cases} CV, \ \text{se} \ \ \alpha \geq \varphi \\ \left[CV \Big/ \frac{1-(1+r)^{-(N-\alpha)}}{r} \right] \times A_{\overline{r\ [(N-\alpha)-(\varphi-\alpha)]}}, \ \text{se} \ \ \alpha < \varphi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} CV, \ \text{se} \ \ \alpha \geq \varphi \\ \left[CV \Big/ \frac{1-(1+r)^{-(N-\alpha)}}{r} \right] \times \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r}, \ \text{se} \ \ \alpha < \varphi \end{cases} \tag{3.5}$$

[15] É igual à taxa de juro fornecida para o prazo correspondente ao da taxa fixa, acrescido de um *spread* comercial. A taxa de juro fornecida, por sua vez, é aquela que é fornecida às áreas comerciais pela área encarregue de proceder às coberturas, e por consequência é a taxa relevante para o apuramento de resultados daquela área. A taxa de juro fornecida consiste no somatório da respectiva taxa swap com um *spread* intuitivo, que serve para anular possíveis subidas abruptas das taxas de mercado (para que o resultado não seja negativo é necessário que a taxa fornecida seja maior ou igual à taxa swap) e é tanto maior quanto a volatilidade do mercado. Isto porque decorre um mês entre o fornecimento das taxas para a primeira semana do mês (que são posteriormente revistas semanalmente) e a respectiva cobertura dos EHTF. O *spread* comercial é um resultado atribuído às áreas comerciais.

onde α é o prazo de carência de amortização de capital.

Se um EHTF incluir uma opção de diferimento de capital, o MDFTF pode ser calculado como

$$MDFTF^{D} = \left[{(CV-D)} \Big/ {\frac{1-(1+r)^{-N}}{r}} \right] \times A_{\overline{(N-\varphi)}|r} + D$$

$$\Leftrightarrow \left[{(CV-D)} \Big/ {\frac{1-(1+r)^{-N}}{r}} \right] \times \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r} + D \qquad (3.6)$$

onde D é o montante diferido. Existe ainda uma quarta hipótese, que consiste num EHTF com as duas opções incluídas, isto é, com carência e diferimento de capital. O MDFTF para esta modalidade é calculado como

$$MDFTF^{CD} = \begin{cases} CV, & \text{se } \alpha \geq \varphi \\ \left[{(CV-D)} \Big/ {\frac{1-(1+r)^{-(N-\alpha)}}{r}} \right] \times A_{\overline{(N-\varphi)}|r} + D, & \text{se } \alpha < \varphi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} CV, & \text{se } \alpha \geq \varphi \\ \left[{(CV-D)} \Big/ {\frac{1-(1+r)^{-(N-\alpha)}}{r}} \right] \times \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r} + D, & \text{se } \alpha < \varphi \end{cases} \qquad (3.7)$$

3.2. Modelo Proposto

A desigualdade entre as durações de activos e passivos planeados é actualmente um significativo ponto de focagem das finanças. A magnitude da desigualdade foi trazida à tona em 2000, 2001 e 2002 quando as taxas de juro caíram abruptamente (vide figura 3.1 em Anexo) e os mercados accionistas registaram retornos negativos (vide figura 3.2 em Anexo). A descida das taxas de juro resultou numa grande subida no valor dos passivos sem uma proporcional subida dos activos planeados. As acções registaram retornos negativos, enquanto o típico portfólio de obrigações providenciava apenas uma modesta protecção contra descidas das taxas de juro tal como as carteiras de activos que estavam aferidos contra durações alvo que ficaram muito aquém das durações dos passivos.

Durante o período de 1991 a 1993, as taxas de juro também caíram abruptamente, mas as acções registaram retornos positivos, compensando assim, de certa forma, o aumento de valorização dos passivos. Isto também foi verdade em 1995 quando as acções registaram ganhos muito fortes, compensando o aumento dos passivos devido às descidas das taxas de juro. O que foi diferente de 2000 a 2002 foi que as acções falharam no provimento de compensação para o aumento do valor dos passivos. Este período ficou conhecido como a “tempestade perfeita” devido à confluência de eventos dos mercados financeiros que atingiram seriamente os níveis de financiamento tanto públicos como privados.

Segundo a actual teoria financeira um portfólio encontra-se imunizado contra risco de taxa de juro quando a duração dos seus passivos é igual à duração dos seus activos (*duration matching*), ou seja, o valor líquido do balanço encontra-se imunizado contra alterações das taxas de juro, pois apenas quando os dois lados do balanço têm a mesma duração, i.e. quando ambos têm a mesma sensibilidade a alterações da taxa de juro. É nesta combinação ou igualdade de durações de activos e passivos que assenta a essência do modelo proposto. Assim, naturalmente, os nossos activos serão os EHTF e o passivo será um IRS (*plain vanilla* fixo-variável).

Medir a duração de EHTF tem sido um dos problemas analíticos mais desafiantes enfrentado pelos investidores nos últimos anos, pelo que não existe uma forma consensual na literatura financeira de a calcular. Isto porque num empréstimo à habitação estão inerentes duas opções por parte do devedor: a opção de reembolsar antecipadamente a totalidade do empréstimo; e a opção de incumprimento, ou seja, de o cliente deixar de cumprir as suas obrigações relativas ao pagamento das prestações a que está sujeito. Exemplos desta disparidade de teoria na literatura financeira são os trabalhos de Haensly, Springer e Waller (1993), Xie (2008) e Tsai, Liao, e Chiang (2009).

Os grandes bancos comerciais e de investimento têm de recorrer a software próprio com fórmulas e critérios próprios, para calcular as imensas bases de dados que compõem as suas carteiras, pois ao contrário de Portugal este mercado já atingiu a plena maturidade nos principais mercados[16]. No entanto, dada a insignificância factual destes dois aspectos nas carteiras em análise (menos de 1%), foi decidido retirá-los do modelo simplificando-o significativamente.

Um empréstimo a taxa fixa em tudo se assemelha a uma obrigação com o mesmo tipo de taxa, isto porque em ambos os casos todos os *cash flows* são conhecidos *ex-ante* com exactidão, uma vez que a taxa a aplicar é sempre a mesma, pelo que o único aspecto que difere de uma obrigação clássica são as amortizações mensais do empréstimo, algo que em nada altera o método de calculo da duração, pois para esta interessam os *cash flows* ao longo da vida do produto, quer estes se tratem de juros mais amortização ou só juros. Assim, decidiu-se equiparar os EHTF a obrigações de taxa fixa para o cálculo das durações dos empréstimos.

Tal como acontece no modelo actual, as características dos empréstimos (carência e diferimento de capital) vão ter implicações nos cálculos a efectuar. Assim, se atendermos a que os *cash flows* (*CF*) de um EHTF simples são compostos pelas prestações e pelo reembolso do capital (quando $\varphi < N$ o reembolso de capital é um

[16] Nos Estados Unidos da América, por exemplo, o peso dos EHTF no total de empréstimos à habitação é superior a 80%.

movimento fictício – serve apenas para efeitos de cálculo da duração), a sua duração, tal como a DM, é dado por

$$D_S = \frac{\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{t \cdot CF_t}{(1+i_t)^t}}{\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{CF_t}{(1+i_t)^t}} \Leftrightarrow \frac{\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{t \cdot PR}{(1+i_t)^t} + \frac{\varphi \cdot MDFTF^S}{(1+i_\varphi)^\varphi}}{\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{PR}{(1+i_t)^t} + \frac{MDFTF^S}{(1+i_\varphi)^\varphi}} \tag{3.8}$$

onde i_t e i_φ são as taxas de juro de mercado nos períodos t e φ, respectivamente, com $t = 1, 2, ..., \varphi$. Substituindo a Equação (3.2) e a Equação (3.4) na Equação (3.8), temos

$$D_S = \frac{\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{t \cdot \left[CV \Big/ \frac{1-(1+r)^{-N}}{r} \right]}{(1+i_t)^t} + \frac{\varphi \cdot \left[\left[CV \Big/ \frac{1-(1+r)^{-N}}{r} \right] \times \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r} \right]}{(1+i_\varphi)^\varphi}}{\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{\left[CV \Big/ \frac{1-(1+r)^{-N}}{r} \right]}{(1+i_t)^t} + \frac{\left[CV \Big/ \frac{1-(1+r)^{-N}}{r} \right] \times \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r}}{(1+i_\varphi)^\varphi}} \tag{3.9}$$

No caso de um EHTF que inclua a opção de carência de amortização de capital, a sua duração vai ser

$$D_C = \frac{\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{t \times CV \times r}{(1+i_t)^t} + \frac{\varphi \times CV}{(1+i_\varphi)^\varphi}}{\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{CV \times r}{(1+i_t)^t} + \frac{CV}{(1+i_\varphi)^\varphi}}, \quad \text{se} \quad \alpha \geq \varphi,$$

ou

$$D_C = \left[\sum_{t=1}^{\alpha} \frac{t \times CV \times r}{(1+i_t)^t} + \sum_{t=\alpha+1}^{\varphi} \frac{t \cdot \left[CV \times \left[\frac{1-(1+r)^{-(N-\alpha)}}{r} \right]^{-1} \right]}{(1+i_t)^t} \right.$$

$$\left. + \frac{\varphi \cdot \left[\left[CV \times \left[\frac{1-(1+r)^{-(N-\alpha)}}{r} \right]^{-1} \right] \times \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r} \right]}{(1+i_\varphi)^\varphi} \right]$$

$$\times \left[\sum_{t=1}^{\alpha} \frac{CV \times r}{(1+i_t)^t} + \sum_{t=\alpha+1}^{\varphi} \frac{CV \times \left[\frac{1-(1+r)^{-(N-\alpha)}}{r} \right]^{-1}}{(1+i_t)^t} \right.$$

$$\left. + \frac{CV \times \left[\frac{1-(1+r)^{-(N-\alpha)}}{r} \right]^{-1} \times \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r}}{(1+i_\varphi)^\varphi} \right]^{-1}, \quad \text{se} \quad \alpha < \varphi \qquad (3.10)$$

Se um EHTF incluir uma opção de diferimento de capital, a sua duração pode ser calculada como

$$D_D = \left[\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{t \cdot \left[(CV - D) \times \left[\frac{1-(1+r)^{-N}}{r} \right]^{-1} + D \times r \right]}{(1+i_t)^t} + \frac{\varphi \cdot \left[\left[\left[(CV - D) \times \left[\frac{1-(1+r)^{-N}}{r} \right]^{-1} \right] \times \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r} \right] + D \right]}{(1+i_\varphi)^\varphi} \right]$$

$$\times \left[\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{(CV - D) \times \left[\frac{1-(1+r)^{-N}}{r} \right]^{-1} + D \times r}{(1+i_t)^t} + \frac{\left[\left[(CV - D) \times \left[\frac{1-(1+r)^{-N}}{r} \right]^{-1} \right] \times \frac{1-(1+r)^{-(N-\varphi)}}{r} \right] + D}{(1+i_\varphi)^\varphi} \right]^{-1} \tag{3.11}$$

Por último, um EHTF com as duas opções incluídas, isto é, carência e diferimento de capital, terá uma duração que pode ser calculada como

$$D_{DC} = \frac{\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{t \times CV \times r}{(1+i_t)^t} + \frac{\varphi \times CV}{(1+i_\varphi)^\varphi}}{\sum_{t=1}^{\varphi} \frac{CV \times r}{(1+i_t)^t} + \frac{CV}{(1+i_\varphi)^\varphi}}, \quad \text{se} \quad \alpha \geq \varphi,$$

ou

$$D_{DC} = \left[\sum_{t=1}^{\alpha} \frac{t \times CV \times r}{\left(1+i_t\right)^t} + \sum_{t=\alpha+1}^{\varphi} \frac{t \cdot \left[\left(CV - D\right) \times \left[\frac{1-\left(1+r\right)^{-(N-\alpha)}}{r} \right]^{-1} + D \times r \right]}{\left(1+i_t\right)^t} + \frac{\varphi \cdot \left[\left[\left(CV - D\right) \times \left[\frac{1-\left(1+r\right)^{-(N-\alpha)}}{r} \right]^{-1} \right] \times \frac{1-\left(1+r\right)^{-(N-\varphi)}}{r} + D \right]}{\left(1+i_\varphi\right)^\varphi} \right] \times \left[\sum_{t=1}^{\alpha} \frac{CV \times r}{\left(1+i_t\right)^t} + \sum_{t=\alpha+1}^{\varphi} \frac{\left(CV - D\right) \times \left[\frac{1-\left(1+r\right)^{-(N-\alpha)}}{r} \right]^{-1} + D \times r}{\left(1+i_t\right)^t} + \frac{\left[\left(CV - D\right) \times \left[\frac{1-\left(1+r\right)^{-(N-\alpha)}}{r} \right]^{-1} \right] \times \frac{1-\left(1+r\right)^{-(N-\varphi)}}{r} + D}{\left(1+i_\varphi\right)^\varphi} \right]^{-1}, \text{ se } \alpha < \varphi \quad (3.12)$$

A imunização vai ser conseguida pela correspondência entre a duração do portfólio de EHTF, que tal como vimos no ponto 2.2.5 consiste numa média ponderada das durações todos os empréstimos que constituem o portfólio, e a duração de um IRS. O montante nominal a contratar de IRS será, naturalmente, da mesma dimensão do portfólio.

Capítulo 4: Resultados Empíricos

O exercício consiste na imunização de três portfólios de EHTF ocorridos em três meses distintos, escolhidos aleatoriamente, em que cada mês é imunizado isoladamente, uma vez que a imunização deste tipo de créditos nesta instituição financeira é efectuada com uma periodicidade mensal. Os referidos meses estão reflectidos nos Quadros 4.13, 4.14 e 4.15 em Anexo.

4.1. Modelo Actual

Segundo o modelo actual descrito no ponto 3.1, podemos chegar aos resultados dos Quadros 4.1, 4.2 e 4.3 depois de agrupar os empréstimos por maturidade, de calculadas as taxa de juro referidas nos quadros, assim como calculados os diversos MDFDF e somados por maturidade.

Quadro 4.1: Resultados para o Mês 1

Prazo Taxa Fixa	Taxa de Juro Fornecida Média Ponderada	Taxa de Juro Contratual Média Ponderada	Soma do Capital Vincendo	Soma do Capital Residual (Fim da Taxa Fixa)
2	2.24%	3.44%	527 592 €	511 414 €
3	2.65%	3.65%	355 000 €	344 516 €
5	3.16%	4.42%	813 600 €	704 668 €
10	3.90%	5.08%	148 000 €	26 729 €
15	4.30%	5.09%	200 000 €	27 348 €
20	4.45%	5.80%	191 290 €	223 €
25	4.40%	6.00%	50 400 €	7 096 €
30	4.32%	5.68%	410 751 €	72 951 €

Quadro 4.2: Resultados para o Mês 2

Prazo Taxa Fixa	Taxa de Juro Fornecida Média Ponderada	Taxa de Juro Contratual Média Ponderada	Soma do Capital Vincendo	Soma do Capital Residual (Fim da Taxa Fixa)
2	2.06%	3.38%	600 500 €	592 825 €
3	2.45%	3.65%	40 000 €	10 581 €
5	3.11%	4.06%	909 000 €	835 459 €
10	3.81%	5.09%	415 000 €	209 847 €
15	0.00%	0.00%	0 €	0 €
20	4.33%	6.52%	112 800 €	30 376 €
25	4.39%	5.25%	231 500 €	277 €
30	4.23%	5.32%	487 000 €	127 882 €

Quadro 4.3: Resultados para o Mês 3

Prazo Taxa Fixa	Taxa de Juro Fornecida Média Ponderada	Taxa de Juro Contratual Média Ponderada	Soma do Capital Vincendo	Soma do Capital Residual (Fim da Taxa Fixa)
2	2.07%	3.29%	596 828 €	579 969 €
3	2.40%	4.40%	48 925 €	48 925 €
5	3.16%	4.80%	622 500 €	534 946 €
10	3.76%	5.04%	167 035 €	12 682 €
15	4.15%	6.35%	15 000 €	17 €
20	4.30%	5.60%	25 000 €	3 761 €
25	4.35%	5.25%	30 000 €	36 €
30	4.35%	6.01%	55 000 €	27 518 €

A partir destes resultados, procede-se à cobertura individualizada de cada maturidade através da contratação de IRS's. Com efeito, os IRS's seleccionados são os resumidos no Quadro 4.4.

Quadro 4.4: IRS's contratados para o exercício

Maturidade	Mês 1		Mês 2		Mês 3	
	Montante	Taxa de juro	Montante	Taxa de juro	Montante	Taxa de juro
2	520 000 €	1.71%	600 000 €	1.73%	600 000 €	1.66%
3	350 000 €	2.17%	0 €	2.15%	0 €	2.08%
5	900 000 €	2.77%	850 000 €	2.73%	600 000 €	2.65%
10	100 000 €	3.52%	350 000 €	3.44%	100 000 €	3.41%
15	100 000 €	3.92%	0 €	3.81%	0 €	3.79%
20	100 000 €	4.05%	100 000 €	3.95%	0 €	3.94%
25	0 €	4.02%	150 000 €	3.93%	100 000 €	3.94%
30	250 000 €	3.96%	350 000 €	3.88%	0 €	3.88%

Como é facilmente constatável, os montantes contratados são valores intermédios entre a soma de capital vincendo e a soma de capital residual. Nos casos em que não há qualquer montante contratado, tal aconteceu devido à inexistência de empréstimos com taxa fixa para o respectivo prazo ou então o montante não justificava cobertura, por ser de tão reduzida dimensão, tendo esses montantes sido tomados em atenção nos montantes a contratar nos prazos imediatamente anteriores, pois o montante de empréstimo restante após a taxa fixa é apenas residual.

4.2. Modelo Proposto

O primeiro passo a dar é calcular as durações dos empréstimos. Os empréstimos estão reflectidos, tal como no ponto anterior, nos quadros 4.13, 4.14 e 4.15 em Anexo. Nos quadros 4.5, 4.6 e 4.7 estão os resultados das durações dos EHTF calculadas para os três meses em análise.

Quadro 4.5: Durações dos EHTF do Mês 1[17]

CV	*r*	*N*	*φ*	*α*	*D*	**Duração**
40 000 €	5.15%	30	15	0	0 €	**10.52**
21 592 €	3.45%	10	2	0	0 €	**1.79**
25 000 €	3.45%	10	2	0	0 €	**1.79**
90 000 €	5.85%	48	30	0	0 €	**14.78**
65 000 €	4.55%	15	10	0	0 €	**6.54**
87 500 €	4.65%	48	5	0	0 €	**4.48**
5 000 €	4.65%	48	5	0	0 €	**4.48**
220 000 €	4.05%	25	5	0	0 €	**4.34**
110 000 €	4.45%	46	5	0	33 000 €	**4.50**
20 000 €	4.45%	46	5	0	6 000 €	**4.50**
46 291 €	5.70%	20	20	0	0 €	**9.93**
53 600 €	5.85%	47	5	0	0 €	**4.40**
157 500 €	3.90%	50	5	0	0 €	**4.53**
60 000 €	4.40%	43	5	0	0 €	**4.47**
117 000 €	3.45%	50	2	0	0 €	**1.92**
15 000 €	3.45%	50	2	0	0 €	**1.92**
40 000 €	3.90%	30	3	0	0 €	**2.78**
150 000 €	3.60%	47	2	0	0 €	**1.92**
13 000 €	5.40%	10	10	0	0 €	**5.02**
55 000 €	2.75%	40	2	0	0 €	**1.92**
80 000 €	4.85%	15	15	0	0 €	**7.48**
20 000 €	4.45%	23	5	0	0 €	**4.29**
20 000 €	4.45%	22.9	5	0	0 €	**4.29**
150 000 €	3.80%	50	3	0	0 €	**2.82**
54 000 €	3.80%	50	2	0	16 200 €	**1.92**
85 000 €	5.20%	30	30	0	0 €	**14.78**
80 000 €	5.30%	15	15	0	0 €	**7.48**
20 000 €	5.40%	10	10	0	0 €	**5.02**
145 000 €	5.90%	30	30	0	0 €	**14.78**
90 000 €	3.35%	50	2	0	0 €	**1.93**
70 000 €	5.70%	20	20	0	0 €	**9.93**
50 000 €	5.55%	10	10	0	0 €	**5.02**
18 000 €	6.15%	30	30	0	0 €	**14.78**
50 400 €	6.00%	27	25	0	0 €	**13.21**
40 000 €	4.70%	30	5	0	0 €	**4.37**
31 000 €	5.65%	20	5	0	0 €	**4.18**
9 000 €	5.65%	20	5	0	0 €	**4.18**
60 000 €	4.45%	40	5	0	0 €	**4.46**
25 000 €	5.05%	30	30	0	0 €	**14.78**
50 000 €	5.65%	30	30	0	0 €	**14.78**
50 000 €	4.55%	5	5	0	0 €	**2.54**
165 000 €	3.45%	44	3	0	0 €	**2.82**

[17] As durações dos EHTF foram calculadas utilizando as taxas de juro *spot* presentes no Quadro 4.16 em Anexo.

Quadro 4.6: Durações dos EHTF do Mês 2

CV	*r*	*N*	φ	α	*D*	**Duração**
190 000 €	5.30%	30	30	0	0 €	**14.78**
75 000 €	6.50%	20	20	0	0 €	**9.93**
90 000 €	3.05%	50	2	0	0 €	**1.93**
100 000 €	5.40%	21	5	0	0 €	**4.21**
137 000 €	2.85%	50	2	2	0 €	**1.93**
5 000 €	2.85%	50	2	2	0 €	**1.93**
16 000 €	4.00%	10	5	0	0 €	**3.70**
225 000 €	3.60%	44	5	0	67 500 €	**4.55**
100 000 €	3.60%	45	5	0	0 €	**4.53**
120 000 €	5.80%	13	10	0	0 €	**6.08**
45 000 €	5.35%	30	30	0	0 €	**14.78**
130 000 €	5.40%	50	30	0	0 €	**14.78**
35 000 €	5.20%	14	10	0	0 €	**6.32**
31 500 €	5.25%	25	25	0	0 €	**12.36**
64 000 €	3.05%	30	2	0	0 €	**1.91**
60 000 €	4.05%	20	5	0	0 €	**4.24**
122 000 €	5.25%	30	30	0	35 600 €	**14.78**
70 000 €	3.98%	48	5	0	0 €	**4.52**
40 000 €	3.65%	4	3	0	0 €	**1.90**
80 000 €	3.80%	47	5	0	0 €	**4.52**
175 000 €	4.60%	38	10	0	0 €	**8.04**
70 000 €	4.80%	45	2	0	21 000 €	**1.91**
47 000 €	4.90%	20.0	5	0	0 €	**4.21**
150 000 €	2.85%	50	2	0	45 000 €	**1.94**
8 000 €	2.85%	50	2	0	2 400 €	**1.94**
200 000 €	5.25%	25	25	0	0 €	**12.36**
35 000 €	5.10%	12	10	0	0 €	**5.80**
50 000 €	5.00%	10	10	0	0 €	**5.02**
120 000 €	4.10%	47	5	0	0 €	**4.51**
21 000 €	4.10%	47	5	0	0 €	**4.51**
37 800 €	6.55%	41	20	0	0 €	**13.50**
40 000 €	3.95%	47	5	0	0 €	**4.51**
30 000 €	4.20%	50	5	0	0 €	**4.51**
76 500 €	4.80%	45	2	0	22 950 €	**1.91**

Quadro 4.7: Durações dos EHTF do Mês 3

CV	*r*	*N*	*φ*	*α*	*D*	**Duração**
182 500 €	5.10%	36	5	0	0 €	**4.40**
36 142 €	3.20%	20	2	0	0 €	**1.88**
25 000 €	5.60%	22	20	0	0 €	**10.76**
48 925 €	4.40%	48	3	3	0 €	**2.81**
167 000 €	2.00%	45	2	0	0 €	**1.94**
90 250 €	3.40%	45	2	0	27 075 €	**1.93**
45 000 €	4.95%	10	10	0	0 €	**5.02**
15 000 €	6.35%	15	15	0	0 €	**7.48**
80 000 €	4.95%	44	5	0	0 €	**4.44**
50 000 €	5.05%	10	10	0	0 €	**5.02**
90 000 €	3.75%	33	2	0	27 000 €	**1.91**
35 000 €	5.00%	10	10	0	0 €	**5.02**
12 500 €	4.85%	10	10	0	3 750 €	**6.13**
16 000 €	3.00%	9	2	0	0 €	**1.77**
100 000 €	4.20%	16	5	0	0 €	**4.10**
30 000 €	5.25%	25	25	0	0 €	**12.36**
90 000 €	4.45%	45	2	0	27 000 €	**1.91**
49 500 €	5.45%	45	2	0	14 850 €	**1.90**
31 424 €	5.35%	14	10	0	0 €	**6.32**
58 600 €	2.60%	38.5	2	0	0 €	**1.93**
55 000 €	6.10%	40	30	0	0 €	**14.78**
55 000 €	4.55%	15	5	0	0 €	**4.05**
25 000 €	6.15%	5	5	0	0 €	**2.54**
180 000 €	4.65%	36	5	0	0 €	**4.42**

Com as durações individuais podemos calcular, tal como descrito no ponto 2.2.5, as durações dos portfólios mensais de EHTF.

Quadro 4.8: Durações dos Portfólios Mensais de EHTF

MÊS 1	MÊS 2	MÊS 3
5.97	**6.94**	**4.09**

O passo seguinte passa por calcular as durações dos swaps de mercado para os três meses em análise de forma a encontrar aqueles cujas durações correspondem (aproximadamente) às durações dos portfólios de EHTF dos respectivos meses. De notar que uma vez que estamos a avaliar os swaps na data da sua contratação então

$i = r = i_1 = r_1$. Os montantes utilizados para os cálculos foram os montantes totais de EHTF em cada mês, ou seja, 2 751 633 €, 2 786 387 € e 1 560 288 €, para os meses 1, 2 e 3, respectivamente. Nos quadros 4.9, 4.10 e 4.11 podemos encontrar essas mesmas durações.

Quadro 4.9: Durações dos Swaps de Mercado do Mês 1[18]

	r_1 / i	D_{FL}	D_{FX}	s	D_S
SWAP 1 Y	1.190%	1.00	1.00	0.0000%	**-1.00**
SWAP 2 Y	1.683%	-45.05	1.50	-0.0003%	**-1.50**
SWAP 3 Y	2.105%	-60.07	1.99	-0.0003%	**-1.99**
SWAP 4 Y	2.432%	-67.33	2.47	0.0000%	**-2.47**
SWAP 5 Y	2.686%	-71.49	2.95	0.0000%	**-2.95**
SWAP 6 Y	2.892%	-74.10	3.42	-0.0002%	**-3.42**
SWAP 7 Y	3.062%	-75.83	3.88	0.0000%	**-3.88**
SWAP 8 Y	3.197%	-77.01	4.33	0.0001%	**-4.33**
SWAP 9 Y	3.312%	-77.81	4.78	0.0000%	**-4.78**
SWAP 10 Y	3.415%	-78.36	5.22	-0.0001%	**-5.22**
SWAP 11 Y	3.508%	-78.73	5.66	0.0003%	**-5.66**
SWAP 12 Y	3.591%	-78.95	6.08	0.0000%	**-6.08**
SWAP 13 Y	3.666%	-79.07	6.50	0.0001%	**-6.50**
SWAP 14 Y	3.732%	-79.11	6.91	0.0001%	**-6.91**
SWAP 15 Y	3.788%	-79.07	7.31	0.0001%	**-7.31**
SWAP 16 Y	3.833%	-78.99	7.71	0.0000%	**-7.71**
SWAP 17 Y	3.869%	-78.86	8.10	-0.0007%	**-8.10**
SWAP 18 Y	3.914%	-78.69	8.47	0.0002%	**-8.47**
SWAP 19 Y	3.914%	-78.50	8.86	0.0001%	**-8.86**
SWAP 20 Y	3.924%	-78.28	9.23	-0.0002%	**-9.23**
SWAP 21 Y	3.928%	-78.03	9.60	0.0005%	**-9.60**
SWAP 22 Y	3.927%	-77.77	9.97	0.0001%	**-9.97**
SWAP 23 Y	3.921%	-77.50	10.33	-0.0003%	**-10.33**
SWAP 24 Y	3.913%	-77.21	10.69	0.0000%	**-10.69**
SWAP 25 Y	3.904%	-76.90	11.04	0.0005%	**-11.04**
SWAP 26 Y	3.895%	-76.59	11.39	0.0001%	**-11.39**
SWAP 27 Y	3.885%	-76.27	11.73	0.0004%	**-11.73**
SWAP 28 Y	3.875%	-75.94	12.07	0.0002%	**-12.07**
SWAP 29 Y	3.863%	-75.61	12.40	-0.0001%	**-12.40**
SWAP 30 Y	3.850%	-75.27	12.73	0.0001%	**-12.73**

[18] As durações dos swaps foram calculadas utilizando as taxas de juro *spot* presentes no Quadro 4.16 em Anexo.

Quadro 4.10: Durações dos Swaps de Mercado do Mês 2

	r_1 / i	D_{FL}	D_{FX}	s	$\boldsymbol{D_S}$
SWAP 1 Y	1.155%	1.00	1.00	0.0000%	**-1.00**
SWAP 2 Y	1.633%	-47.92	1.50	0.0002%	**-1.50**
SWAP 3 Y	2.051%	-63.89	1.99	-0.0002%	**-1.99**
SWAP 4 Y	2.372%	-71.63	2.47	0.0005%	**-2.47**
SWAP 5 Y	2.629%	-76.08	2.95	-0.0001%	**-2.95**
SWAP 6 Y	2.841%	-78.88	3.42	0.0002%	**-3.42**
SWAP 7 Y	3.020%	-80.74	3.88	0.0001%	**-3.88**
SWAP 8 Y	3.162%	-82.02	4.34	-0.0001%	**-4.34**
SWAP 9 Y	3.281%	-82.91	4.79	0.0003%	**-4.79**
SWAP 10 Y	3.385%	-83.52	5.23	-0.0002%	**-5.23**
SWAP 11 Y	3.481%	-83.94	5.66	-0.0003%	**-5.66**
SWAP 12 Y	3.569%	-84.20	6.08	0.0000%	**-6.08**
SWAP 13 Y	3.646%	-84.36	6.50	0.0002%	**-6.50**
SWAP 14 Y	3.711%	-84.42	6.91	0.0003%	**-6.91**
SWAP 15 Y	3.711%	-84.42	7.32	0.0004%	**-7.32**
SWAP 16 Y	3.814%	-84.35	7.71	0.0001%	**-7.71**
SWAP 17 Y	3.851%	-84.24	8.10	-0.0003%	**-8.10**
SWAP 18 Y	3.902%	-84.10	8.48	0.0005%	**-8.48**
SWAP 19 Y	3.902%	-83.91	8.86	0.0002%	**-8.86**
SWAP 20 Y	3.917%	-83.71	9.23	-0.0001%	**-9.23**
SWAP 21 Y	3.925%	-83.48	9.60	-0.0003%	**-9.60**
SWAP 22 Y	3.929%	-83.22	9.97	-0.0001%	**-9.97**
SWAP 23 Y	3.928%	-82.96	10.33	0.0002%	**-10.33**
SWAP 24 Y	3.923%	-82.67	10.68	0.0006%	**-10.68**
SWAP 25 Y	3.916%	-82.38	11.03	0.0001%	**-11.03**
SWAP 26 Y	3.907%	-82.07	11.38	0.0001%	**-11.38**
SWAP 27 Y	3.898%	-81.76	11.72	-0.0003%	**-11.72**
SWAP 28 Y	3.887%	-81.43	12.06	0.0001%	**-12.06**
SWAP 29 Y	3.875%	-81.10	12.39	-0.0004%	**-12.39**
SWAP 30 Y	3.863%	-80.77	12.72	0.0002%	**-12.72**

Quadro 4.11: Durações dos Swaps de Mercado do Mês 3

	r_1 / i	D_{FL}	D_{FX}	s	$\boldsymbol{D_S}$
SWAP 1 Y	1.229%	1.00	1.00	0.0001%	**-1.00**
SWAP 2 Y	1.778%	-45.05	1.50	0.0001%	**-1.50**
SWAP 3 Y	2.200%	-60.07	1.99	-0.0007%	**-1.99**
SWAP 4 Y	2.504%	-67.33	2.47	-0.0001%	**-2.47**
SWAP 5 Y	2.743%	-71.49	2.95	0.0003%	**-2.95**
SWAP 6 Y	2.946%	-74.10	3.42	-0.0002%	**-3.42**
SWAP 7 Y	3.120%	-75.83	3.88	0.0002%	**-3.88**
SWAP 8 Y	3.261%	-77.01	4.33	-0.0001%	**-4.33**
SWAP 9 Y	3.378%	-77.81	4.78	0.0001%	**-4.78**
SWAP 10 Y	3.359%	-78.36	5.23	-0.0001%	**-5.23**
SWAP 11 Y	3.577%	-78.73	5.65	0.0001%	**-5.65**
SWAP 12 Y	3.664%	-78.95	6.07	-0.0002%	**-6.07**
SWAP 13 Y	3.737%	-79.07	6.49	0.0001%	**-6.49**
SWAP 14 Y	3.803%	-79.11	6.90	0.0000%	**-6.90**
SWAP 15 Y	3.862%	-79.07	7.30	0.0004%	**-7.30**
SWAP 16 Y	3.908%	-78.99	7.69	-0.0002%	**-7.69**
SWAP 17 Y	3.945%	-78.86	8.08	0.0004%	**-8.08**
SWAP 18 Y	3.974%	-78.69	8.46	0.0002%	**-8.46**
SWAP 19 Y	3.993%	-78.50	8.84	0.0001%	**-8.84**
SWAP 20 Y	4.008%	-78.28	9.21	0.0007%	**-9.21**
SWAP 21 Y	4.011%	-78.03	9.57	-0.0001%	**-9.57**
SWAP 22 Y	4.015%	-77.77	9.94	-0.0002%	**-9.94**
SWAP 23 Y	4.008%	-77.50	10.29	0.0000%	**-10.29**
SWAP 24 Y	4.004%	-77.21	10.65	0.0001%	**-10.65**
SWAP 25 Y	3.994%	-76.90	11.00	0.0003%	**-11.00**
SWAP 26 Y	3.983%	-76.59	11.34	-0.0004%	**-11.34**
SWAP 27 Y	3.971%	-76.27	11.68	0.0005%	**-11.68**
SWAP 28 Y	3.956%	-75.94	12.02	-0.0001%	**-12.02**
SWAP 29 Y	3.943%	-75.61	12.35	0.0002%	**-12.35**
SWAP 30 Y	3.930%	-75.27	12.67	0.0001%	**-12.67**

O terceiro e último passo consiste na imunização dos portfólios. Tal como já referido, a imunização no modelo proposto passa pela correspondência de durações entre activos e passivos, ou EHTF e Swaps, respectivamente. Assim, o Quadro 4.7 resume os swaps a contratar de forma a imunizar os portfólios.

Quadro 4.12: Swaps a contratar

	MÊS 1	MÊS 2	MÊS 3
Dur. Portfólio	5.97	6.94	4.09
Dur. Swap 8Y	-	-	-4.33
Dur. Swap 12Y	-6.08	-	-
Dur. Swap 15Y	-	-7.32	-
Montante	2 751 633 €	2 786 387 €	1 560 288 €

Uma vez não ser possível fazer sempre uma correspondência/imunização perfeita, a duração dos passivos deve ser maior que a dos activos para que a carteira da instituição não sofra uma perda com um aumento das taxas de juro. Os swaps a contratar são, portanto, para o mês 1, um swap a 12 anos num montante de 2 751 633 €; para o mês 2, um swap a 15 anos num montante de 2 786 387 €; e para o mês 3, um swap a 8 anos num montante de 1 560 288 €.

Conclusão

Como é claramente evidenciado, o modelo actual de imunização é ineficiente. Não só porque não tem qualquer fundamentação teórica como também o facto de se basear em conceitos abstractos e na intuição, a qual dota o modelo de grande subjectividade, leva a que não sejam atingidos resultados precisos.

O modelo proposto, baseado na correspondência das durações de activos e passivos, é evidentemente mais eficiente, levando a menos capital em risco devido a alterações das taxas de juro. Se os activos e passivos tiverem a mesma duração, significa que irá existir uma sincronia na variação dos seus valores com as mudanças nas taxas de juro, assumindo que a variação atinge todas as maturidades e que a alteração não é muito grande (caso contrário teríamos de utilizar a convexidade). A duração é assim um critério muito mais conciso para a imunização de portfólios de empréstimos à habitação que o termo para a maturidade.

O modelo proposto pode ser utilizado como uma base para modelos mais complexos, que incorporem as opções de reembolso antecipado de capital e delinquência. Quando estas opções estão presentes a grande incógnita passa a ser o montante a imunizar, uma vez que o valor do portfólio não é constante ao longo da sua vida. Para um modelo com estas características a imunização deixa de ser gratuita, uma vez que terá de se recorrer a outro tipo de produtos de imunização com custos associados, tal como sejam Swaptions[19], Swaps Amortizáveis[20], Swaps Amortizáveis com Bermudan Swaption[21],

[19] Um Swaption é uma opção que garante ao seu detentor o direito, mas não a obrigação, de entrar num swap subjacente.
[20] Um Swap Amortizável é um IRS no qual o montante nominal declina durante a vida do swap. A agenda de amortização do swap acontece, preferencialmente, à taxa de reembolso antecipado de um instrumento subjacente.
[21] Um Bermudan Swaption é um Swaption no qual o detentor tem permissão de entrar no swap apenas em certas datas durante a vida da opção.

Swaps Canceláveis indexados a preços de imobiliário[22] e Swaps de Garantia de Balanço com imunização parcial via Band Swaps[23].

[22] Um Swap Cancelável consiste num IRS tradicional com a opção de cancelamento do swap em cada data subsequente de pagamento de juros. O swap cancelável "mais que cobre" o risco de reembolso antecipado, enquanto as oportunidades de refinanciamento do crédito são uma função das condições do mercado de crédito e imobiliário.

[23] Um Swap de Garantia de Balanço consiste num IRS onde o montante nominal segue o valor actual do saldo de um activo de referência. Em vez de prever a taxa de reembolso antecipado, um banco pode exercer um swap destes que irá reflectir sempre o montante em carteira. Para reduzir o custo de imunização, constrange-se a variação do valor nominal às bandas pré-definidas de um Band Swap.

Bibliografia

Albrecht, P. e T. Stephan (1994), Single-Factor Immunizing Duration of an Interest Rate Swap, *Proceedings of the 4th AFIR International Colloquium*, Orlando, E.U.A., 757-780.

Bierwag, G.O. (1987), *Duration Analysis: Managing Interest Rate Risk*, Cambridge, MA, Ballinger Publishing.

Bierwag, G.O. (1991), Expected Bond Returns and Duration: A General Model, *Financial Analysts Journal* 47(1), January-February, 83-84.

Bierwag, G.O. (1977), Immunization, Duration, and the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 12, December, 725-741.

Bierwag, G.O., C.J. Corrado e G.G. Kaufman (1990), Computing Durations for Bond Portfolios, *The Journal of Portfolio Management* 17(1), Fall, 51-55.

Bierwag, G.O., I. Fooladi e G.S. Roberts (2000), Risk Management with Duration: Potential and Limitations, *Canadian Journal of Administrative Sciences* 17(2), February, 126-142.

Bierwag, G.O. e G.G. Kaufman (1996), Managing Interest Rate Risk with Duration Gaps to Achieve Multiple Targets, *Journal of Financial Engineering* 5(1), March, 53-73.

Bierwag, G.O. e G.G. Kaufman (1992), Duration Gaps with Futures and Swaps for Managing Interest Rate Risk at Depositary Institutions, *Journal of Financial Services Research* 5(3), February, 217-324.

Bierwag, G.O. e G.G. Kaufman (1985), Duration Gaps for Financial Institutions, *Financial Analysts Journal* 41(2), March-April, 68-71.

Bierwag, G.O., G.G. Kaufman e C. Khang (1978), Duration and Bond Portfolio Analysis: An Overview, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 13(4), November, 671-681.

Bierwag, G.O., G.G. Kaufman e A.L. Toevs (1982), Single Factor Duration Models in a Discrete General Equilibrium Framework, *Journal of Finance* 37 (2), May, 325-338.

Bierwag, G.O., G.G. Kaufman e A.L. Toevs (1983a), Immunization Strategies for Funding Multiple Liabilities, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 18(1), March, 113-124.

Bierwag, G.O., G.G. Kaufman e A.L. Toevs (1983b), Duration: Its Development and Use in Bond Portfolio Management, *Financial Analysts Journal* 39(4), July/August, 113-123.

Bierwag, G.O., G.G. Kaufman, C.M. Latta e G.S. Roberts (1989), Duration as a Measure of Basis Risk: The Wrong Answer at Low Cost – Rejoinder, *The Journal of Portfolio Management* 15(4), Summer, 82-85.

Bierwag, G.O. e I. Fooladi (2006), Duration Analysis: An Historical Perspective, *Journal of Applied Finance* 16(2), Fall, 144-160.

Bravo, J.M.V. (2001), *Modelos de Risco de Taxa de Risco: Estratégias de Cobertura e Imunização*. Tese de Mestrado em Economia Monetária e Financeira, ISEG.

Brennan, M.J. e E.S. Schwartz (1983), Duration, Bond Pricing, and Portfolio Management. In *Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization*, editado por Kaufman, G.G., G.O. Bierwag e A. Toevs, (Greenwich, Conn.: JAI Press), 3-36.

Caks, J., W.R. Lane, R.W. Greenleaf e R.G. Joules (1985), A Simple Formula For Duration, *The Journal of Financial Research* 8(3), Fall, 245-249.

Cox, J.C., J.E. Ingersoll e S.A. Ross (1979), Duration and the Measurement of Basis Risk, *Journal of Business* 52(1), January, 51-61.

Chua, J. (1984), A Closed-Form Formula For Calculating Bond Duration, *Financial Analysts Journal* 40(3), May/June, 76-78.

Christensen, P.O. e B.G. Sorensen (1994), Duration, Convexity, and Time Value, *The Journal of Portfolio Management* 20(2), Winter, 51-60.

Ferreira, J.S. (1993), Duração de Macaulay: fórmulas simplificadas de cálculo, *Working Paper*, Universidade Nova de Lisboa.

Fisher, L. e R.L. Weil (1971), Coping With the Risk of Market-Rate Fluctuations: Returns to Bondholders from naïve and Optimal Strategies, *Journal of Business* 44(4), October, 408-431.

Fisher, L. (2006), Yield Elasticity: A New, Objective Measure of Interest-Rate Risk, *Journal of Applied Finance* 16(2), 161-173.

Fogler, H.R. (1984), *Bond Portfolio Immunization, Inflation, and the Fisher Equation*, *The Journal of Risk and Insurance* 51(2), June, 244-264.

Fooladi, I.J. e G.S. Roberts (2004), Macrohedging For Financial Institutions: Beyond Duration, *Journal of Applied Finance* 14(1), Spring/Summer, 11-19.

Fooladi, I.J. e G.S. Roberts (2000), Risk Management with Duration Analysis, *Managerial Finance* 26(3), 18-28.

Fooladi, I.J., G.S. Roberts e F. Skinner (1997), Duration for Bonds with Default Risk, *Journal of Banking and Finance* 21(1), January, 1-16.

Gultekin, N.B. e R.J. Rogalski (1984), Alternative Duration Specifications and the Measurement of Basis Risk: Empirical Tests, *Journal of Business* 57(2), April, 241-264.

Haensly, P.J., T.M. Springer e N.G. Waller (1993), Duration and the Price Behavior of Fixed-Rate Level Payment Mortgages: An Analytical Investigation, *Journal of Real Estate Finance and Economics* 6, 157-166.

Haugen, R.A. (1986), *Modern Investment Theory*, Englewood-Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Hicks, J.R. (1939), *Value and Capital*, Oxford, Clarendon Press.

Hopewell, M.H. e G.G. Kaufman (1973), Bond Price Volatility and Term to Maturity: A Generalized Respecification, *The American Economic Review* 63(4), September, 749-753.

Ingersoll, J.E., J. Skelton e R.L. Weil (1978), Duration Forty Years Later, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 13(4), November, 627-650.

Kaufman, G.G. e A.G. Malliaris (1984), Duration Based Strategies for Managing Bank Interest Rate Risk, *Third Symposium on Money, Banking and Insurance,* University of Karlsruhe, Germany, 683-697.

Kaufman, G.G. (2006), Duration: What is All the Disagreement About?, *Journal of Applied Finance* 16(2), October, 134-136.

Kornbluth, J.S.H. e G.R. Salkin (1994), Duration Moments and Yield Curve Movements, *Journal of Business and Accounting* 21(2), March, 175-193.

Lagoa, S., E. Leão e João Santos (2004), Sistema Bancário: Evolução Recente e Seu Papel no Ajustamento da Economia Portuguesa, *Prospectiva e Planeamento* 10, Ministério da Finanças, 175-230.

Leibowitz, M.L. (1986), Total Portfolio Duration: A New Perspective on Asset Allocation, *Financial Analysts Journal* 42(5), September-October, 18-29.

Livingston, F.R. e J. Caks (1977), A 'Duration' Fallacy, *Journal of Finance* 32(1), March, 185-188.

Macaulay, F.R. (1938), Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the U.S. since 1856, The National Bureau of Economic Research, New York, 44-53.

Mendes, J.A. (2002), A Empresa Bancária em Portugal no séc. XX: Evolução e Estratégias, *Gestão e Desenvolvimento* 11, 39-56.

Mozumdar, A. (1999), Default Risk of Interest Rate Swaps: Theory & Evidence, *Working Paper*, Pamplin College of Business, Virginia Tech.

Rebelo, C.T. (2009), *Modelação do Risco de Taxa de Juro nas Empresas Seguradoras*. Tese de Mestrado em Ciências Actuariais, ISEG.

Redington, F.M. (1952), Review of the Principle of Life-Office Valuations, *Journal of the Institute of Actuaries* 18, 286-340.

Samuelson, P.A. (1945), The Effect of Interest Rate Increases on the Banking System, *American Economic Review* 35, March, 16-27.

Sharma, H.P., D.K. Sharma e R. K. Jana (2009), Credit Union Portfolio Management – An Additive Fuzzy Goal Programming Approach, *International Research Journal of Finance and Economics* 30, 18-29.

Toevs, A. (1983), Gap Management: Managing Interest Rate Risk in Banks and Thrifts, *Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Review* (2), Spring, 20-35.

Tsai, M.S., S.L. Liao e S.L. Chiang (2009), Analyzing yield, duration and convexity of mortgage loans under prepayment and default risks, *Journal of Housing Economics* 18(2), 92-103.

Xie, D. (2008), Numerical Valuation of Fixed Rate Mortgages, *IAENG International Journal of Applied Mathematics* 38(2), 89-98.

Weil, R.L. (1973), Macaulay's Duration: An Appreciation, *Journal of Business* 46(4), October, 589-592.

Winkelmann, K. (1989), Uses and Abuses of Duration and Convexity, *Financial Analysts Journal* 45(5), September-October, 72-75.

ANEXOS

Quadro 4.13: Elementos do Mês 1 da carteira de EHTF[24]

TIPO DE CONTRATO	MONTANTE DO EMPRÉSTIMO	CAPITAL VINCENDO	TAXA DE JURO CONTRATUALIZADA	CAPITAL DIFERIDO	PRAZO INICIAL (ANOS)	PRAZO ACTUAL (ANOS)	PRAZO TAXA FIXA (ANOS)	PRAZO RESIDUAL (FINDA TAXA FIXA)	PRAZO DE CARÊNCIA (ANOS)
SIMPLES	40 000 €	40 000 €	5.15%	0 €	30	30	15	15	0
SIMPLES	21 592 €	21 592 €	3.45%	0 €	10	10	2	8	0
SIMPLES	25 000 €	25 000 €	3.45%	0 €	10	10	2	8	0
SIMPLES	90 000 €	90 000 €	5.85%	0 €	48	48	30	18	0
SIMPLES	65 000 €	65 000 €	4.55%	0 €	15	15	10	5	0
SIMPLES	87 500 €	87 500 €	4.65%	0 €	48	48	5	43	0
SIMPLES	5 000 €	5 000 €	4.65%	0 €	48	48	5	43	0
SIMPLES	220 000 €	220 000 €	4.05%	0 €	25	25	5	20	0
DIFERIMENTO	110 000 €	110 000 €	4.45%	33 000 €	46	46	5	41	0
DIFERIMENTO	20 000 €	20 000 €	4.45%	6 000 €	46	46	5	41	0
SIMPLES	46 291 €	46 291 €	5.70%	0 €	20	20	20	0	0
SIMPLES	53 600 €	53 600 €	5.85%	0 €	47	47	5	42	0
SIMPLES	157 500 €	157 500 €	3.90%	0 €	50	50	5	45	0
SIMPLES	60 000 €	60 000 €	4.40%	0 €	43	43	5	38	0
SIMPLES	117 000 €	117 000 €	3.45%	0 €	50	50	2	48	0
SIMPLES	15 000 €	15 000 €	3.45%	0 €	50	50	2	48	0
SIMPLES	40 000 €	40 000 €	3.90%	0 €	30	30	3	27	0
SIMPLES	150 000 €	150 000 €	3.60%	0 €	47	47	2	45	0
SIMPLES	13 000 €	13 000 €	5.40%	0 €	10	10	10	0	0
SIMPLES	55 000 €	55 000 €	2.75%	0 €	40	40	2	38	0
SIMPLES	80 000 €	80 000 €	4.85%	0 €	15	15	15	0	0
SIMPLES	20 000 €	20 000 €	4.45%	0 €	23	23	5	18	0

[24] Para que os empréstimos não sejam identificáveis, por motivos óbvios, os montantes foram multiplicados por um factor comum e não serão divulgadas as datas dos mesmos, para além do que a informação contida no quadro é apenas a indispensável ao exercício.

TIPO DE CONTRATO	MONTANTE DO EMPRÉSTIMO	CAPITAL VINCENDO	TAXA DE JURO CONTRATUALIZADA	CAPITAL DIFERIDO	PRAZO INICIAL (ANOS)	PRAZO ACTUAL (ANOS)	PRAZO TAXA FIXA (ANOS)	PRAZO RESIDUAL (FINDA TAXA FIXA)	PRAZO DE CARÊNCIA (ANOS)
SIMPLES	20 000 €	20 000 €	4.45%	0 €	23	22.9	5	17.9	0
SIMPLES	150 000 €	150 000 €	3.80%	0 €	50	50	3	47	0
DIFERIMENTO	54 000 €	54 000 €	3.80%	16 200 €	50	50	2	48	0
SIMPLES	85 000 €	82 751 €	5.20%	0 €	30	30	30	0	0
SIMPLES	80 000 €	80 000 €	5.30%	0 €	15	15	15	0	0
SIMPLES	20 000 €	20 000 €	5.40%	0 €	10	10	10	0	0
SIMPLES	145 000 €	145 000 €	5.90%	0 €	30	30	30	0	0
SIMPLES	90 000 €	90 000 €	3.35%	0 €	50	50	2	48	0
SIMPLES	70 000 €	70 000 €	5.70%	0 €	20	20	20	0	0
SIMPLES	50 000 €	50 000 €	5.55%	0 €	10	10	10	0	0
SIMPLES	18 000 €	18 000 €	6.15%	0 €	30	30	30	0	0
SIMPLES	50 400 €	50 400 €	6.00%	0 €	27	27	25	2	0
SIMPLES	40 000 €	40 000 €	4.70%	0 €	30	30	5	25	0
SIMPLES	31 000 €	31 000 €	5.65%	0 €	20	20	5	15	0
SIMPLES	9 000 €	9 000 €	5.65%	0 €	20	20	5	15	0
SIMPLES	60 000 €	60 000 €	4.45%	0 €	40	40	5	35	0
SIMPLES	25 000 €	25 000 €	5.05%	0 €	30	30	30	0	0
SIMPLES	50 000 €	50 000 €	5.65%	0 €	30	30	30	0	0
SIMPLES	50 000 €	50 000 €	4.55%	0 €	5	5	5	0	0
SIMPLES	165 000 €	165 000 €	3.45%	0 €	44	44	3	41	0

Quadro 4.14: Elementos do Mês 2 da carteira de EHTF

TIPO DE CONTRATO	MONTANTE DO EMPRÉSTIMO	CAPITAL VINCENDO	TAXA DE JURO CONTRATUALIZADA	CAPITAL DIFERIDO	PRAZO INICIAL (ANOS)	PRAZO ACTUAL (ANOS)	PRAZO TAXA FIXA (ANOS)	PRAZO RESIDUAL (FINDA TAXA FIXA)	PRAZO DE CARÊNCIA (ANOS)
SIMPLES	190 000 €	190 000 €	5.30%	0 €	30	30	30	0	0
SIMPLES	75 000 €	75 000 €	6.50%	0 €	20	20	20	0	0
SIMPLES	90 000 €	90 000 €	3.05%	0 €	50	50	2	48	0
SIMPLES	100 000 €	100 000 €	5.40%	0 €	21	21	5	16	0
CARÊNCIA	137 000 €	137 000 €	2.85%	0 €	50	50	2	48	2
CARÊNCIA	5 000 €	5 000 €	2.85%	0 €	50	50	2	48	2
DIFERIMENTO	16 000 €	16 000 €	4.00%	0 €	10	10	5	5	0
SIMPLES	225 000 €	221 782 €	3.60%	67 500 €	47	44	5	39	0
SIMPLES	100 000 €	96 878 €	3.60%	0 €	47	45	5	40	0
SIMPLES	120 000 €	120 000 €	5.80%	0 €	13	13	10	3	0
SIMPLES	45 000 €	45 000 €	5.35%	0 €	30	30	30	0	0
SIMPLES	130 000 €	130 000 €	5.40%	0 €	50	50	30	20	0
SIMPLES	35 000 €	35 000 €	5.20%	0 €	14	14	10	4	0
SIMPLES	31 500 €	31 500 €	5.25%	0 €	25	25	25	0	0
SIMPLES	64 000 €	64 000 €	3.05%	0 €	30	30	2	28	0
DIFERIMENTO	60 000 €	60 000 €	4.05%	0 €	20	20	5	15	0
SIMPLES	122 000 €	118 928 €	5.25%	35 600 €	33	30	30	0	0
SIMPLES	70 000 €	70 000 €	3.98%	0 €	48	48	5	43	0
SIMPLES	40 000 €	40 000 €	3.65%	0 €	4	4	3	1	0
SIMPLES	80 000 €	80 000 €	3.80%	0 €	47	47	5	42	0
SIMPLES	175 000 €	175 000 €	4.60%	0 €	38	38	10	28	0
DIFERIMENTO	70 000 €	70 000 €	4.80%	21 000 €	45	45	2	43	0
SIMPLES	47 000 €	47 000 €	4.90%	0 €	20	20	5	15	0
DIFERIMENTO	150 000 €	150 000 €	2.85%	45 000 €	50	50	2	48	0
DIFERIMENTO	8 000 €	8 000 €	2.85%	2 400 €	50	50	2	48	0

TIPO DE CONTRATO	MONTANTE DO EMPRÉSTIMO	CAPITAL VINCENDO	TAXA DE JURO CONTRATUALIZADA	CAPITAL DIFERIDO	PRAZO INICIAL (ANOS)	PRAZO ACTUAL (ANOS)	PRAZO TAXA FIXA (ANOS)	PRAZO RESIDUAL (FINDA TAXA FIXA)	PRAZO DE CARÊNCIA (ANOS)
SIMPLES	200 000 €	200 000 €	5.25%	0 €	25	25	25	0	0
SIMPLES	35 000 €	35 000 €	5.10%	0 €	12	12	10	2	0
SIMPLES	50 000 €	50 000 €	5.00%	0 €	10	10	10	0	0
SIMPLES	120 000 €	120 000 €	4.10%	0 €	47	47	5	42	0
SIMPLES	21 000 €	21 000 €	4.10%	0 €	47	47	5	42	0
SIMPLES	37 800 €	37 800 €	6.55%	0 €	41	41	20	21	0
SIMPLES	40 000 €	40 000 €	3.95%	0 €	47	47	5	42	0
SIMPLES	30 000 €	30 000 €	4.20%	0 €	50	50	5	45	0
DIFERIMENTO	76 500 €	76 500 €	4.80%	22 950 €	45	45	2	43	0

Quadro 4.15: Elementos do Mês 3 da carteira de EHTF

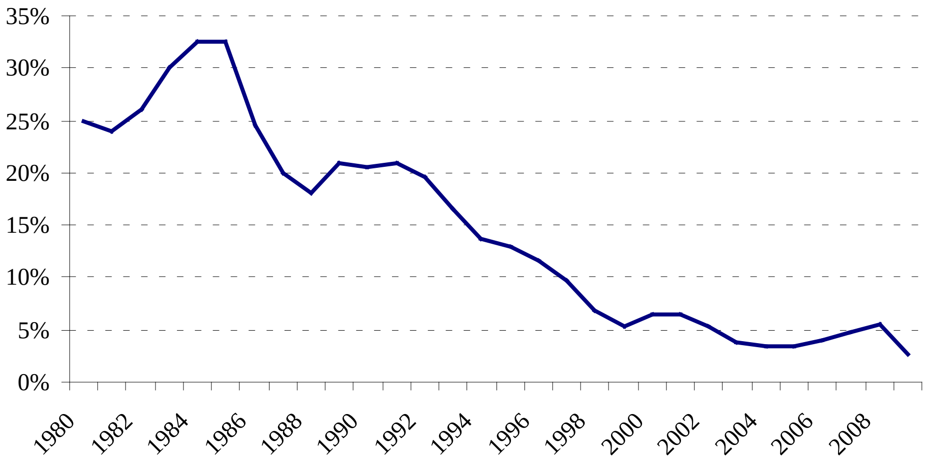
TIPO DE CONTRATO	MONTANTE DO EMPRÉSTIMO	CAPITAL VINCENDO	TAXA DE JURO CONTRATUALIZADA	CAPITAL DIFERIDO	PRAZO INICIAL (ANOS)	PRAZO ACTUAL (ANOS)	PRAZO TAXA FIXA (ANOS)	PRAZO RESIDUAL (FINDA TAXA FIXA)	PRAZO DE CARÊNCIA (ANOS)
SIMPLES	182 500 €	182 500 €	5.10%	0 €	36	36	5	31	0
SIMPLES	36 142 €	36 142 €	3.20%	0 €	20	20	2	18	0
SIMPLES	25 000 €	25 000 €	5.60%	0 €	22	22	20	2	0
CARÊNCIA	48 925 €	48 925 €	4.40%	0 €	48	48	3	45	3
SIMPLES	167 000 €	167 000 €	2.00%	0 €	45	45	2	43	0
DIFERIMENTO	90 250 €	90 250 €	3.40%	27 075 €	45	45	2	43	0
SIMPLES	45 000 €	45 000 €	4.95%	0 €	10	10	10	0	0
SIMPLES	15 000 €	15 000 €	6.35%	0 €	15	15	15	0	0
SIMPLES	80 000 €	80 000 €	4.95%	0 €	44	44	5	39	0
SIMPLES	50 000 €	50 000 €	5.05%	0 €	10	10	10	0	0
DIFERIMENTO	90 000 €	90 000 €	3.75%	27 000 €	33	33	2	31	0
SIMPLES	35 000 €	35 000 €	5.00%	0 €	10	10	10	0	0
DIFERIMENTO	12 500 €	12 500 €	4.85%	3 750 €	10	10	10	0	0
SIMPLES	16 000 €	16 000 €	3.00%	0 €	9	9	2	7	0
SIMPLES	100 000 €	100 000 €	4.20%	0 €	16	16	5	11	0
SIMPLES	30 000 €	30 000 €	5.25%	0 €	25	25	25	0	0
DIFERIMENTO	90 000 €	90 000 €	4.45%	27 000 €	45	45	2	43	0
DIFERIMENTO	49 500 €	49 500 €	5.45%	14 850 €	45	45	2	43	0
SIMPLES	31 424 €	24 535 €	5.35%	0 €	25	13.9	10	4	0
SIMPLES	58 600 €	57 937 €	2.60%	0 €	40	38.5	2	36.5	0
SIMPLES	55 000 €	55 000 €	6.10%	0 €	40	40	30	10	0
SIMPLES	55 000 €	55 000 €	4.55%	0 €	15	15	5	10	0
SIMPLES	25 000 €	25 000 €	6.15%	0 €	5	5	5	0	0
SIMPLES	180 000 €	180 000 €	4.65%	0 €	36	36	5	31	0

Quadro 4.16: Taxas de Juro Spot

	MÊS 1	MÊS 2	MÊS 3
EURIBOR 1 M	0.481 %	0.439 %	0.424 %
EURIBOR 2 M	0.663 %	0.592 %	0.578 %
EURIBOR 3 M	0.819 %	0.754 %	0.722 %
EURIBOR 4 M	0.919 %	0.843 %	0.816 %
EURIBOR 5 M	0.996 %	0.925 %	0.904 %
EURIBOR 6 M	1.080 %	1.017 %	1.004 %
EURIBOR 7 M	1.119 %	1.064 %	1.049 %
EURIBOR 8 M	1.162 %	1.104 %	1.091 %
EURIBOR 9 M	1.200 %	1.147 %	1.132 %
EURIBOR 10 M	1.234 %	1.183 %	1.167 %
EURIBOR 11 M	1.274 %	1.211 %	1.203 %
SWAP 1 Y	1.190 %	1.155 %	1.229 %
SWAP 2 Y	1.683 %	1.633 %	1.778 %
SWAP 3 Y	2.105 %	2.051 %	2.200 %
SWAP 4 Y	2.432 %	2.372 %	2.504 %
SWAP 5 Y	2.686 %	2.629 %	2.743 %
SWAP 6 Y	2.892 %	2.841 %	2.946 %
SWAP 7 Y	3.062 %	3.020 %	3.120 %
SWAP 8 Y	3.197 %	3.162 %	3.261 %
SWAP 9 Y	3.312 %	3.281 %	3.378 %
SWAP 10 Y	3.415 %	3.385 %	3.359 %
SWAP 11 Y	3.508 %	3.481 %	3.577 %
SWAP 12 Y	3.591 %	3.569 %	3.664 %
SWAP 13 Y	3.666 %	3.646 %	3.737 %
SWAP 14 Y	3.732 %	3.711 %	3.803 %
SWAP 15 Y	3.788 %	3.711 %	3.862 %
SWAP 16 Y	3.833 %	3.814 %	3.908 %
SWAP 17 Y	3.869 %	3.851 %	3.945 %
SWAP 18 Y	3.914 %	3.902 %	3.974 %
SWAP 19 Y	3.914 %	3.902 %	3.993 %
SWAP 20 Y	3.924 %	3.917 %	4.008 %
SWAP 21 Y	3.928 %	3.925 %	4.011 %
SWAP 22 Y	3.927 %	3.929 %	4.015 %
SWAP 23 Y	3.921 %	3.928 %	4.008 %
SWAP 24 Y	3.913 %	3.923 %	4.004 %
SWAP 25 Y	3.904 %	3.916 %	3.994 %
SWAP 26 Y	3.895 %	3.907 %	3.983 %
SWAP 27 Y	3.885 %	3.898 %	3.971 %
SWAP 28 Y	3.875 %	3.887 %	3.956 %
SWAP 29 Y	3.863 %	3.875 %	3.943 %
SWAP 30 Y	3.850 %	3.863 %	3.930 %

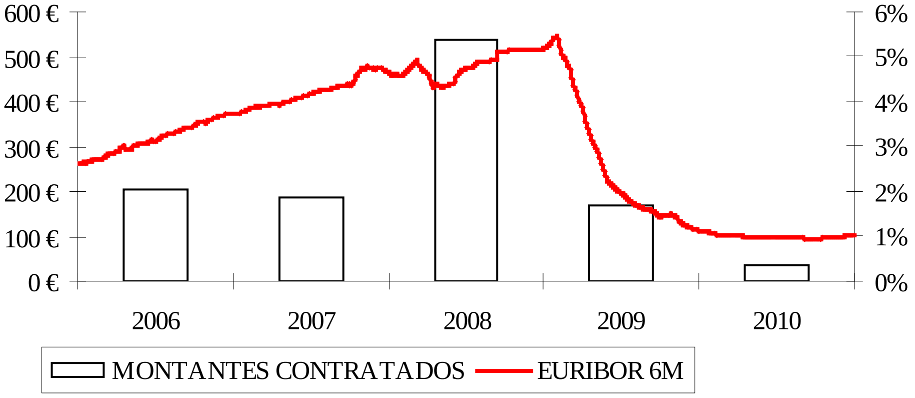
Figuras

Figura 1.1: Taxas de Juro aplicadas a Particulares para Empréstimos à Habitação por Instituições Financeiras e Monetárias em Portugal (1980-2010).



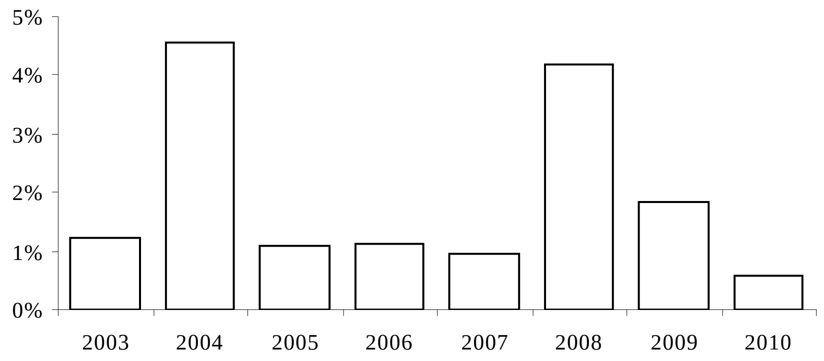
Fonte: Banco de Portugal

Figura 1.2: Montantes Contratados em Portugal de EHTF VS EURIBOR 6M



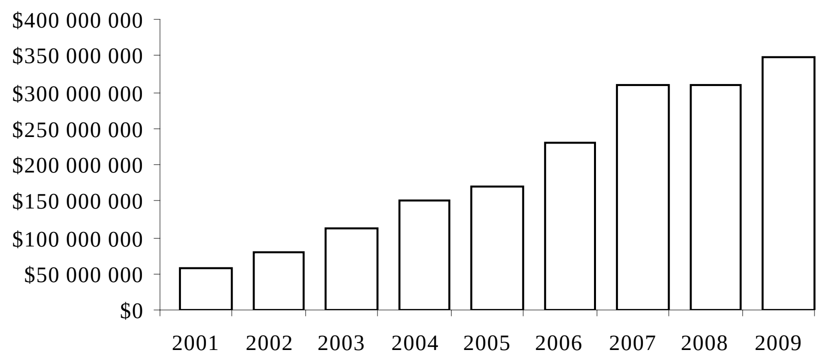
Fonte: Banco de Portugal

Figura 1.3: Peso do Segmento de Taxa Fixa no Total de Crédito à Habitação em Portugal



Fonte: Banco de Portugal

Figura 2.1: Montantes Globais Activos de Swaps



Fonte: Bank for International Settlements

Figura 2.3: Valor de um IRS

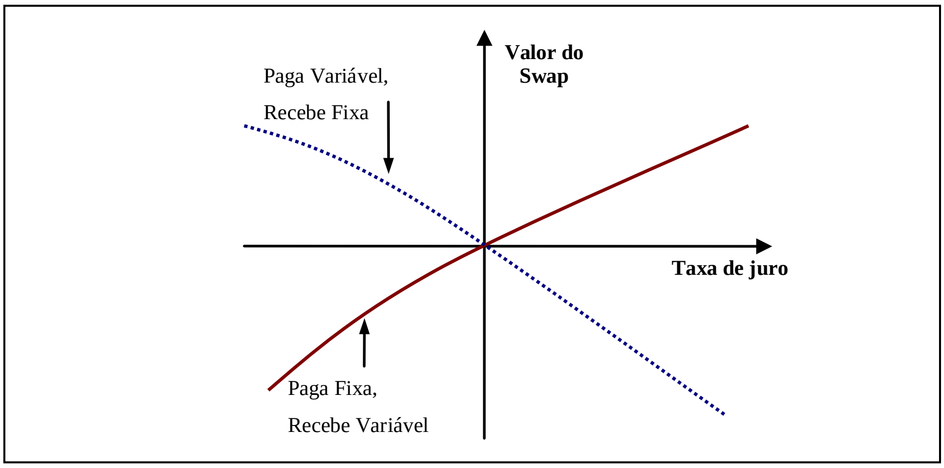


Figura 2.4: Mecânica de um IRS

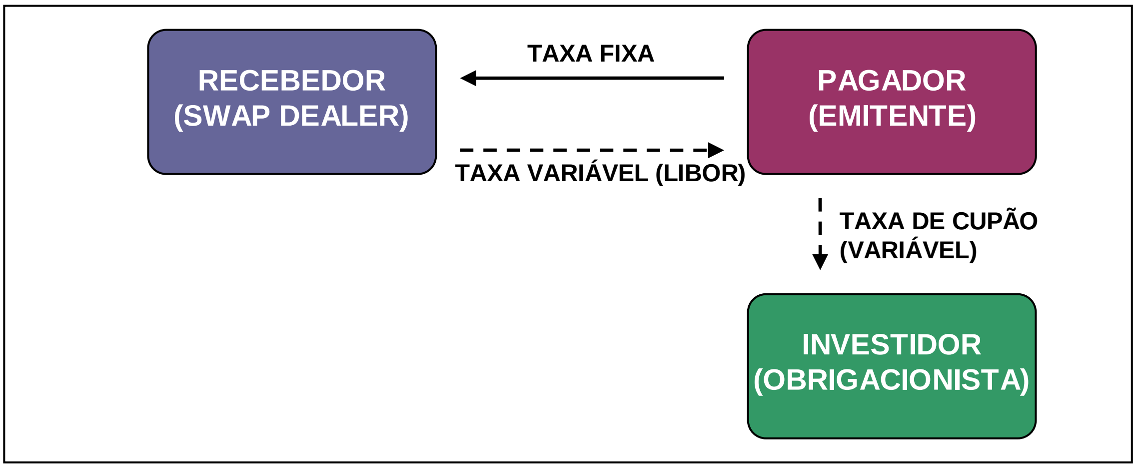


Figura 2.5: Duração e Tempo para a Maturidade para Obrigações ao Par, a Prémio e a Desconto

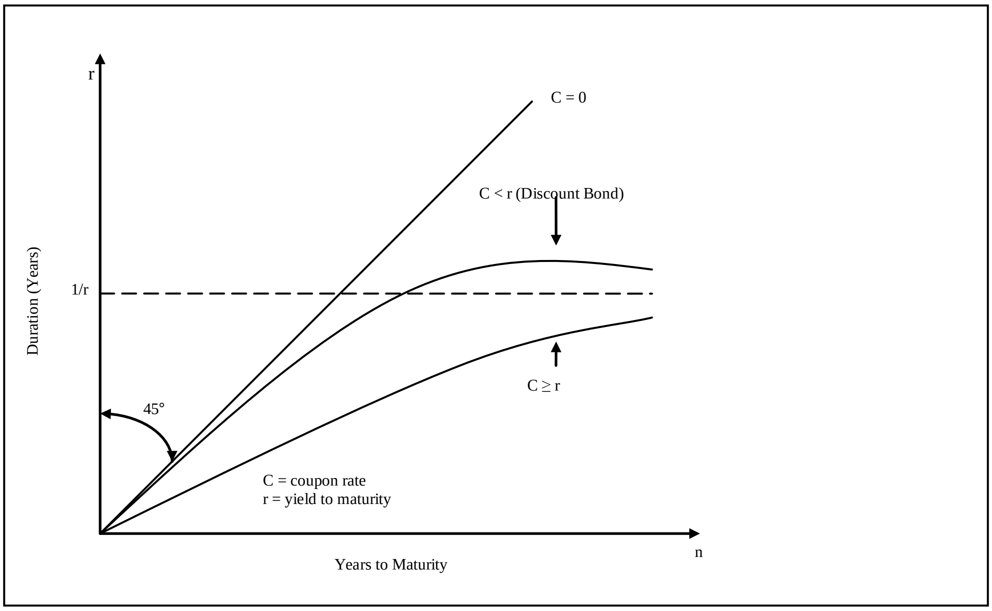
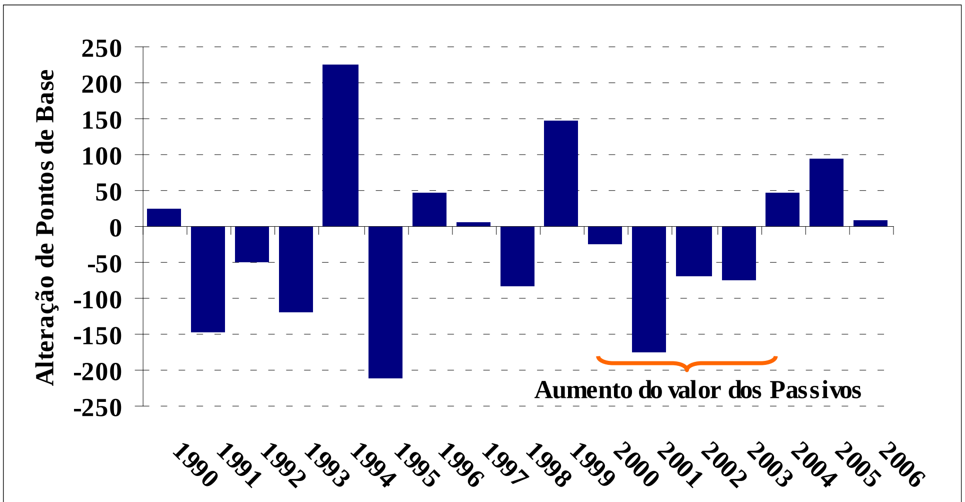
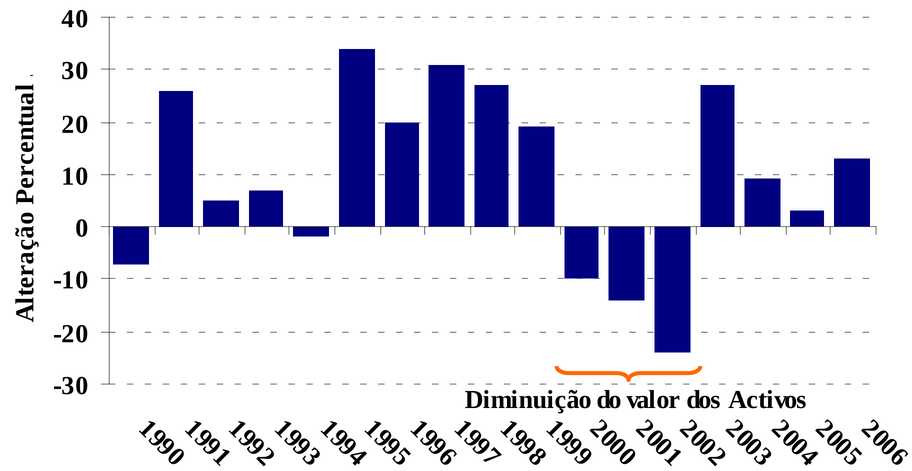


Figura 3.1: Alterações anuais nas *Yields* de Empresas com *rating* AA



Fonte: Citigoup Yieldbook, Principal Global Investors

Figura 3.2: Rendibilidade anual do S&P 500



Fonte: Bloomberg, Principal Global Investors