

ENSAIO SOBRE A GLOBALIZAÇÃO DOS MERCADOS
BOLSISTAS DE ALGUNS PAÍSES DAS AMÉRICAS DO SUL E
DO NORTE

JOÃO EUDES RODRIGUES DE SOUZA

Projeto de Mestrado
em Gestão de Empresas

Tese submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de
Mestre em Gestão de Empresas

Orientador(a):

Prof. Doutor Rui Menezes, Prof. Associado com Agregação, ISCTE Business School,
Departamento de Métodos Quantitativos

Co-orientador(a):

Prof^a. Doutora Diana Mendes, Prof. Auxiliar, ISCTE Business School, Departamento de
Métodos Quantitativos

Março 2010

ENSAIO SOBRE A GLOBALIZAÇÃO DOS MERCADOS
BOLSISTAS DE ALGUNS PAÍSES DAS AMÉRICAS DO SUL E
DO NORTE

JOÃO EUDES RODRIGUES DE SOUZA

Projeto de Mestrado
em Gestão de Empresas

Orientador(a):

Prof. Doutor Rui Menezes

Co-orientador(a):

Prof^ª. Doutora Diana Mendes

Março 2010

ANÁLISE DA GLOBALIZAÇÃO DE MERCADOS BOLSISTAS
João Eudes Rodrigues de Souza

ISCTE  **Business School**
Instituto Universitário de Lisboa

À minha esposa Regina Célia, ao
meu filho João Paulo, aos meus pais
Oswaldo Rodrigues de Souza (in
memorian) e Maria Nogueira de
Souza (in memorian), aos meus
irmãos Edvaldo, Erialdo, Ernaldo e
Adriana em Fortaleza.

AGRADECIMENTOS

Minha eterna gratidão a Deus criador de todas as coisas visíveis e invisíveis das quais o homem é sua obra prima e semelhança; a Jesus Cristo, Shalom do Pai para o mundo, a verdadeira, completa e única Paz que o homem pode ter, o Ressuscitado que passou pela cruz para dar-me a Salvação Plena e Felicidade Perfeita em forma de bênçãos espirituais e materiais; ao Espírito Santo, o inflamador das almas e educador dos corações; a Maria, Filha de Deus, Mãe de Jesus Cristo e minha que desempenha o papel de Mestre Espiritual no meu itinerário de busca da vontade de Deus para minha vida, a qual invoco como Nossa Senhora nos títulos de Rainha da Paz, Esposa do Espírito Santo e Porta do Céu; a Santa Teresa D'Ávila que me ensina todos os dias a viver a Verdade Absoluta do “Só Deus basta” sendo meu modelo de Oração; a São Francisco, modelo de humildade e pobreza de Espírito que transforma o seu em meu clamor diário do “O Amor não é amado” e por fim, a Santa Teresinha do Menino Jesus e da Sagrada Face, por me ensinar o valor das pequenas coisas e da missionariedade.

Aos meus pais Osvaldo Rodrigues de Souza (in memorian) e Maria Nogueira de Souza (in memorian) pela luta e esforço que, diante das inúmeras dificuldades financeiras não pouparam os sacrifícios necessários a me proporcionar educação e instrução.

À minha esposa Regina Célia e ao meu filho João Paulo pelo amor, apoio, incentivo e compreensão das ausências sofridas durante à realização deste mestrado em Gestão de Empresas.

Aos meus irmãos Edvaldo, Erialdo, Ernaldo e Adriana pelo carinho a mim dispensado quando das visitas a minha terra natal, Fortaleza. Aos meus muitos sobrinhos, tios, primos, compadres, afilhados e amigos por dividirem comigo este momento de alegria. Em especial ao meu Compadre e Amigo Beto Barroso pelas palavras de conselho e incentivo no início desta caminhada e em tanta realidades concretas de minha vida.

A Moysés Louro de Azevedo Filho e a Maria Emmir Oquendo Nogueira, Fundador e Co-Fundadora da Comunidade Católica Shalom que retiraram-me da acomodação de servidor público e transformaram-me em um Gestor de Empresas, pela confiança e envio em missão para administrar Organizações pertencentes às Dioceses e Arquidioceses onde nossa comunidade se faz presente.

Aos meus irmãos de Comunidade na missão de Aracaju, em especial, a minhas autoridades que foram compreensivos e possibilitaram o tempo necessário a conclusão deste Mestrado, dispensando-me muitas vezes de compromissos comunitários.

A Dom José Palmeira Lessa, Arcebispo da Arquidiocese de Aracaju, meu Pastor e Amigo, Presidente da Fundação Arquidiocesana de Cultura, empresa que administro há quase oito anos, pelas palavras sábias e confortadoras que me dirige em meus muitos momentos de desânimo, pela preocupação com minha qualidade de Vida, pelas inúmeras visitas e pelo incentivo de todos os modos e maneiras que tornaram possível mais este desafio em minha vida,.

Ao Padre Jerônimo Peixoto que na época de minha inscrição neste Mestrado era Vice-Presidente da Fundação Arquidiocesana de Cultura, grande responsável por tantos resultados positivos em minha gestão e ainda hoje continua sendo o amigo confiável de todas as horas.

Aos todos os colegas de trabalho da Fundação Arquidiocesana de Cultura que muito ajudaram direta e indiretamente na realização deste sonho com o incentivo e apoio.

Ao Professor Doutor Rui Menezes e a Professora Doutora Diana Mendes, do ISCTE - Lisboa pelas contribuições e incentivos quanto à orientação desta tese que muito me ajudaram com seus ensinamentos, indicações de trabalhos e livros, motivações e correções sem as quais não teria o êxito da conclusão dessa dissertação

Ao Professor Doutor Marcus Vinícius e a Professora Doutora Carla Winter Afonso, da Fundação Getúlio Vargas, pelo apoio logístico e metodológico, os quais possibilitaram a realização deste intercâmbio entre o Brasil (FGV) e Portugal (ISCTE).

Ao Professor Doutor Tácito Augusto Farias e ao Professor Mestre Fábio Rodrigues de Moura, da Universidade Federal de Sergipe, pela amizade construída ao longo deste Mestrado, pelas inúmeras dúvidas pacientemente solucionadas, pelo auxílio fundamental na interpretação dos resultados de minha pesquisa, pela indicação de livros e materiais e pelas explicações que proporcionaram a mim motivação e confiança na conclusão desta Dissertação.

A Secretária do Mestrado, Mariana Rodrigues, que com simpatia e profissionalismo sem igual, proporcionou-me o apoio administrativo e logístico necessários.

Aos todos os professores e colegas de mestrado pela colaboração e amizade construída e pelo salutar convívio nos estudos e nos momentos de lazer e turismo.

Aos demais colaboradores na fase da demanda de informações e a todos que direta ou indiretamente ajudaram a tornar realidade um sonho da minha tenra idade.

Resumo

A iniciativa da realização do presente estudo foi despertada pela força da Globalização presente nos mercados de bens e serviços. Este trabalho apresenta uma síntese de modelos econométricos para responder se a globalização influencia também os índices dos mercados bolsistas. Foram escolhidos os índices das Bolsa do Brasil, Argentina e Chile da América do Sul e dos Estados Unidos e Canadá, da América do Norte recolhidos do software *Datastream* e realizados testes de Raiz Unitária, de Causalidade à Granger e de cointegração, entre outros, com recurso ao software *Eviews*.

Os resultados dos testes comprovaram que as séries em estudo são não estacionárias em níveis e estacionárias em primeiras diferenças. Por isso realizou-se testes de cointegração para verificar se há uma combinação linear dessas variáveis, ou seja, se as séries são cointegradas.

Como o comportamento das séries apresentou efeitos assimétricos procedeu-se a análise dos resíduos gerados a partir de um modelo VAR onde a Hipótese Nula de não estacionariedade foi rejeitada por testes ADF a menos de 1%. Deste modo constatou-se que há uma e somente uma relação de cointegração entre as variáveis em estudo.

Concluindo, os resultados do presente trabalho apontam para a existência de um único vector cointegrante evidenciando que o índice americano é o motor do desenvolvimento destes mercados a nível internacional, exercendo sobre os restantes uma influência fundamental. Portanto, é possível afirmar-se que não existe ainda, a nível das Américas do Sul e do Norte um mercado bolsista integrado e que respeite a Lei de Um Preço.

Palavras-chave:

Índices Bolsistas; Globalização; Integração de Mercados Bolsistas; Cointegração

Classificação JEL:

E44 – Mercados Financeiros e Macroeconomia; G15 – Mercados Financeiros Internacional.

Abstract

The initiative of conducting this study was awakened by the force of the Globalization in markets of goods and services. This paper presents an overview of econometric models in order to respond if globalization also affects the stock market indices. Indices of stock exchange in Brazil, Argentina and Chile in South America and the United States and Canada in North America were chosen, gathered from Datastream software and achieved tests of Unit Root, of the Granger Causality and Cointegration, among others, using Eview software.

The test results proved that the series under study are nonstationary in levels and stationary in first differences. This is why cointegration tests were achieved to verify if there is a linear combination of these variables, that is if the series are cointegrated.

Since the behavior of the series showed asymmetrical effects, it was conducted the analysis of the waste generated from a VAR model where the null hypothesis of nonstationarity was rejected by the ADF tests less than 1%. Thus it was found that there is one and only one cointegration relationship between variables.

In conclusion, the results of this study point to the existence of a single cointegrating vector showing that the U.S. index is the engine of development of these markets at international level, exerting an influence on the remaining key. Therefore, it is possible to affirm that there is not yet, at the level of South and North Americas, one integrated stock market that respects the Law of One price.

Keywords:

Stock Market Índices; Globalization; Market Integration Fellows; Cointegration

JEL Classification:

E44 - Financial Markets and the Macroeconomy; G15 - International Financial Markets.

Índice	I
Lista de Ilustrações (Figuras e Tabelas)	II
Introdução	III
Problema	IV
Objetivos	IV
Relevância do Estudo	IV
Hipóteses	V
Estrutura do Trabalho	VI
Sumário Executivo	1
1. ENQUADRAMENTO TEÓRICO.....	3
1.1. Integração de Mercados.....	3
1.2. Não Estacionariedade e Regressão Espúria.....	6
1.3. Testes de Raiz Unitária e de Estacionariedade.....	13
1.4. Lei de Um Preço e Cointegração.....	18
1.5. Cointegração e Assimetria.....	24
2.SÉRIES TEMPORAIS E REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS OU DADOS.....	28
3.RESULTADOS.....	38
3.1. Testes de Raiz Unitária.....	38
3.2. Causalidade à Granger.....	39
3.3. Cointegração e Modelo VEC.....	41
3.4. Lei de Um Preço e Globalização.....	43
3.5. Assimetria.....	43
4. CONCLUSÕES.....	46
5. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS.....	48

Lista de Ilustrações

Figuras

Figura 1. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa Americana em níveis	29
Figura 2. Evolução Temporal do índice da Bolsa Americana em níveis	29
Figura 3. Evolução Temporal do índice da Bolsa Americana em primeiras diferenças	30
Figura 5. Histograma e Estatísticas do índice da Bolsa Brasileira em níveis	30
Figura 6. Evolução Temporal do índice da Bolsa Brasileira em níveis	31
Figura 7. Evolução temporal do índice da Bolsa Brasileira em primeiras diferenças	31
Figura 8. Histograma e Estatísticas do índice da Bolsa Brasileira em primeiras diferenças.	32
Figura 9. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa Argentina em níveis	32
Figura 10. Evolução Temporal do índice da Bolsa da Argentina em níveis	33
Figura 11. Evolução Temporal do índice da Bolsa Argentina em primeiras diferenças	33
Figura 12. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa Argentina em primeiras diferenças	33
Figura 13. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa do Canadá em níveis	34
Figura 14. Evolução Temporal do índice da Bolsa do Canadá em níveis	34
Figura 15. Evolução Temporal do índice da Bolsa do Canadá em primeiras diferenças	34
Figura 16. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa do Canadá em primeiras diferenças	35
Figura 17. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa do Chile em níveis	35
Figura 18. Evolução Temporal do índice da Bolsa do Chile em níveis	36
Figura 19. Evolução Temporal do índice da Bolsa do Chile em primeiras diferenças	36
Figura 20. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa do Chile em primeiras diferenças	36
Figura 21. Em perspectiva da análise da cointegração das cinco série temporais	37
Figura 22. Teste dos Resíduos modelo de Assimetria comprovando o ajustamento simétrico	44
Figura 23. Distribuição dos resíduos dos modelos de assimetria	44

Tabelas

Tabela 1. Testes de raiz unitária e de estacionariedade em níveis e em 1 ^{as} diferenças	38
Tabela 2. Testes de causalidade à Granger	40
Tabela 3. Testes de cointegração de Johansen	42
Tabela 4. Modelo vectorial de correcção do erro – VECM	43

INTRODUÇÃO

O mundo actual é dominado pela ideia da globalização. Este conceito está presente no nosso quotidiano pela facilidade de comunicarmos com pessoas em países distantes, pelo conhecimento quase instantâneo que temos sobre o que se passa em todo o mundo, pela disponibilidade de bens e serviços que outrora apenas podíamos adquirir noutros locais, pelos hábitos de consumo que cada vez mais tendem a ser uniformes, pelo comportamento dos consumidores que também tende a ser cada vez mais semelhante, independentemente de pertenças sociais, credos ou religiões, etc. Ou seja, parece claro que o mundo hoje é muito mais interligado e até mesmo uniforme do que o era em tempos passados não muito longínquos. É claro que subsistem excepções importantes mas se olharmos para o chamado mundo ocidental vemos que as diferenças entre países e entre mercados são cada vez menores.

Quando nos deslocamos de aeroporto em aeroporto deparamo-nos muitas vezes com preços muito semelhantes dos produtos em qualquer parte do mundo. Quando adquirimos um produto de hardware, provavelmente pagamos o mesmo no Brasil, na Argentina, nos Estados Unidos ou no Canadá. É vulgar dizer-se que não compensa comprar este ou aquele produto fora do país pois vamos pagar o mesmo que custaria no mercado doméstico e, ainda por cima, teríamos mais dificuldade nos arranjos ou na assistência técnica.

Por trás desta intuição encontra-se uma realidade económica que fornece cada vez mais evidência dos efeitos da globalização. Ao nível da electrónica de consumo, por exemplo, dominam as empresas multinacionais que colocam os seus produtos em todo o mundo a preços muito semelhantes, se não mesmo iguais. Ao nível da alimentação, assiste-se hoje a uma movimentação conjunta dos preços dos bens alimentares que aponta claramente para a existência de um mercado internacional integrado deste tipo de bens. Diversos estudos realizados no contexto deste mercado em países da Europa revelaram claramente uma forte integração dos mercados a nível horizontal e vertical. Se a convergência dos salários e rendimentos familiares ainda está longe de ser uma realidade, é interessante notar que mesmo nos países menos desenvolvidos é possível encontrar certos bens a preços idênticos aos praticados nos países mais desenvolvidos.

O Problema

Se a ideia da globalização parece ser uma realidade em muitos mercados de bens e serviços, será que o mesmo se passa em relação aos mercados financeiros e, em particular, ao mercado bolsista? Será que atingimos um patamar (ou caminhamos para ele?) em que um investidor tanto pode investir no Brasil ou em qualquer outro mercado, pois obtém o mesmo padrão de rendimento e de risco dos seus investimentos? Ou será que o mercado bolsista é tão peculiar que dificilmente atingirá esse patamar de homogeneidade?

A ideia que prevalece é que a convergência dos mercados bolsistas tem sofrido avanços e recuos ao longo do tempo, talvez por serem mercados muito mais voláteis do que os mercados de bens de consumo em geral. Por outro lado, ao exibirem graus de liquidez tão díspares, os mercados bolsistas tenderão a reagir de forma diferenciada a acções de carácter especulativo. Contudo parece mais ou menos evidente que o mercado bolsista norte-americano domina, em parte, sobre os restantes mercados bolsistas, provavelmente devido à sua maior dimensão, liquidez e, portanto, eficiência.

Objetivos

O presente trabalho pretende apresentar uma síntese de modelos econométricos que possibilitem responder, ainda que apenas parcialmente, à questão da globalização deste tipo de mercados com o objetivo de verificar se há cointegração entre estes mercados que nos levará a conclusão se há ou não um movimento de integração dos mercados bolsistas internacionais.

Relevância do Estudo

Relevância Teórica

Segue-se o conceito de cointegração a partir do qual se pode concluir sobre a questão da integração de mercados e da verificação da Lei de Um Preço. Finalmente apresenta-se um

resumo de um tipo de modelo utilizado quando os choques ocorridos nas variáveis em estudo apresentam evidência de assimetria.

Relevância Prática

Dado que o interesse neste trabalho recai sobre a existência ou não de um mercado bolsista integrado a nível internacional, as séries representativas dos mercados bolsistas que iremos utilizar incluem a dos Estados Unidos e do Canadá da América do Norte e do Brasil, da Argentina e do Chile da América do Sul e foram recolhidos no software *Datastream* 3833 observações de segunda à sexta referente ao período de 04/07/1994 a 16/03/2009. Os testes empíricos realizados no âmbito deste trabalho foram efectuados com recurso ao *software EViews*.

Hipóteses

Dado que a grande maioria das séries económicas e financeiras apresenta evidências claras de não estacionariedade, iremos introduzir este conceito e deduzir testes que permitam a análise das características não estacionárias dessas séries .

Estrutura do Trabalho

O trabalho em tela é composto de cinco capítulos: 1) **Projeto de Pesquisa** – apresentação da Introdução dos motivos que levaram à pesquisa, o problema e os objetivos pretendidos, a relevância do Estudo tanto no aspecto teórico como prático e a hipótese de que série temporais económicas e financeiras são geralmente não estacionárias; 2) **enquadramento Teórico** – campo do conhecimento no qual se assenta a investigação destacando os conceitos de Integração de Mercados, Não Estacionariedade, Regressão Espúria, testes de Raiz Unitária, Lei de Um Preço, Cointegração, Assimetria entre outros. Embora se possa tratar de uma comparação de certo modo abusiva, iremos aproximar a ideia da globalização à Lei de Um Preço analisada no contexto da integração de mercados; 3) **metodologia** – na qual se apresenta uma descrição do modo como o estudo foi realizado contemplando os sujeitos, instrumentos, procedimentos de análise e tratamento dos dados

coletados; 4) **resultados** – apresentação dos resultados a que o estudo chegou, inclusive, com ilustrações de figuras, gráficos e tabelas; 5) **discussão, conclusões e recomendações** – etapa na qual se apresenta a interpretação e o confronto dos resultados com o enquadramento teórico, além das conclusões e recomendações do autor e finalmente apresentam-se as conclusões finais.

SUMÁRIO EXECUTIVO

A presente dissertação pretende apresentar uma síntese de modelos econométricos que possibilitem responder à questão da globalização de mercados bolsistas dos principais países das América do Sul e do Norte. Foram recolhidos do *software Datastream*, 3833 cotações diárias, dos últimos 15 anos, das Bolsas americana, brasileira, argentina, canadense e chilena e realizados testes empíricos com recurso ao *software Eviews* sendo o teste da estatística de Jarque-Bera, da Raiz Unitária, de Estacionariedade, de Causalidade à Granger e de cointegração, entre outros. Foram utilizados vários conceitos da Econometria como Integração de Mercados, Não Estacionariedade, Regressão Espúria, Lei de Um Preço, Cointegração, Assimetria, entre outros. Todas as séries de dados contínuos foram previamente logaritmizadas, com o objetivo da linearização do modelo e reduzir os efeitos de heteroscedasticidade presentes nos dados sem alterar suas propriedades fundamentais.

Os resultados dos testes rejeitaram a Hipótese Nula de normalidade da distribuição comprovando a premissa de que estas cinco séries temporais, a exemplos das principais séries econômicas e financeiras, são não estacionárias e exibem o fenômeno conhecido como passeio aleatório, porém são todas integradas de primeira ordem. Neste caso, as técnicas de análises tradicionais não são válidas e foi necessário recorrer a métodos alternativos para efectuar a análise a partir de modelos de cointegração para verificar a relação entre os índices bolsistas e inquirir acerca da integração de mercados. Verificou-se nestes testes de cointegração que há uma combinação linear dessas variáveis.

O comportamento das séries apresentou efeitos assimétricos, justificando-se uma análise das propriedades assimétricas das séries dos índices bolsistas. No que respeita à assimetria procedeu-se a uma análise dos resíduos gerados a partir de um modelo VAR. Procedeu-se a uma análise dos resíduos gerados pelo respectivo VAR, onde a Hipótese Nula de não estacionariedade foi rejeitada por testes ADF a menos de 1%. Aceita-se, deste modo, a hipótese de haver uma (única) relação de cointegração entre as variáveis em estudo com nível de significância de 5%.

A análise empírica apresentada neste trabalho mostram que os resultados dos testes de assimetria realizados sobre os resíduos da equação de longo prazo confirmam o ajustamento simétrico dos modelos estimados. A assimetria nos mercados bolsistas surge porque os

investidores são adversos ao risco e às perdas. A aversão ao risco encorajam os agentes económicos a reagir rapidamente a notícias desfavoráveis e a reagir mais lentamente a notícias favoráveis (Menezes *et al.*, 2006). Por outro lado as assimetrias também derivam das potenciais perdas resultantes de mercados sobreavaliados (Siklos, 2002). Os resultados apresentados baseiam-se apenas nas equações do modelo que não incorpora o efeito das taxas de câmbio no sistema. Para este fim, estimaram-se os resíduos resultantes de duas equações de longo prazo, sendo a primeira baseada na estimação de um modelo estático entre as 5 variáveis do sistema. Os resíduos obtidos por este modelo foram designados por v_{1t} . Neste teste a hipótese nula não é rejeitada concluindo-se, portanto, que o ajustamento estabelecido entre as variáveis em causa é simétrico.

Concluindo, os resultados do presente trabalho apontam para a existência de um único vector cointegrante. Mas, as relações que se estabelecem entre as variáveis revelam-se bastante complexas. Os resultados evidenciam que o índice americano é o motor do desenvolvimento destes mercados a nível internacional, exercendo sobre os restantes uma influência fundamental. No que respeita à verificação da Lei de Um Preço, os resultados obtidos indicam que a maior parte das relações entre as variáveis dos sistemas estimados não são proporcionais. Deste modo, é possível afirmar-se que não existe ainda, a nível das Américas do Sul e do Norte um mercado bolsista integrado e que respeite a LOP. Portanto, os mercados bolsistas parecem estar ainda muito distantes da verificação do conceito de globalização, quando este é visto numa óptica de integração de mercados e da Lei de Um Preço descritas por Stigler (1969). No entanto, parte do relacionamento entre os mercados analisados poderá ser explicado por comportamentos não lineares, não incorporados nos modelos utilizados neste estudo. Aspecto que, porém, não integra os objectivos do presente trabalho.

1. ENQUADRAMENTO TEÓRICO

1.1 Integração de Mercados

A análise empírica da integração de mercados recorre com frequência ao estudo comparativo do comportamento de séries de preços de activos ou grupos de activos. A base teórica de enquadramento destes trabalhos assenta sobretudo na necessidade de definir o conceito de mercado e, depois, na própria definição de mercado integrado. Stigler (1969), por exemplo, define um mercado como sendo a “área dentro da qual o preço de um bem tende para a uniformidade, levando em conta as diferenças resultantes dos custos de transporte”. Esta noção geral de mercado aplica-se a mercados de bens ou serviços idênticos, ainda que geograficamente separados. Em alternativa, um mercado pode ser definido em termos de espaço de produto como sendo “a área dentro da qual o preço de um bem ou serviço tende para a uniformidade, levando em conta as diferenças de qualidade” (Sutton, 1991). Estas definições relacionam a evolução dos preços no longo prazo podendo, porém, ocorrer desvios entre eles no curto prazo. Trata-se, por isso, de uma relação de equilíbrio ou tendência de longo prazo. Com base neste tipo de relação é possível testar medidas de correlação, causalidade e proporcionalidade, conducentes à definição empírica de integração de mercados (Ravallion, 1986; Gordon *et al* 1993).

Se a definição de mercado baseada na relação entre preços de activos é de entendimento simples, já a questão da estimação empírica destes modelos é dificultada por problemas técnicos cuja resolução está longe de ser trivial. Estas dificuldades advêm, em grande medida, do facto de as séries de preços apresentarem em geral uma importante propriedade que conduz a regressões espúrias se não for devidamente modelada: a não estacionariedade. Ao longo de várias décadas este problema foi desprezado nos estudos empíricos baseados em séries de preços, assumindo-se pura e simplesmente que estas eram estacionárias, ainda que o não fossem. Os resultados assim obtidos sofriam de potenciais problemas de viés e outras propriedades estatísticas indesejáveis.

Com o advento e a popularização dos modelos ARIMA (Box e Jenkins, 1976) a questão da não estacionariedade passou a ser directamente modelada por recurso às séries em diferenças obtidas a partir das séries originais. Este método, embora permita remover a não

estacionariedade das séries originais tem o inconveniente de eliminar também a informação de longo prazo nelas contida impossibilitando, assim, o estudo da integração de mercados neste contexto.

O conceito de mercado acima apresentado incorpora um elemento fundamental comum a todas as definições, a questão da uniformidade dos preços, sendo justamente ela que leva ao conceito de integração de mercados. Diz-se que os mercados para um activo ou grupo de activos estão integrados se os preços subjacentes se moverem proporcionalmente ao longo do tempo, isto é, se a Lei de Um Preço (do inglês *Law of One Price ou LOP*) se verificar. Esta lei, descrita por Cassel (1918) e por outros economistas proeminentes, tais como Cournot e Marshall, pode ser entendida como um caso particular da seguinte relação determinística entre preços:

$$P_{1t} = \theta(P_{2t})^\beta, \quad (1)$$

onde P_{1t} e P_{2t} são, respectivamente, os preços dos activos 1 e 2,¹ indicando o parâmetro β o grau de não linearidade na relação entre P_{1t} e P_{2t} . Se $\beta = 0$ não há relação entre as variáveis. Alternativamente, se $\beta = 1$, existe uma relação de proporcionalidade entre elas, representando θ a constante de proporcionalidade. Por outro lado, no caso em que $\beta \neq 1$ e $\beta \neq 0$, os preços relacionam-se de forma não proporcional ao longo do tempo, sendo m^β o factor multiplicativo de P_{1t} quando P_{2t} vem multiplicado por m .

O parâmetro θ mede a relação intertemporal entre os preços e é, neste caso, uma constante. Tem uma interpretação económica directa apenas quando $\beta = 1$, caso em que a relação é linear. Esta é a situação em que a LOP se verifica. Para $\theta = \beta = 1$ os preços são iguais. Para $\theta \neq 1$ e $\beta = 1$, os preços movem-se proporcionalmente mas diferem entre si devido a diferentes custos de transporte, qualidade, etc. O primeiro caso é conhecido como a versão forte ou estrita da LOP; o segundo é a versão fraca ou lata da LOP (Asche et al., 1999). O parâmetro θ pode variar ao longo do tempo, caso em que teríamos $\theta(t) = \theta_t$. Se, com $\beta = 1$, θ_t tender para 1 quando $t \rightarrow \infty$, então diz-se que os preços convergem para a igualdade.

Em finanças, a LOP é frequentemente descrita no contexto da Teoria da Arbitragem em termos da igualdade dos preços de um activo independentemente dos meios utilizados para o criar. A título de exemplo, quando o preço de uma carteira de activos difere do preço

¹ A generalização para sistemas com mais do que duas variáveis é trivial.

de um activo com o mesmo rendimento, os investidores racionais irão comercializar esses activos de tal maneira que será repostos o preço de equilíbrio. Este mecanismo de compensação está na base da chamada Teoria da Arbitragem (do inglês *Arbitrage Pricing Theory ou APT*) descrita por Stephen A. Ross (1976). A LOP aplica os mesmos argumentos de arbitragem entre países, sendo que neste caso se deve levar em conta as diferenças cambiais para efeitos comparativos. Neste contexto pode dizer-se que a Lei de Um Preço e a Paridade do Poder de Compra (do inglês *Purchasing Power Parity ou PPP*) são conceitos equivalentes. A noção de Paridade do Poder de Compra absoluta equivale à versão forte da LOP, enquanto que a relativa equivale à versão fraca da LOP.²

Partindo da equação (1) e aplicando logaritmos naturais em ambos os membros da igualdade, obtém-se a seguinte relação estática:³

$$(1) P_{1t} = \theta(P_{2t})^\beta \quad x_{1t} = c_0 + \beta x_{2t}, \quad (2)$$

onde $c_0 = \ln \theta$ é uma constante e $x_{it} = \ln P_{it}$ ($i = 1, 2$). A equação (2) pode ser estimada empiricamente usando um modelo de regressão simples relacionando os dois preços:

$$x_{1t} = c_0 + \beta x_{2t} + v_t, \quad (3)$$

onde v_t é uma perturbação aleatória. O parâmetro β permite testar diferentes hipóteses acerca da transmissão de preços, isto é: acerca da movimentação conjunta das séries de preços dos activos em análise. Em particular a elasticidade de transmissão de preços será 1 se $\beta = 1$. Neste caso se não for rejeitada a hipótese nula de $c_0 = 0$, verifica-se a versão forte da LOP. Sendo rejeitada verifica-se a versão fraca da LOP. Se $\beta = 1$ e $c_0 < 0$ as variações de x_{2t} têm um efeito amortecido em x_{1t} . Caso contrário, se $\beta = 1$ e $c_0 > 0$, as variações de x_{2t} têm um efeito amplificado em x_{1t} .

A equação (3) pode ser generalizada ao caso em que x_{1t} depende não só de x_{2t} (ou vice-versa) mas também dos valores desfasados de ambas as variáveis, o que permite distinguir entre integração de mercados instantânea (ou de curto prazo) e integração de mercados de longo prazo (Ravallion, 1986; Slade, 1986; Goodwin *et al.*, 1990). Neste caso, temos o seguinte modelo ADL(p, q):

² Na sua versão mais simples, a Paridade do Poder de Compra estabelece que a taxa de depreciação monetária entre dois países é aproximadamente igual à diferença entre as respectivas taxas de inflação. Para mais detalhes sobre este tema ver, *e.g.*, Enders (2004: 186-189, 344-347).

³ A transformação logarítmica das variáveis originais permite, para além da linearização do modelo, reduzir os efeitos de heteroscedasticidade presentes nos dados sem alterar as propriedades fundamentais da série original.

$$x_{1t} = c_0 + \sum_{k=1}^p \rho_k x_{1,t-k} + \sum_{j=0}^q \beta_j x_{2,t-j} + v_t. \quad (4)$$

O número de defasamentos das variáveis que entram na equação (4) deve ser tal que o termo residual v_t não seja autocorrelacionado, isto é: $Cov(v_t, v_{t-k}) = E(v_t v_{t-k}) = 0$ para todo o $k \neq 0$. Diz-se que x_{2t} causa x_{1t} , se a hipótese nula de todos os parâmetros β_j serem simultaneamente nulos for rejeitada. De modo análogo, trocando a explicitação das variáveis na equação (4), obtém-se um teste da hipótese nula de x_{1t} causar x_{2t} . Se a hipótese nula não for rejeitada em ambos os casos, então não existe uma relação causal entre os preços dos dois activos e, por isso, diz-se que eles não pertencem ao mesmo espaço de mercado. Se existir apenas uma relação causal unidireccional, então um dos mercados tem capacidade suficiente para influenciar os preços do outro, mas o inverso não é verdadeiro.

Com base na equação (4) é possível testar se a LOP se verifica através de um teste à restrição $\sum_{k=1}^p \rho_k + \sum_{j=0}^q \beta_j = 1$. Para além disso, se $\beta_0 = 1$ e todos os outros parâmetros, incluindo os ρ_k , forem nulos, $\forall j, k > 0$, então a LOP verifica-se instantaneamente, caso em que a equação (4) se reduz a (3) com $\beta = 1$.

1.2. Não Estacionariedade e Regressão Espúria

Segundo Gujarati o trabalho empírico baseado em séries temporais pressupõe que a série temporal seja estacionária. Importa agora definir o conceito de estacionariedade a utilizar e analisar em que circunstâncias uma série é ou não estacionária. Uma série ou sucessão cronológica x_t pode ser vista como uma realização de um processo estocástico univariado, definido em tempo discreto e dado por uma colecção de variáveis aleatórias $\{X_t: t = 1, 2, \dots, T\}$ definidas num dado espaço de probabilidade (Ω, A, P) . Um processo estocástico diz-se estritamente estacionário⁴ se $\forall \{t_1, t_2, \dots, t_T\} \in Z, \forall k \in Z \wedge T = 1, 2, \dots$, se tem:

$$F_{X_{t_1}, \dots, X_{t_T}}(x_1, \dots, x_T) = F_{X_{t_1+k}, \dots, X_{t_T+k}}(x_1, \dots, x_T), \quad (5)$$

⁴ Também se diz estacionariedade em sentido forte.

onde F representa a função de distribuição conjunta das variáveis aleatórias X_t , $t = 1, 2, \dots, T$. Por outras palavras, um processo diz-se estritamente estacionário se a sua distribuição de probabilidade conjunta é invariante ao longo do tempo, ou seja, se a probabilidade de X_t , $t = 1, 2, \dots, T$, pertencer a um certo intervalo é a mesma agora ou em qualquer outro momento no tempo (ver, e.g., Chan, 2002).

Na prática, a definição acima apresentada equivale a analisar todos os momentos da distribuição de probabilidade conjunta o que é, obviamente, impossível na generalidade dos casos devido ao elevado número de parâmetros a estimar face aos dados disponíveis. Não é, porém, o caso da distribuição normal multivariada que fica completamente caracterizada pelos dois primeiros momentos da distribuição. Neste caso, as propriedades do processo X_t , $t = 1, 2, \dots, T$, são vulgarmente designadas na literatura por “propriedades de segunda ordem”, conduzindo à definição de estacionariedade fraca ou estacionariedade em covariância. Assim um processo diz-se fracamente estacionário ou estacionário em covariância se:⁵

$$\begin{aligned} E(X_t) &= \mu & \forall t = 1, \dots, T \\ Cov(X_t, X_{t-k}) &= \gamma_k & \forall t = 1, \dots, T \wedge k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6)$$

onde μ é uma constante real e γ_k tem uma estrutura constante para cada k . Fazendo, na equação (6), $k = 0$, obtém-se a variância de X_t , dada por $Var(X_t) = \gamma_0$. O termo γ_k é uma função de k e é conhecido na literatura como a função de autocovariância. Por outro lado, $\rho_k = \rho_{-k} = \gamma_k / \gamma_0$ é habitualmente designado por função de autocorrelação (do inglês *Autocorrelation Function* ou ACF) que desempenha, a par da média e da variância, um papel crucial no estudo da estacionariedade de um processo estocástico, uma vez que permite capturar a extensão temporal e robustez da memória do processo, ao medir a correlação dos valores actuais do processo com os seus valores passados. Sobre autocorrelação em séries temporais existem várias causas. Às vezes a autocorrelação se dá porque a série é não-estacionárias. Note-se que

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t-k})}{Var(X_t)} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad (7)$$

⁵ Note-se que a estacionariedade forte implica a estacionariedade fraca mas o contrário não é, necessariamente, verdade.

onde $\gamma_0 = \sigma^2$ é uma constante, no pressuposto de que o processo X_t , $t = 1, 2, \dots, T$, é homoscedástico. Uma propriedade importante da função de autocorrelação (condição necessária) é que ela é uma forma semi-definida positiva, ou seja:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \rho_{|t_i - t_j|} \geq 0, \quad (8)$$

para qualquer conjunto de momentos temporais t_1, t_2, \dots, t_n e quaisquer números reais $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ (ver, e.g., Wei, 1990: 10-11).

A função de autocorrelação tem a propriedade de se atenuar à medida que k aumenta e apresenta comportamentos semelhantes em muitos casos sendo, por isso, difícil distinguir entre processos de ordem diferente. Para ajudar nessa distinção utiliza-se normalmente a chamada função de autocorrelação parcial (do inglês *Partial Autocorrelation Function* ou PACF) que se obtém a partir do seguinte processo AR(k):

$$X_t = \phi_{k1} X_{t-1} + \dots + \phi_{kk} X_{t-k} + a_t. \quad (9)$$

A k -ésima autocorrelação parcial é dada pelo coeficiente ϕ_{kk} do modelo (9). Uma característica importante da função de autocorrelação parcial é que leva em consideração toda a história do processo até ao desfaseamento de ordem k correspondente, ou seja, mede a correlação adicional entre X_t e X_{t-k} , uma vez controlados os efeitos de todos os desfaseamentos intermédios (ver, e.g., Enders (2004: 65-67), para mais detalhes).

Um caso particular de um processo fracamente estacionário é o processo ruído branco (do inglês *White Noise* ou WN). Num processo deste tipo a média é nula e a variância é finita: $\mu = \gamma_k = 0$ ($k \neq 0$) e $\gamma_0 = \sigma^2$.⁶ Contudo a média condicionada pela informação passada, $E(X_t | I_{t-1})$, onde I_{t-1} denota a história do processo até ao momento $t-1$, não é necessariamente nula em todos os passos do processo. Por este motivo é possível efectuar uma previsão residual num processo ruído branco, apesar dele não ser linearmente previsível (ver, e.g., Hendry, 1996).

Num processo ruído branco, se as variáveis aleatórias X_t forem independentes e identicamente distribuídas (iid), o processo designa-se por ruído branco forte. A sua versão fraca implica apenas que as variáveis aleatórias X_t não sejam correlacionadas. Um processo

⁶ Alguns autores definem este processo como ruído branco de média nula.

ruído branco forte também se designa por processo ruído iid.⁷ Trata-se de um dos modelos estocásticos mais simples que pode surgir, pese embora os modelos apresentados de modo algum esgotem a classe de processos estocásticos estacionários encontrados quer na literatura teórica quer na caracterização empírica de fenómenos reais.

Importa referir que nesta análise se considera que $\sigma^2 > 0$ e que o processo é ergódico. Um processo diz-se ergódico se os momentos da amostra observada para um certo período de tempo T convergem, quando $T \rightarrow \infty$, para os correspondentes momentos do processo X_t , bastando assim uma única realização para efeitos de inferência (Granger e Newbold, 1986).

Com base no modelo ADL(p, q) definido na equação (4) é possível concluir que, se as séries de preços x_{1t} e x_{2t} forem estacionárias, os testes estatísticos convencionais mantêm-se, em princípio, válidos. Sendo não estacionárias, pode-se estar perante um problema de regressão espúria se os resíduos do modelo não respeitarem as hipóteses do modelo clássico de regressão linear. Neste caso, os testes usuais t e F da regressão são desprovidos de sentido (Granger e Newbold, 1974).

Uma regressão espúria ou sem sentido pode ocorrer ao estimar a regressão para uma variável que é uma série temporal em relação a outra série temporal ou outras séries temporais. É o caso da regressão entre dois processos passeio aleatório independentes.⁸ Neste caso, a equação de longo prazo estimada produz, regra geral, valores elevados de R^2 e parâmetros significativamente diferentes de zero, indicando uma relação entre as variáveis quando, de facto, nenhuma existe. Na realidade o que o modelo está a capturar é apenas a existência de uma tendência comum. Neste caso as estatísticas usuais t e F não seguem, respectivamente, distribuições *t-Student* e *F-Snedcor*. Phillips (1986) demonstrou que os estimadores dos parâmetros deste modelo não convergem assintoticamente, como no caso da regressão entre variáveis estacionárias. O estimador do coeficiente da variável supostamente causal tem uma distribuição limite não degenerada, enquanto que a distribuição do estimador do termo independente é degenerada no infinito. Por outro lado, o coeficiente de determinação R^2 converge para uma distribuição não degenerada e não para zero, como seria de esperar. Em adição à problemática dos testes t e F , os resíduos gerados pela regressão entre dois processos passeio aleatório independentes estão, em geral, fortemente

⁷ No caso da distribuição normal de média nula, o processo ruído branco forte é equivalente ao processo ruído branco fraco. Estes conceitos equivalem ainda ao conceito de martingala, onde, para além das condições impostas ao processo ruído branco forte, também se verifica a condição $E(X_t | I_{t-1}) = 0$ em todos os passos do processo.

⁸ Neste caso, esperar-se-ia que os teste t e F da regressão não rejeitassem a hipótese nula.

autocorrelacionados, convergindo a estatística de Durbin-Watson (DW) para zero e inviabilizando deste modo o uso do método dos mínimos quadrados (OLS) neste contexto. Assim, como regra empírica, pode-se suspeitar da existência de uma regressão espúria quando o valor da estatística DW for inferior ao valor do coeficiente de determinação do modelo ($DW < R^2$).⁹

Um processo passeio aleatório pode ser encarado como um caso particular de um processo autoregressivo de primeira ordem, AR(1), do tipo:¹⁰

$$X_t = \mu + \rho X_{t-1} + \sigma \varepsilon_t, \quad (10)$$

onde $\varepsilon_t \sim \text{iid}(0, 1)$, isto é, é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância unitária. Na equação (10) o termo μ é uma constante e o termo σ designa-se por volatilidade, ou seja, é o desvio-padrão dos resíduos. O coeficiente de autoregressão ρ determina a estabilidade do processo. Se $\rho = \sigma = 1$ e $\mu = 0$, o processo diz-se passeio aleatório. Para um valor inicial X_0 , o processo AR(1) é gerado pelos ruídos iid ε_t . Calculando as expressões para X_{t-1} , X_{t-2} , ..., e substituindo recursivamente em (10), obtém-se:

$$X_t = \rho^t X_0 + \sum_{k=0}^{t-1} \rho^k (\mu + \sigma \varepsilon_{t-k}), \quad (11)$$

donde se pode concluir que X_{t-1} é uma função linear de X_0 e de $\{\varepsilon_s: s = 1, \dots, t-1\}$, logo é independente de ε_t . Neste caso, os ε_t também se costumam designar por inovações ou processo de inovação e corresponde à componente não previsível do modelo. Do mesmo modo, aplicando as condições dadas em (6) ao modelo AR(1) definido em (10), obtém-se:

$$\begin{aligned} E(X_t) &= \mu + \rho E(X_{t-1}) \\ \text{Var}(X_t) &= \rho^2 \text{Var}(X_{t-1}) + \sigma^2 \text{Var}(\varepsilon_t) \end{aligned} \quad (12)$$

Na equação (12) μ e σ^2 são constantes, $\text{Var}(\varepsilon_t) = 1$ e ρ é o parâmetro de estabilidade do processo, conforme anteriormente indicado. Assim, se $|\rho| \geq 1$, a variância de X_t é sempre maior do que a variância de X_{t-1} , logo X_t não pode ser um processo estacionário. Se $|\rho| > 1$, o processo diz-se explosivo e $X_t \rightarrow \infty$ com probabilidade 1.¹¹ Se $|\rho| = 1$, sendo $\mu \neq 0$, o

⁹ Ver, e.g., Marques (1998: 242-249) para uma explicação detalhada desta questão.

¹⁰ Um processo AR(1), por outro lado, é um caso particular de um processo ADL(1, 0).

¹¹ Note-se que o conceito de estacionariedade de um processo autoregressivo está intimamente relacionado com o conceito de convergência da respectiva equação com diferenças. No caso em que $|\rho| > 1$, a equação é desprovida de sentido pois conduz a um processo que depende dos valores futuros da variável, os quais não são,

processo X_t designa-se por passeio aleatório com deriva. Neste caso, substituindo $\rho = 1$ em (11), obtém-se:

$$X_t = X_0 + \mu t + \sigma \sum_{k=1}^t \varepsilon_k, \quad (13)$$

donde se conclui que o passeio aleatório com deriva tem uma tendência linear quer na média quer na variância, crescente na média se $\mu > 0$ e decrescente se $\mu < 0$ (ver, e.g., Brockwell e Davis, 2002):

$$\begin{aligned} E(X_t) &= X_0 + \mu t \\ \text{Var}(X_t) &= t\sigma^2 \end{aligned} \quad (14)$$

O processo passeio aleatório também pode ser visto como uma soma de variáveis aleatórias iid. Basta notar que fazendo na equação (13) $X_0 = \mu = 0$ e $\sigma = 1$, obtém-se:

$$X_t = \sum_{k=1}^t \varepsilon_k = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_t. \quad (15)$$

Se $|\rho| < 1$, o processo X_t é estacionário e admite a seguinte solução estacionária para a média e variância:

$$\begin{aligned} E(X_t) &= \frac{\mu}{1-\rho} \\ \text{Var}(X_t) &= \frac{\sigma^2}{1-\rho^2} \end{aligned} \quad (16)$$

Num processo estacionário, as amplitudes dos choques ocorridos no sistema num dado momento vão-se atenuando ao longo do tempo, fazendo que o sistema regresse à situação de equilíbrio. Contudo, num processo não estacionário, as amplitudes dos choques são persistentes, não permitindo o retorno à situação de equilíbrio inicial. Neste caso, o carácter do processo vai sofrendo mutações irreversíveis ao longo do tempo.

Algumas séries temporais financeiras, como preço das ações, exibem o que é conhecido como o fenómeno do passeio aleatório. O processo passeio aleatório está profundamente enraizado na teoria financeira. Este modelo está na base de toda a teoria respeitante à eficiência dos mercados (ver e.g. Fama, 1981, 1990; Fama e French, 1989, 1992, 1993). A ideia base que está subjacente à hipótese de eficiência dos mercados é que os

obviamente, observáveis (ver Chan (2002: 27) para mais detalhes). Para além disso, este caso implica que os choques ocorridos no sistema, além de serem persistentes propagam-se, de modo que os efeitos de um dado choque aumentam ao longo do tempo, tendendo para infinito.

retornos (ou rendibilidades) podem ser representados como flutuações não previsíveis em torno de uma certa rendibilidade média. Dito de outro modo, a distribuição das rendibilidades num certo momento não está correlacionada, podendo até ser independente da distribuição das rendibilidades em momentos anteriores. Isto conduz-nos à modelação da variável residual ε_t como um processo ruído branco. Assim nenhum investidor realizará lucros anormais originados por qualquer tipo de actividade especulativa.

O passeio aleatório com deriva pertence a uma classe de modelos designados por processos estacionários em diferenças (do inglês *Difference Stationary Processes* ou DSP) pois, diferenciando uma vez a variável original, obtém-se uma série que é estacionária, ou seja:

$$\Delta X_t = \mu + \sigma \varepsilon_t, \quad (17)$$

onde Δ representa o operador da primeira diferença, tendo os restantes símbolos sido definidos anteriormente. Deste modo, o passeio aleatório também se costuma designar por processo integrado de primeira ordem, sendo que $X_t \sim I(1)$ e $\Delta X_t \sim I(0)$. Diz-se, então, que X_t tem uma tendência estocástica.

Um outro processo não estacionário frequentemente encontrado em séries financeiras pertence à classe dos processos estacionários em tendência (do inglês *Trend Stationary Processes* ou TSP). Neste caso a componente não estacionária do processo pode ser capturada por um termo determinístico do tipo $\mu_0 + \mu_1 t$:

$$X_t = \mu_0 + \mu_1 t + \varepsilon_t, \quad (18)$$

onde μ_0 e μ_1 são parâmetros. Este processo é estacionário em torno de uma tendência linear podendo, no entanto, ser usada qualquer outra função linearizável. Na prática, porém, é costume observar séries que contêm quer tendências determinísticas quer tendências estocásticas, pelo que uma possível estratégia de investigação passa por combinar os dois tipos de tendência acima referidos numa única equação.¹²

A discussão anterior revela, embora de uma forma sucinta, a importância da determinação da ordem de integração de uma série observada x_t para efeitos de inferência sobre o processo gerador dos dados. De facto, neste contexto, se as séries forem estacionárias em níveis, isto é nos valores originais sem diferenciação, pode-se analisar a integração de

¹² A identificação e separação destes dois tipos de não estacionariedade é fundamental, uma vez que, cada uma das soluções, na ausência da respectiva característica, além de não resolver o problema da não estacionariedade ainda introduz problemas adicionais não existentes na série original.

mercados e deduzir testes da LOP e da proporcionalidade da transmissão de preços utilizando modelos de causalidade simples. No entanto, se as séries forem não estacionárias em níveis mas estacionárias em primeiras diferenças, as técnicas de análise tradicionais não são válidas e é necessário recorrer a métodos alternativos para efectuar a análise.¹³

1.3. Testes de Raiz Unitária e de Estacionariedade

Existem na literatura inúmeros testes que permitem analisar a questão da ordem de integração de uma série observada x_t . Estes testes são geralmente conhecidos como testes de não estacionariedade ou testes de raiz unitária, termo utilizado por analogia com a determinação das raízes da equação característica de uma equação com diferenças. Um dos testes de raiz unitária mais populares entre os investigadores é o teste Aumentado de Dickey-Fuller (do inglês *Augmented Dickey-Fuller test* ou ADF), embora existam algumas limitações apresentadas mais adiante.

O teste ADF, também conhecido por teste τ (Dickey e Fuller, 1979, 1981), baseia-se na seguinte regressão para a variável x_t :

$$\Delta x_t = \mu_0 + \mu_1 t + (\rho - 1)x_{t-1} + \sum_{k=1}^p \gamma_k \Delta x_{t-k} + \varepsilon_t, \quad (19)$$

sendo a hipótese nula $\rho = 1$, usando para este efeito os valores críticos de MacKinnon (1991, 1996). O número de lags ou desfasamentos do modelo é escolhido de modo a que os resíduos sejam $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2_\varepsilon)$. Note-se que μ_0 é uma constante, $\mu_1 t$ captura uma eventual tendência determinística existente nos dados, conforme anteriormente referido e $(\rho - 1)x_{t-1}$ modela a respectiva tendência estocástica. Fazendo $\mu_1 = \gamma_k = 0$, a equação de Dickey-Fuller (19) reduz-se a um processo $AR(1)$ que pode ser visto como uma realização do processo descrito na equação (10).

O procedimento usual nos testes ADF consiste em testar a hipótese nula $\rho = 1$ (existência de uma raiz unitária ou não-estacionariedade) para a variável em níveis (x_t) e em

¹³ O mesmo se aplica a séries integradas de ordem d , com $d > 1$, embora a grande maioria das séries financeiras seja, de facto, apenas integrada de primeira ordem.

primeiras diferenças (Δx_t), contra a hipótese alternativa $|\rho| < 1$ (estacionariedade).¹⁴ Este teste pode considerar a existência de uma constante e uma tendência linear (τ_τ), de uma constante (τ_μ) ou de nenhuma delas (τ), enquanto componentes determinísticas do processo ($\mu_0 + \mu_1 t$).¹⁵ Para além do termo que contém o coeficiente de autoregressão ρ , o modelo (19) incorpora ainda a possibilidade de existirem termos autoregressivos da variável dependente Δx_t . Se a hipótese nula não for rejeitada em níveis mas o for em primeiras diferenças, então a variável $x_t \sim I(1)$. Se a hipótese nula for apenas rejeitada em segundas diferenças, a variável $x_t \sim I(2)$ e assim sucessivamente.

Dickey e Fuller (1979, 1981) propuseram dois testes para analisar as hipóteses acima descritas. O primeiro baseia-se na distribuição limite da estimativa OLS de ρ . A estatística do teste ADF utilizada neste contexto obedece à forma tradicional dos testes t:

$$t_\tau = \frac{\hat{\rho} - 1}{S_{\hat{\rho}-1}}, \quad (20)$$

mas não é assintoticamente normal nem simétrica. Deste modo, os valores críticos usuais da distribuição *t-Student* não são válidos neste âmbito. Fuller (1976), Dickey e Fuller (1981) e mais tarde MacKinnon (1991, 1996) fornecem os valores críticos adequados a esta situação.¹⁶ A verdadeira distribuição dos testes de Dickey-Fuller sob a hipótese nula é dada por (ver Dufrenot e Mignon, 2002):

$$t_{\rho \sim (H_0)} \sim \frac{W^2(1) - 1}{2\sqrt{\int_0^1 W^2(s) ds}}, \quad (21)$$

onde $W(\cdot)$ representa um processo de Wiener no intervalo $[0, 1]$.¹⁷ O segundo, baseia-se na distribuição da estatística $T(\rho-1)$, onde T denota a dimensão da amostra.

É interessante notar que $\tau_\tau < \tau_\mu < \tau$ e que, para a estatística τ , os valores críticos do teste ADF pouco diferem dos valores críticos da distribuição Normal estandardizada. Deste

¹⁴ Na verdade, no caso mais geral, a hipótese nula testa a existência de uma tendência estocástica (não estacionária) contra a hipótese alternativa de existência de uma tendência determinística (estacionária).

¹⁵ Note-se que uma tendência determinística linear em níveis se transforma numa constante em primeiras diferenças; uma constante considerada em níveis é removida em primeiras diferenças.

¹⁶ Actualmente, a realização de testes ADF é *standard* no *software* estatístico especializado.

¹⁷ O processo de Wiener traduz o efeito acumulado das perturbações aleatórias que afectam a dinâmica do fenómeno em estudo, ou seja, é o integral do ruído perturbador que se supõe ser um ruído branco em tempo contínuo. O uso pioneiro deste processo no âmbito da aplicação à modelação das cotações bolsistas deve-se, ao que parece, a Bachelier (1900). Einstein também usou este processo para modelar o movimento browniano de uma partícula num fluido. Na sua versão original, o movimento browniano descreve o movimento irregular de uma partícula suspensa num fluido. Para mais detalhes sobre estes conceitos ver, *e.g.*, Braumann (2005).

modo, o uso indevido destes últimos (ou, indiferentemente, dos valores críticos da distribuição *t-Student*) conduziria a uma sobre-rejeição da hipótese nula, aumentando o problema há medida que se introduzem mais componentes determinísticas no modelo. Marques (1998: 282-286), descreve um conjunto de estratégias aconselháveis para o estudo dos testes de raiz unitária de Dickey-Fuller baseadas nos artigos citados.¹⁸

Um resultado importante relativo aos testes de Dickey-Fuller é que a distribuição assintótica da estatística t_τ é independente do número de defasamentos das primeiras diferenças incluídos na regressão ADF. Estes, contudo, são necessários para eliminar qualquer autocorrelação de ordem superior remanescente na variável residual e , deste modo, validar o pressuposto de resíduos $\varepsilon_t \sim iid$ que está na base do uso do método dos mínimos quadrados. Para além disso, a inclusão no modelo de uma componente de médias móveis (do inglês Moving Average ou MA) com um número adequado de termos defasados das primeiras diferenças, não altera a validade assintótica do teste ADF (Said e Dickey, 1984).

Apesar da sua popularidade, devida à simplicidade, os testes ADF não estão isentos de problemas. Vários autores analisaram os problemas da dimensão da amostra e o tamanho e a potência dos testes de raiz unitária ADF. Blough (1992), por exemplo, usando testes ADF mostrou que alguns processos de raiz unitária apresentam em amostras finitas um comportamento mais próximo de um processo ruído branco do que de um processo passeio aleatório. Ao contrário, alguns processos estacionários em tendência comportam-se de forma aproximada ao passeio aleatório em amostras finitas. É, por exemplo, o caso de um processo estacionário que possua uma raiz muito próxima da não estacionariedade.

Para além dos testes de Dickey-Fuller acima descritos, alguns autores propuseram variantes ou mesmo testes alternativos baseados numa filosofia diferente da usada por Dickey e Fuller. Os principais são o teste PP de Phillips-Perron (1988), o teste KPSS de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992), o teste ERS de Elliott, Rothenberg e Stock, Point Optimal (1996), o teste DFGLS de Elliott, Rothenberg e Stock (1996) e o teste NP de Ng e Perron (2001). Iremos apenas considerar neste trabalho os testes KPSS e ERS.¹⁹

Ao contrário do teste ADF, o teste KPSS postula como hipótese nula que a série é estacionária em tendência, contra a hipótese alternativa de existência de uma raiz unitária. O

¹⁸ Note-se, contudo, que os resultados podem ser sensíveis à especificação do teste e que a inclusão de regressores irrelevantes no modelo reduz a potência do teste para rejeitar a hipótese nula $\rho = 1$.

¹⁹ O leitor interessado poderá consultar Dufrénot e Mignon (2002: 26-40) e os autores aí citados para mais detalhes.

teste baseia-se na representação em componentes da série temporal, onde o processo gerador de dados é representado pelo modelo:²⁰

$$\begin{aligned} x_t &= \mu t + z_t + u_t, \\ z_t &= z_{t-1} + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (22)$$

onde x_t é a soma de uma tendência determinística (μt), de um passeio aleatório (z_t) e de uma variável residual estacionária (u_t) e onde $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2)$. A hipótese nula de estacionariedade da série cronológica é dada por $\sigma_\varepsilon^2 = 0$, sendo o valor inicial z_0 uma constante. Dado que u_t é uma variável residual estacionária, então x_t é um processo TSP. De facto, sendo a hipótese nula $\sigma_\varepsilon^2 = 0$ os resíduos ε_t têm que ser todos nulos, pelo que $z_t = z_{t-1}, \forall t$. Logo é uma constante. Nestas condições, a primeira equação do modelo (22) representa, claro, um processo estacionário em tendência.

Fazendo $\mu = 0$ no modelo (22), obtém-se um caso especial em que x_t é um processo estacionário em torno de um nível, digamos z_0 , em vez de uma tendência. A estatística do teste KPSS é dada por:

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\hat{\sigma}_u^2}, \quad (23)$$

onde $S_t = \sum_{r=1}^t \hat{u}_r$ é a soma dos resíduos da regressão de x_t sobre uma constante e uma tendência determinística, ou seja $\hat{u}_t = x_t - \hat{\mu}t - \hat{z}_0$. Por outro lado, $\hat{\sigma}_u^2$ é um estimador da variância dos resíduos u_t .²¹ A distribuição da estatística do teste KPSS depende do modelo conter ou não uma tendência determinística mas a expressão do teste mantém-se válida com $\mu = 0$ ou $\mu \neq 0$.

Uma estratégia aconselhável para o estudo da estacionariedade de uma série temporal consiste na utilização de testes que postulem como hipótese nula condições que sejam opostas. É o caso dos testes ADF e KPSS. Esta estratégia, conhecida como análise de dados confirmatória, garante maior segurança na classificação da série se os resultados obtidos pelos testes forem consistentes. Porém, uma alternativa a este procedimento consiste no uso de um teste que, na ausência do termo determinístico, é uma generalização dos testes ADF e de

²⁰ Note-se que o teste KPSS é um teste de Multiplicadores de Lagrange (LM).

²¹ Em vez da variância, pode ser usado outro estimador do espectro residual na frequência dada.

outros que postulam como hipótese nula a não estacionariedade (e.g. o teste PP). Trata-se do teste ERS, cuja construção se baseia no seguinte modelo de regressão:

$$\begin{aligned} x_t &= d_t + u_t \\ u_t &= \rho u_{t-1} + v_t \end{aligned} \quad (24)$$

onde d_t representa uma componente determinística (uma constante ou uma tendência polinomial) e v_t é um processo estacionário de média zero, não observado. No procedimento de teste foram utilizadas as seguintes condições:

1. v_t é um processo estacionário e ergódico com autocovariância γ_k finita, tal que:

$$- \omega^2 = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \gamma_k \text{ é finita e diferente de } 0,$$

$$- \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=1}^{[sT]} v_t \xrightarrow{c} \omega W(s),$$

onde $W(\cdot)$ denota um processo de Wiener sobre $[0, 1]$, $0 \leq s \leq 1$ e $[sT]$ representa a característica de sT . O símbolo \xrightarrow{c} denota convergência fraca.

2. O erro inicial u_0 é caracterizado por ter uma distribuição com segundo momento limitado para todo o ρ , numa vizinhança da unidade.

3. Existe uma constante c tal que $\rho = 1 + c/T$. Elliott *et al.* (1996) aconselham a usar $c = -7$ se $x_t = \{1\}$ e $c = -13.5$ se $x_t = \{1, t\}$.

O procedimento de teste adoptado por Elliott *et al.* (1996) implica $H_0: \rho = 1$ contra $H_1: \rho = \rho^*$, utilizando-se a seguinte estatística:

$$P_T = \frac{S(\rho^*) - \rho^* S(1)}{\hat{\omega}^2}, \quad (25)$$

onde $\hat{\omega}^2$ é um estimador de ω^2 e $S(\cdot)$ representa a soma dos quadrados dos resíduos da regressão de $d(x_t | \rho)$ sobre $d(z_t | \rho)$, com

$$d(x_t | \rho) = \begin{cases} x_t, & t = 1 \\ x_t - \rho x_{t-1}, & t > 1 \end{cases} \quad (26)$$

e onde z_t apenas contém uma componente determinística (constante e tendência polinomial).

1.4. Lei de Um preço e Cointegração

Se as séries de preços forem não estacionárias mas integradas da mesma ordem, digamos $I(1)$, podem-se utilizar ferramentas de cointegração para analisar a relação entre preços e inquirir acerca da integração de mercados usando os conceitos anteriormente definidos.²² Neste caso, embora as séries de preços sejam não estacionárias, se uma combinação linear dessas variáveis o for as séries dizem-se cointegradas (Engle e Granger, 1987), isto é:²³

$$v_t = x_{1t} - \beta x_{2t}, \quad (27)$$

onde β é o parâmetro cointegrante e $v_t \sim I(0)$ denota a variável aleatória residual que se obtém da regressão de x_{1t} sobre x_{2t} . A equação (27) é basicamente idêntica à equação (3) mas sem termo constante. Note-se que, se x_{1t} e x_{2t} forem cointegradas, então o parâmetro cointegrante é diferente de zero. Assim testar se x_{1t} e x_{2t} são cointegradas é equivalente a testar se $\beta \neq 0$ na equação (3), pelo que o teste de cointegração pode ser interpretado em termos de integração de mercados. Os procedimentos de teste são, contudo, significativamente diferentes, dadas as diferenças de contexto nestes dois casos.

No caso de cointegração, o parâmetro β diz-se super consistente, isto é, o seu estimador converge assintoticamente para o verdadeiro valor a uma taxa muito mais rápida do que o estimador OLS usual com variáveis estacionárias (Stock, 1987). Este parâmetro pode ser interpretado em termos de equilíbrio de longo prazo, uma vez que as variáveis $I(1)$ dominam sobre as variáveis $I(0)$. Então, os termos x_{1t} e βx_{2t} na equação (27) compensam-se praticamente para produzir o processo v_t . Os resíduos v_t obtidos estão, em princípio, autocorrelacionados uma vez que capturam os termos dinâmicos omitidos na equação, bem assim como qualquer viés devido a endogeneidade (Engle e Granger, 1987). Ou seja, para manter o equilíbrio de longo prazo capturado pelo parâmetro β , deve ocorrer algum processo dinâmico de ajustamento dos preços a curto prazo, embora subsistam problemas de enviesamento das estimativas dos parâmetros se ambas as variáveis preço forem endógenas.²⁴

²² Note-se que, em sistemas com mais do que duas variáveis, não existe a obrigatoriedade das séries serem integradas da mesma ordem para existir cointegração (ver, *e.g.*, Pagan e Wickens, 1989).

²³ Em geral, uma combinação linear de variáveis $I(1)$ gera uma variável também $I(1)$, não existindo neste caso uma relação de longo prazo entre as variáveis, pelo que a cointegração é um caso particular de uma combinação linear entre variáveis não estacionárias.

²⁴ Ver, *e.g.*, Hendry e Juselius (2000) para uma discussão detalhada acerca da modelação de séries não estacionárias e cointegração.

A metodologia de Engle-Granger (EG) veio clarificar um conjunto de aspectos relacionados com a estimação de modelos com variáveis não estacionárias. No entanto, como as estatísticas do teste EG não têm distribuições limite bem definidas, torna-se complicado testar eficientemente hipóteses sobre os parâmetros do modelo, sobretudo quando o sentido da causalidade entre as variáveis não é evidente, ou quando existem interações mútuas entre elas. Neste contexto, um teste directo da LOP usando a metodologia EG apresenta sérias reservas.

Uma alternativa ao modelo uniequacional de Engle-Granger consiste em especificar um modelo multivariado, onde cada uma das variáveis endógenas aparece no sistema como uma função dos seus valores desfasados e dos valores desfasados de todas as outras variáveis endógenas que figuram no sistema. Este modelo permite resolver os problemas de endogeneidade acima referidos e possibilita, ainda, a especificação de testes sobre os parâmetros consistentes com a LOP usando a metodologia de Johansen (Johansen, 1988, 1991; Johansen e Juselius, 1990). Em Gonzalo (1994) analisou-se a potência dos testes de Johansen e concluiu-se que estes são mais potentes do que o teste EG. O modelo multivariado é vulgarmente designado por modelo autoregressivo vectorial (do inglês *Vector Autoregression* ou VAR).

O método de Johansen baseia-se na especificação de um VAR (não restrito) do seguinte tipo:

$$\mathbf{x}_t = \sum_{k=1}^p \mathbf{A}_k \mathbf{x}_{t-k} + \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (28)$$

onde \mathbf{x}_t descreve um vector de dimensão i de variáveis endógenas não estacionárias dadas em níveis representando, por exemplo, os logaritmos naturais dos preços. Os \mathbf{A}_k representam p matrizes de ordem i de parâmetros do modelo, em que cada uma delas está associada a um vector de dimensão i de variáveis endógenas desfasadas até à ordem p , $\boldsymbol{\mu}$ é um vector de constantes e $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ denota um vector de resíduos em que $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim iid(0, \boldsymbol{\Omega})$. A matriz de covariâncias $\boldsymbol{\Omega}$ é definida positiva, sendo que os resíduos $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ não estão autocorrelacionados, uma vez que o respectivo processo dinâmico está explicitamente especificado no sistema, embora possam estar contemporaneamente correlacionados.

O método de Johansen consiste, basicamente, no estudo da característica cointegrante (r) do sistema VAR. Para esse efeito o VAR representado em (28) pode ser escrito na forma

de um modelo vectorial de correcção do erro (do inglês *Vector Error Correction Model* ou VECM) dado por:²⁵

$$\Delta \mathbf{x}_t = \mathbf{\Pi} \mathbf{x}_{t-1} + \sum_{k=1}^{p-1} \mathbf{\Gamma}_k \Delta \mathbf{x}_{t-k} + \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (29)$$

onde $\mathbf{\Pi} = \sum_{k=1}^p \mathbf{A}_k - \mathbf{I}$ e $\mathbf{\Gamma}_k = -\sum_{j=k+1}^p \mathbf{A}_j$. Os restantes símbolos são como anteriormente definido. Esta especificação do sistema contém informação sobre os parâmetros de ajustamento do modelo a curto e a longo prazo através das estimativas de $\hat{\mathbf{\Gamma}}_k$ e $\hat{\mathbf{\Pi}}$, respectivamente.

O uso do modelo VEC no contexto da cointegração é assegurado pelo Teorema de Representação de Granger que postula que “se existir um modelo dinâmico linear com perturbações estacionárias e os dados forem $I(1)$, então as variáveis estão cointegradas de ordem $CI(1,1)$ ”. Uma versão mais geral do conceito de cointegração diz que “se existir uma matriz β tal que os resíduos gerados pela regressão dos dados sejam $I(d-b)$, sendo os dados $I(d)$, com $d \geq b$, então as variáveis dizem-se cointegradas de ordem $CI(d, b)$ ”.

Em termos de interpretação económica, o conceito de cointegração diz-nos que se um vector de sucessões cronológicas está ligado através de uma relação de equilíbrio de longo prazo, então as variáveis envolvidas movimentam-se conjuntamente ao longo do tempo, independentemente da existência de tendências estocásticas em cada uma delas, de modo que a diferença entre elas seja estável. O conceito de cointegração reproduz a ideia de um sistema económico convergente para o equilíbrio de longo prazo ao longo do tempo. Os resíduos da relação de longo prazo medem a distância a que o sistema está do equilíbrio em cada momento t . Esta situação de desequilíbrio ocorre devido à impossibilidade dos agentes económicos se ajustarem instantaneamente à nova informação que surge no mercado. Os custos de ajustamento são geralmente elevados porque a variável dependente é determinada não só pelos efeitos contemporâneos de outras variáveis, como também pelos efeitos passados de todo o sistema. Existe, portanto, todo um complexo processo de ajustamento que envolve dinâmicas de curto prazo, bem assim como de médio e longo prazo.

Ora o modelo vectorial de correcção do erro tem a grande vantagem de permitir a separação dos efeitos de curto e de longo prazo envolvidos no processo de ajustamento, conforme acima referido. Quando, por via de um choque no sistema, uma das variáveis

²⁵ O modelo de correcção do erro foi introduzido na literatura econométrica por Sargan (1964).

endógenas aumenta menos do que o previsto pela relação de longo prazo, os mecanismos de ajustamento de curto prazo combinados com o mecanismo corrector do erro “forçam” o retorno da variável à situação de equilíbrio, estando os coeficientes da velocidade de ajustamento integrados na matriz Π

Se $x_t \sim I(1)$, então $\Delta x_t \sim I(0)$ e $\Gamma_k \Delta x_{t-k} \sim I(0)$. O termo Πx_{t-1} é uma combinação linear de variáveis $I(1)$, sendo essa combinação $I(0)$ com base nos pressupostos feitos em relação às perturbações aleatórias do modelo de longo prazo. A matriz Π pode ser factorizada como $\Pi = \alpha \beta'$, onde α representa a velocidade de ajustamento ao equilíbrio e β é a matriz dos coeficientes de longo prazo, ou seja, os vectores cointegrantes. Isto é válido quando existem r vectores cointegrantes com $0 < r < i$ que representam o mecanismo de correcção do erro no sistema VAR. Uma vez determinado o número de relações cointegrantes no sistema e estimadas as matrizes α e β , o VAR é estimado incorporando essas relações cointegrantes.

Quando a característica cointegrante é igual ao número de variáveis endógenas no sistema ($r = i$), as variáveis em níveis são estacionárias e os métodos usuais para estimação do VAR podem ser aplicados. Quando $r = 0$, então $\Pi = 0$. Neste caso, não existe nenhuma relação cointegrante entre as variáveis do sistema e apenas é possível recorrer a um VAR em primeiras diferenças sem elementos de longo prazo. Quando $0 < r < i$, diz-se que existe cointegração entre as variáveis do sistema.

Note-se que determinar a característica cointegrante do sistema equivale, na prática, a determinar quantos vectores cointegrantes existem em β , ou seja, quantas colunas de α são nulas. Isto é o mesmo que determinar o número de filas linearmente independentes existentes na matriz Π . Johansen (1988, 1991) propôs dois testes para a hipótese nula de que a característica cointegrante é, no máximo, r (menor do que i): o teste do traço e o teste do valor próprio máximo. No primeiro caso, a hipótese alternativa é que a característica é i e, no segundo caso, é que a característica é $r + 1$.²⁶

O método de Johansen permite efectuar um grande número de testes de hipóteses envolvendo os coeficientes das matrizes α e β , usando testes de rácios de verosimilhança

²⁶ Num sistema bivariado de variáveis $I(1)$, a hipótese alternativa nos dois teste coincide uma vez que $i = 2$ e $r = 1$ para existir cointegração entre as variáveis. Em sistemas com mais do que duas variáveis, as hipóteses alternativas diferem se $r + 1 \neq i$. É claro que a determinação da característica cointegrante do sistema fornece uma indicação importante sobre a forma matricial assumida por α e por β . Se, por exemplo, num sistema com três variáveis existirem dois vectores cointegrantes, então α e β são matrizes do tipo (3×2) . Havendo apenas um vector cointegrante, então α e β são vectores do tipo (3×1) .

(Johansen e Juselius, 1990). Entre eles, podem ser efectuados testes de proporcionalidade entre as variáveis, testes de exogeneidade fraca, etc.

Note-se que o teste de proporcionalidade fornece, na prática, um teste da hipótese nula da verificação da LOP. Por exemplo, num contexto bivariado, se as variáveis estiverem cointegradas, a característica de Π é 1, de modo que α e β são vectores do tipo (2×1). Neste caso, testar a proporcionalidade das variáveis é equivalente a testar a hipótese nula de $\beta = (1, -1)$.

Testar a exogeneidade fraca, por outro lado, pode ser efectuado testando a hipótese nula da i -ésima linha de α ser zero, caso em que a i -ésima variável se diz fracamente exógena com respeito aos parâmetros contidos em β .

Se o teste de proporcionalidade fornece um instrumento adequado para analisar a validade da Lei de Um Preço no contexto em estudo, o teste de exogeneidade pode ser utilizado para analisar teorias sobre “liderança” de preços no mercado (Rachev et al., 2007). A título de exemplo: supondo que a carteira de títulos A é líder e que a carteira B é seguidora, podemos esperar que o elemento α_{21} de α seja diferente de zero e que o elemento α_{11} seja nulo. Se não houver uma liderança bem definida, havendo contudo uma influência mútua entre as duas carteiras, espera-se que nenhum elemento de α seja nulo.²⁷

O tipo de exogeneidade a que acima nos referimos designa-se, como indicado, por exogeneidade fraca. Um teste de exogeneidade forte pode ser obtido através da combinação dos resultados da exogeneidade fraca com os da causalidade à Granger. Por causalidade à Granger (1969) entende-se o seguinte: x_{2t} causa x_{1t} no sentido de Granger se, *ceteris paribus*, os valores passados de x_{2t} contribuírem para melhorar as previsões do valor corrente de x_{1t} , ou seja

$$MSE(\hat{x}_{1t} | I_{t-1}) < MSE(\hat{x}_{1t} | I_{t-1} \setminus IX_{2,t-1}), \quad (30)$$

onde I_t representa o conjunto de toda a informação passada e presente existente no momento t , $IX_{2,t}$ representa o conjunto de toda a informação passada e presente existente sobre a variável x_2 no momento t , ou seja, $IX_{2,t} = \{x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2t}\}$, x_{1t} é o valor da variável x_1 no momento t ($x_{1t} \subset I_t$) e \hat{x}_{1t} é um predictor não enviesado de x_{1t} .

²⁷ Esta questão pode também ser vista em termos de variáveis endógenas e exógenas onde, por exemplo, se pode associar uma variável exógena a uma variável líder e uma variável endógena a uma variável seguidora. Também se diz que uma variável exógena precede a endógena e que uma variável endógena é precedida pela exógena.

Uma outra definição igualmente usada neste contexto prende-se com a noção de causalidade instantânea. Entende-se por causalidade instantânea o seguinte: x_{2t} causa instantaneamente x_{1t} no sentido de Granger se, ceteris paribus, os valores presentes e passados de x_{2t} contribuem para melhorar as previsões do valor corrente de x_{1t} , ou seja

$$MSE(\hat{x}_{1t} | I_t \setminus x_{1t}) < MSE(\hat{x}_{1t} | I_t \setminus IX_{2,t}, x_{1t}), \quad (31)$$

onde os símbolos são como acima definidos. Por exemplo, com base na equação (4) é possível analisar a causalidade à Granger através de um teste $H_0: \beta_0 = \dots = \beta_q = 0$. Se a causalidade for mútua, então o sistema diz-se de feedback. Em sistemas multivariados cointegrados, o teste de causalidade à Granger pode ser efectuado através de uma reparametrização do modelo VEC (29), onde o vector μ vem multiplicado pelos resíduos estimados na relação de longo prazo. Por exemplo, para duas variáveis, tem-se:

$$\Delta \mathbf{x}_t = \mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{x}_{1,t-i} + \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{x}_{2,t-j} + \mu \hat{u}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (32)$$

onde \mathbf{A}_1 e \mathbf{A}_2 são matrizes do tipo $(2 \times p)$ e $(2 \times q)$, respectivamente, $\Delta \mathbf{x}_{1,t-i}$ e $\Delta \mathbf{x}_{2,t-j}$, com $i = 1, \dots, p$ e $j = 1, \dots, q$, são vectores do tipo $(p \times 1)$ e $(q \times 1)$, respectivamente, μ e $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ são vectores do tipo (2×1) e \hat{u}_{t-1} são os resíduos gerados pela equação de longo prazo, em que $\mathbf{u}_t \sim \mathbf{I}(0)$. Um teste de causalidade à Granger pode ser efectuado com base em $H_0: \beta_{k1} = \dots = \beta_{kq} = \mu_k = 0$, onde os coeficientes β_k correspondem à linha k de \mathbf{A}_2 . Em Marques (1998), entre outros, apresenta-se uma descrição detalhada dos procedimentos de teste usados neste contexto.

1.5. Cointegração e Assimetria

O mercado bolsista é caracterizado por movimentos nos preços dos títulos cotados em Bolsa que tipicamente dependem de variáveis exógenas e endógenas. Estes movimentos, no sentido ascendente ou descendente, ocorrem em resposta a mudanças nas variáveis explicativas. Contudo a extensão dessas respostas pode ser diferente para variações positivas e negativas de igual magnitude, caso em que se diz que as variáveis exibem um ajustamento assimétrico ao longo do ciclo de negócios.

Os modelos até agora analisados pressupõem que os movimentos dos resíduos são simétricos para choques positivos ou negativos ocorridos no sistema. Porém tem sido

reconhecido pelos economistas que, tal como no exemplo acima descrito, as relações económicas raras vezes apresentam movimentos com características de total simetria. A assimetria dos movimentos entre variáveis económicas constitui um caso particular de uma classe de modelos comumente designados por modelos não lineares.²⁸ Esta propriedade é, no entanto, mais comum em mercados caracterizados por baixa elasticidade da oferta do que em mercados caracterizados por elevada elasticidade da oferta, uma vez que os primeiros exibem uma maior segurança da oferta do que os segundos, devido a uma menor elasticidade procura-preço.

Um exemplo vulgarmente referido a este propósito é o da relação entre o preço do petróleo e o preço da gasolina: quando o preço do petróleo sobe o preço da gasolina também sobe; no entanto, quando o preço do petróleo desce, o preço da gasolina também desce mas não na mesma proporção do aumento ocorrido pela subida do preço do petróleo. Ou seja, choques positivos e negativos da mesma magnitude numa certa variável têm efeitos de magnitude diferente noutra variável.

Embora a forma da não linearidade nestas relações possa ser bastante complexa, há casos em se pode admitir algum tipo de relação linear entre as variáveis relevantes dentro de certos regimes. É o caso, por exemplo, do estudo das co-movimentações entre a volatilidade da rendibilidade das acções e certos factores macroeconómicos relevantes. Note-se que a volatilidade neste contexto é entendida como uma medida da dispersão ou difusão das rendibilidades das acções (ou índices) que, por sua vez, medem a variação dos preços das acções (ou índices) cotados em Bolsa. Nestas circunstâncias, a estimação de modelos *standard* de cointegração linear pode não capturar a gama completa de efeitos microeconómicos no curto prazo. Além disso, quando as variáveis incorporam este tipo de comportamento, pode tornar-se difícil encontrar vectores cointegrantes na relação estimada, porque os estimadores usuais são ineficientes e as estimativas dos parâmetros tornam-se imprecisas, devido à baixa potência dos testes de raiz unitária e de cointegração na presença de ajustamento assimétrico (Enders e Granger, 1998).

²⁸ Ver, por exemplo, Granger e Teräsvirta (1993) para uma monografia dedicada à modelação de relações económicas não lineares. Exemplos de relações deste tipo em economia incluem a atitude dos investidores em relação ao risco e o processo de geração de dados financeiros, tais como a rendibilidade das acções, os dividendos, as taxas de juro e por aí adiante. Por outro lado, a *performance* de uma economia também apresenta fortes sinais de comportamento não linear: por exemplo, ciclos de negócio, funções de produção, taxas de crescimento, desemprego, etc.

Existe na literatura um vasto número de modelos propostos para medir relações assimétricas entre variáveis (ver, e.g., Tong, 1983, 1990). No nosso contexto, interessa em particular analisar uma classe de modelos designada por modelos autoregressivos com limiar de mudança de regime (do inglês *Threshold AutoRegressive* ou TAR) e modelos de impulso autoregressivos com limiar de mudança de regime (do inglês *Momentum Threshold AutoRegressive* ou MTAR) para averiguar a extensão de assimetria existente na relação entre mercados bolsistas. Num contexto de não estacionariedade, os testes de cointegração assimétrica foram desenvolvidos por Enders e Siklos (2001) usando um modelo de correcção do erro modificado desenvolvido a partir do procedimento de teste EG original (ver, também, Gjerde e Sættem, 1999; Rapach, 2001).

A relação de equilíbrio de longo prazo entre duas séries temporais x_{1t} e x_{2t} pode ser estimada através de um modelo de regressão *standard* do tipo do identificado na expressão (3), onde v_t é uma perturbação aleatória que, em princípio, está autocorrelacionada. O parâmetro β indica a magnitude do ajustamento de x_{1t} a variações ocorridas em x_{2t} e mede a elasticidade de longo prazo entre as duas variáveis quando elas são medidas em termos logarítmicos. Se $\beta < 1$ as mudanças ocorridas em x_{2t} não são completamente transmitidas para x_{1t} e por aí adiante.

Nos modelos de transmissão assimétrica estamos particularmente interessados no eventual comportamento assimétrico da variável residual v_t , pelo que após a estimação do modelo estático dado por (3) importa, num segundo passo, obter a estimativa OLS de ρ no seguinte modelo dinâmico:

$$\Delta v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (36)$$

onde ε_t é uma perturbação aleatória ruído branco e se utilizam os resíduos da equação (3) para estimar a equação (36).²⁹ A convergência do modelo fica assegurada se $-2 < \rho < 0$ o que significa que, neste caso, a equação (3) é um atrator tal que v_t pode ser escrito na forma de um modelo de correcção do erro (Enders e Siklos, 2001). Uma forma alternativa de especificar a equação (36) que permite levar em conta diferentes processos de ajustamento para variações positivas e negativas é

$$\Delta v_t = I_t \rho_1 v_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 v_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (37)$$

²⁹ Esta equação é um caso particular da equação usada nos testes de Dickey-Fuller. No entanto, os testes DF e as suas extensões estão incorrectamente especificados se o ajustamento for assimétrico.

onde ρ_1 e ρ_2 representam os efeitos na variação de v_t provocados por variações positivas e negativas no sistema. I_t representa a função indicatriz de Heaviside, tal que

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{se } \xi_{t-1} \geq \tau \\ 0 & \text{se } \xi_{t-1} < \tau \end{cases} \quad (38)$$

Fazendo na equação (38) $\xi_{t-1} = v_{t-1}$, então o modelo (37) designa-se por TAR. Este modelo, conforme se disse, leva em consideração a existência de mecanismos de correcção do erro diferentes para valores positivos e negativos de v_t . Uma condição suficiente para a estacionariedade de v_t é $-2 < (\rho_1, \rho_2) < 0$. Se $\rho_1 = \rho_2$ então temos um caso particular de (37) em que o ajustamento é simétrico e a equação (37) reduz-se à equação (36). Note-se que, dada a necessidade de garantir que ε_t seja um processo ruído branco, as expressões (36) e (37) podem também conter valores desfasados de Δv_t , sendo o número óptimo de desfasamentos determinado por um critério de informação adequado. Quando v_{t-1} se situa acima do seu valor de equilíbrio a longo prazo, o ajustamento é dado por $\rho_1 v_{t-1}$; ao contrário, quando v_{t-1} se situa abaixo do seu valor de equilíbrio a longo prazo, o ajustamento é dado por $\rho_2 v_{t-1}$.

Se, na equação (38), $\xi_{t-1} = \Delta v_{t-1}$, então o modelo (37) designa-se por M-TAR. Este modelo leva em consideração o facto da variação de v_t depender da mudança ocorrida no período anterior, v_{t-1} . As restantes condições do modelo TAR aplicam-se igualmente ao caso do modelo M-TAR. Note-se que os modelos TAR e M-TAR são casos particulares de uma classe de modelos não lineares mais vasta designada na literatura por Modelos de Mudança de Regime (do inglês Regime Switching Models), nos quais o limiar de mudança de regime e o número de desfasamentos do processo podem ser determinados ou de forma endógena (e.g., modelo SETAR) ou exógena (e.g., TAR e M-TAR). Como o interesse na análise que se segue recai sobre os eventuais comportamentos diferenciados para choques positivos e negativos no sistema, os modelos TAR e M-TAR são perfeitamente adequados ao contexto, estabelecendo com probabilidade 1 o valor do threshold em 0 nos dois modelos.

O modelo TAR é desenhado para capturar movimentos assimetricamente profundos na série dos desvios em relação ao equilíbrio de longo prazo, enquanto que o M-TAR é útil para capturar eventuais movimentos assimetricamente abruptos nessa série (Enders e Granger, 1998). Se, por exemplo, no modelo TAR se tiver $-1 < \rho_1 < \rho_2 < 0$, então a fase negativa de v_t tenderá a ser mais persistente do que a fase positiva. Por outro lado, se no modelo M-TAR tivermos por exemplo $|\rho_1| < |\rho_2|$, então o modelo exhibe uma queda pequena para Δv_{t-1} positivos mas uma queda substancial para Δv_{t-1} negativos. Isto significa que os aumentos

tendem a persistir ao longo do tempo mas as diminuições tendem a reverter rapidamente para o atrator.

Finalmente, importa referir que é possível efectuar neste contexto um conjunto de testes estatísticos sobre os coeficientes estimados e sobre os resíduos da modelo, de modo a confirmar a validade do modelo de correcção do erro estabelecido em (37) e, subsequentemente, se o ajustamento é simétrico ou não. Os testes relevantes sobre os coeficientes estimados são: (1) $H_0: \max(\rho_1, \rho_2) = 0$, para o qual se obtêm os valores amostrais da estatística t e, (2) $H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0$, para o qual se obtêm os valores amostrais da estatística F . A restrição de que o ajustamento é simétrico ($\rho_1 = \rho_2$) pode também ser testada com base na estatística F usual.

Se as variáveis na equação de longo prazo forem não estacionárias, os valores críticos das distribuições t e F não são válidos para avaliar o nível de significância dos testes (1) e (2). Neste caso, podem ser utilizados os valores críticos das distribuições assintóticas reportados por Ender e Granger (1998) e Enders e Siklos (2001), para determinar se a hipótese nula de não cointegração pode ser rejeitada (testes (1) e (2)). Se for rejeitada, então é possível testar a existência de ajustamento assimétrico usando os valores críticos da distribuição F , dado que ρ_1 e ρ_2 convergem, neste caso, para uma distribuição normal multivariada (Enders e Granger, 1998).

2. SÉRIES TEMPORAIS E REPRESENTAÇÃO GRÁFICAS OU DADOS

Os dados utilizados na modelação empírica do problema em estudo consistem em cinco séries diárias de índices bolsistas representativos de vários mercados, nomeadamente o brasileiro, o americano, o argentino, o canadense e o chileno. As séries foram recolhidas no Datastream e abrangem o período entre 04/07/1994 e 16/03/2009, totalizando 3833 observações diárias, cinco dias por semana, nos últimos 15 anos do início do trabalho que inicio-se em março de 2009. Todas as séries de dados contínuos foram previamente logaritimizadas, com o objetivo da linearização do modelo e reduzir os efeitos de heteroscedasticidade presentes nos dados sem alterar suas propriedades fundamentais. As Figuras de 1 a 21 mostram os gráficos dos logaritmos dos cinco índices bolsistas utilizados neste estudo, em níveis e em primeiras diferenças e gráficos com histograma e estatística descritiva.

Em todos os casos um teste de Jarque-Bera rejeita a hipótese de normalidade da distribuição, pois para o nível de significância de 1%, a estatística de Jarque-Bera encontrada assume valores absolutos elevados e superiores aos valores críticos. O teste de Jarque-Bera também baseia-se nos coeficientes de assimetria de Fisher ou *Skewness* que deve ser igual a zero e na curtose com valor 3 para que a hipótese de normalidade da distribuição seja aceita.

O resultado da estatística de Jarque-Bera de cada série condiz com o que foi indicado pela coeficiente de assimetria de Fisher (*Skewness*) e pela curtose, momentos centrados de terceira e quarta ordem respectivamente.³⁰ Uma propriedade bastante útil da distribuição normal é que todos os momentos centrados de ordens ímpares, a partir do terceiro assumem valor zero. Como o momento centrado de terceira ordem é o coeficiente de Asssimetria de Fisher e todos são diferentes de zero, rejeita-se a hipótese de normalidade da distribuição. O momento centrado de quarta ordem é a curtose. Quando este assume valor diferente de 3, rejeita-se a hipótese de normalidade da distribuição. Todas as séries possuem valores de Curtose diferentes de 3, também rejeitando a hipótese de normalidade da distribuição.

³⁰ As estatísticas de Jarque-Bera, o Coeficiente de Assimetria de Fisher e a Curtose dos logaritmos dos índices bolsistas dos USA, Brasil, Argentina, Canadá e Chile são, respectivamente, 671,0917, -1,0208 e 3,1818; 256,2691, 0,4795 e 2,1724; 220,8017, 0,3722 e 2,0899; 135,7375, 0,3395 e 2,3764; 359,6842, 0,6758 e 2,3480.

Portanto observando os valores da estatística de Jarque-Bera, do coeficiente de Assimetria de Fisher e Curtose de cada série estudada, concluímos que nenhuma delas apresentam distribuição normal.

A série do índice da Bolsa dos USA, apresenta uma tendência crescente no período de 1994-2000, com crescimento acumulado dos logaritmos dos índices, nesse período, a rondar os 19% e permanece estável com comportamento oscilatório, com picos negativos em 2002 e 2009 e picos positivos em 2000 e 2006. A série oscila em torno da média, principalmente nos últimos anos da série, tendo os ciclos positivos maior amplitude do que os negativos

O histograma apresenta uma distribuição assimétrica negativa e leptocúrtica, com curva enviesada à direita devido ao coeficiente de assimetria de Pearson ser negativo ($Sk = -1,0208$) e a Curtose ser maior que 3 (Curtose=3,1818). O valor da média em 6,8111 está muito próximo da mediana 6,9018. A diferença entre o valor máximo e o mínimo é de 23%.

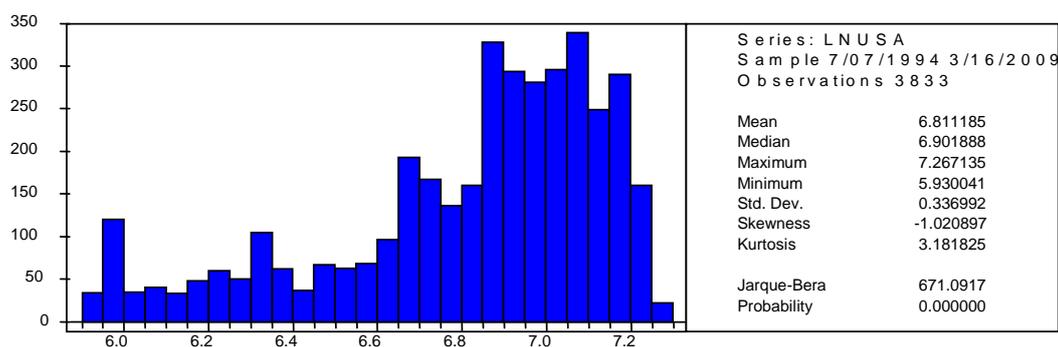


Figura 1. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa Americana em níveis – 04/07/1994 a 16/03/2009

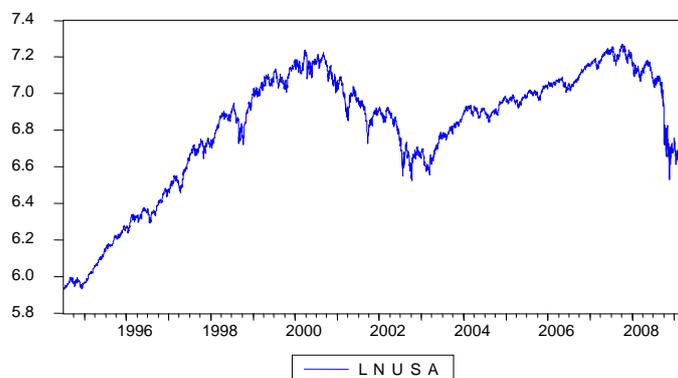


Figura 2. Evolução Temporal do índice da Bolsa Americana em níveis – 04/07/1994 a 16/03/2009

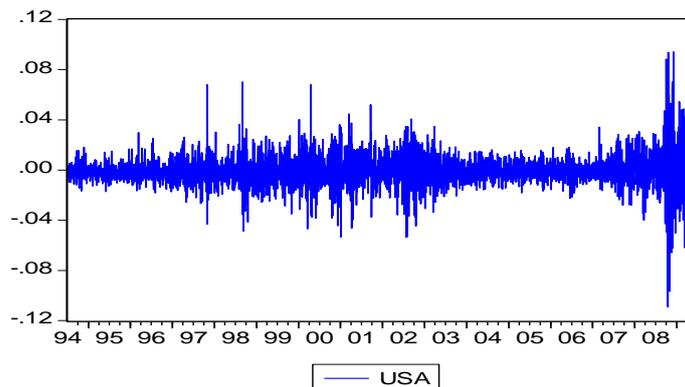


Figura 3. Evolução Temporal do índice da Bolsa Americana em primeiras diferenças –04/07/1994 a 16/03/2009

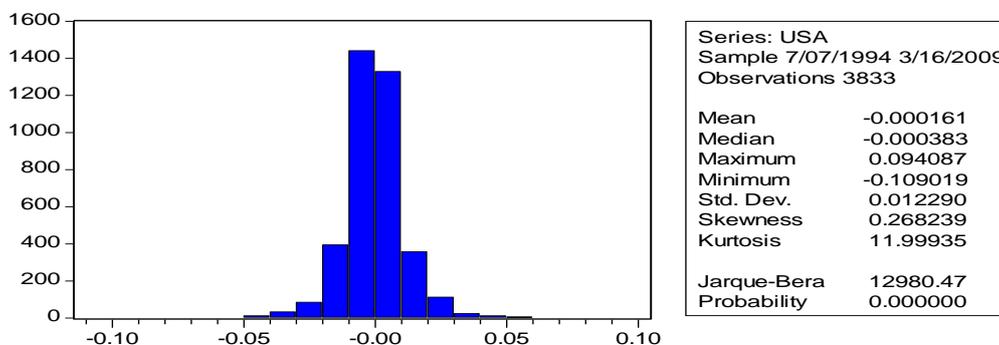


Figura 4. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa Americana em primeiras diferenças – 04/07/1994 a 16/03/2009

A série do índice da Bolsa Brasileira apresenta uma tendência crescente suave no período de 1994-1997, com crescimento acumulado do logaritmo dos índices, nesse período, em 14% e no período de 1999-2007 acentuada tendência crescente com crescimento de 51% e permanece estável com comportamento oscilatório, com picos negativos em 2002 e 2009 e picos positivos em 2000 e 2006. A série oscila em torno do seu valor inicial 5,9302 até o ano de 1999, e a partir desse ano tem os ciclos positivos com maior amplitude do que os negativos e tendência de crescimento até o final de 2008.

O histograma apresenta uma distribuição assimétrica positiva e platicúrtica com curva enviesada à esquerda devido ao coeficiente de assimetria de Pearson ser positivo ($Sk = 0,4795$) e a curtose ser menor que 3 ($Curtose = 2,1724$). O valor da média em 5,7825 está muito próximo da mediana 5,6335. A diferença entre o valor máximo e o mínimo é de 64%.

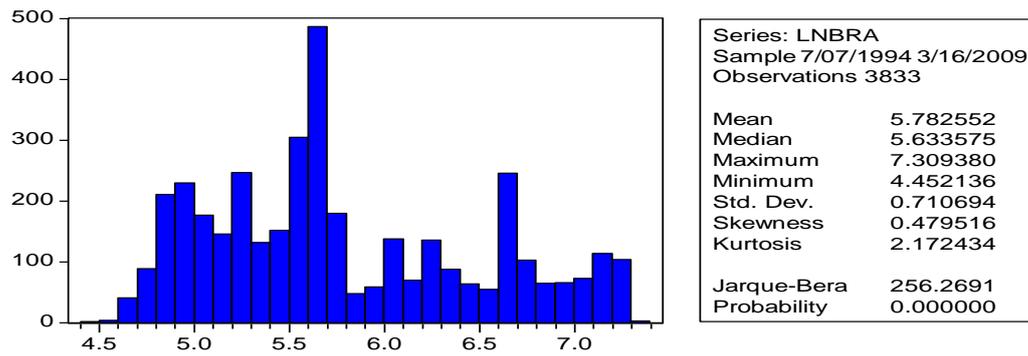


Figura 5. Histograma e Estatísticas do índice da Bolsa Brasileira em níveis – 04/07/1994 a 16/03/2009

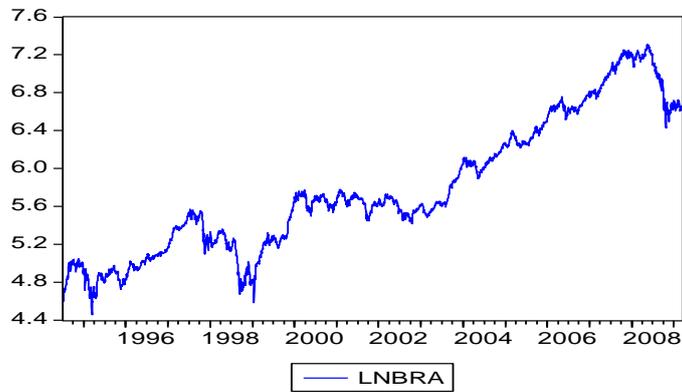


Figura 6. Evolução Temporal do índice da Bolsa Brasileira em níveis – 04/07/1994 a 16/03/2009

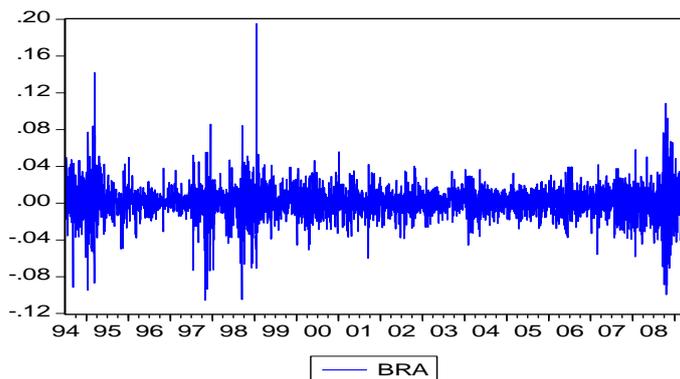


Figura 7. Evolução temporal do índice da Bolsa Brasileira em primeiras diferenças – 04/07/1994 a 16/03/2009

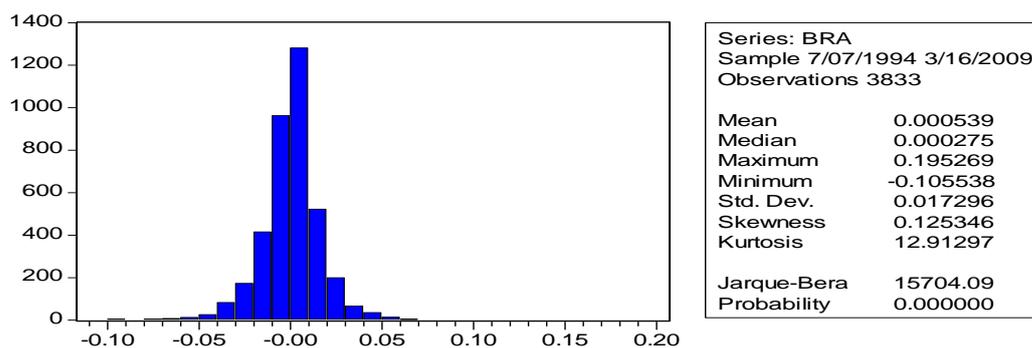


Figura 8. Histograma e Estatísticas do índice da Bolsa Brasileira em primeiras diferenças – 04/07/1994 a 16/03/2009

A série do índice da Bolsa da Argentina gira em torno de seu valor inicial até 2001 e pico negativo em 2002. Apresenta a partir de 2003 crescimento em todo o período restante. Possui média 15.302 e mediana 15.1501 e uma diferença entre o valor máximo e mínimo de apenas 14%. O histograma apresenta uma distribuição assimétrica positiva e platicúrtica com curva enviesada à esquerda devido ao coeficiente de assimetria de Pearson ser positivo ($Sk = 0,3722$) e a curtose ser menor que 3 (Curtose = 2,0899). O valor da média em 15,3029 está muito próximo da mediana 15,1501. A diferença entre o valor máximo e o mínimo é de apenas 14%. Em primeiras diferenças o gráfico apresenta uma forma diferente da esperada, mas os dados estão corretos a partir da captura no *Datastream*.

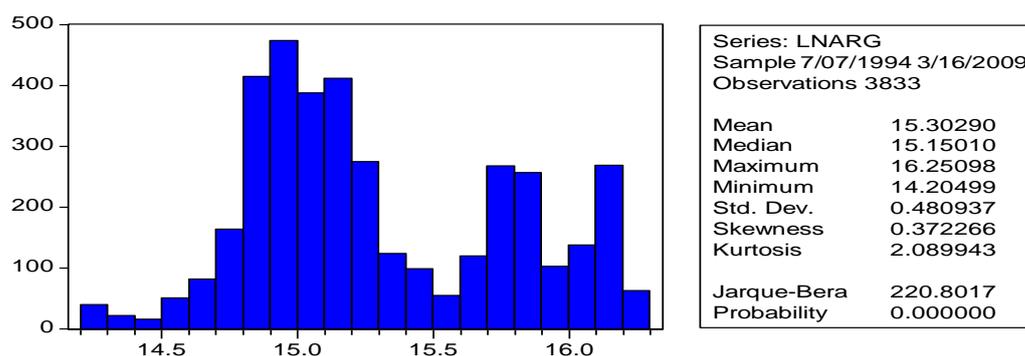


Figura 9. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa Argentina em níveis – 04/07/1994 a 16/03/2009

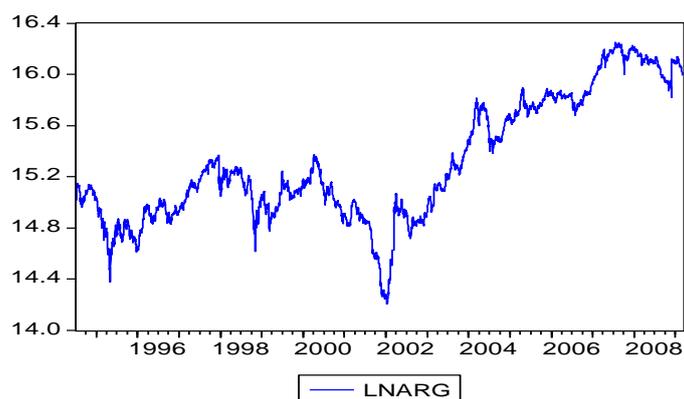


Figura 10. Evolução Temporal do índice da Bolsa da Argentina em níveis – 04/07/1994 a 16/03/2009

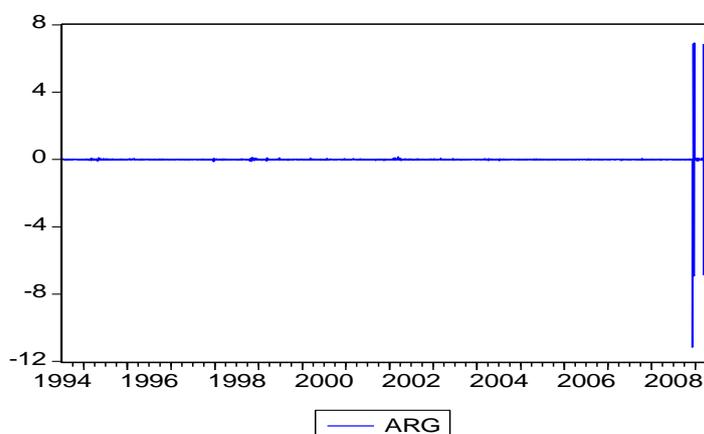


Figura 11. Evolução Temporal do índice da Bolsa Argentina em primeiras diferenças – 04/07/1994 a 16/03/2009

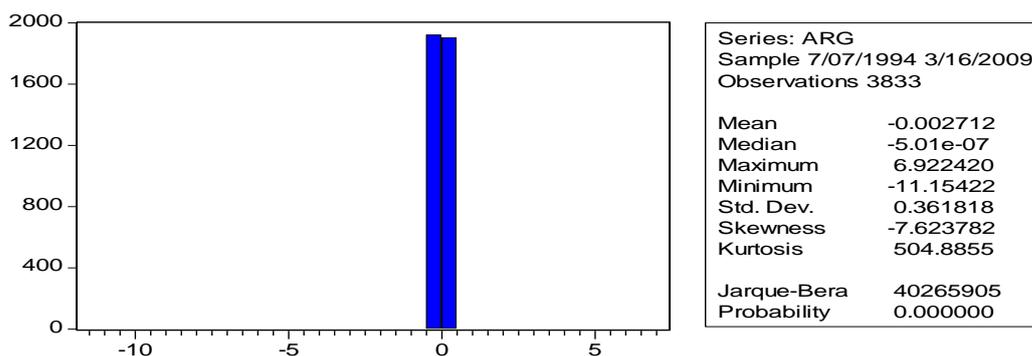


Figura 12. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa Argentina em primeiras diferenças – 04/07/1994 a 16/03/2009

A série do índice da Bolsa do Canadá apresenta uma tendência crescente até meados de 2001 e inicia queda até final de 2002. A partir desse ano apresenta crescimento até 2008. O histograma apresenta uma distribuição assimétrica negativa e platicúrtica com curva enviesada à direita devido ao coeficiente de assimetria de Pearson ser negativo ($Sk = -0,3395$)

e a curtose ser menor que 3 (Curtose = 2,3764). O valor da média em 6,7151 está muito próximo da mediana 6,7426. A diferença entre o valor máximo e o mínimo é de apenas 27,5%.

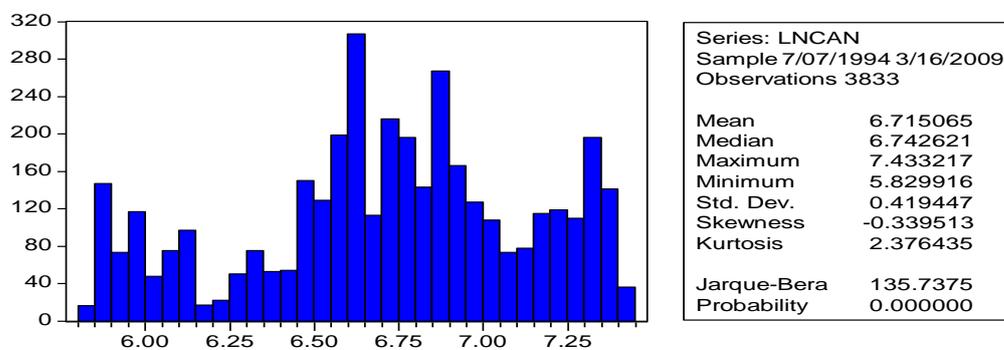


Figura 13. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa do Canadá em níveis – 04/07/1994 a 16/03/2009

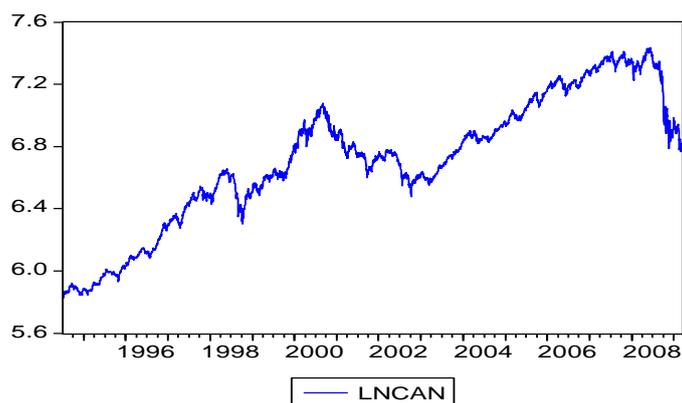


Figura 14. Evolução Temporal do índice da Bolsa do Canadá em níveis – 04/07/1994 a 16/03/2009

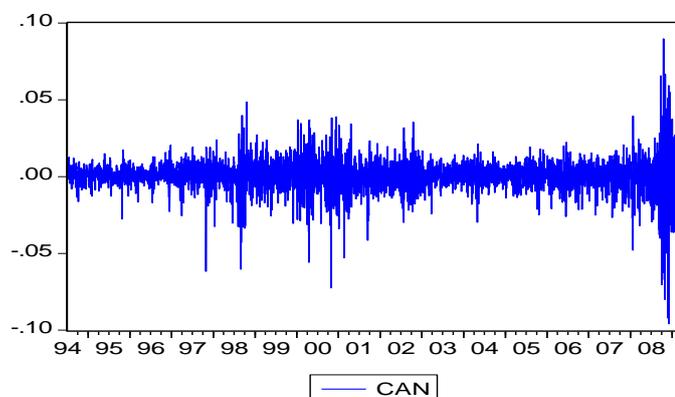


Figura 15. Evolução Temporal do índice da Bolsa do Canadá em primeiras diferenças – 04/07/1994 a 16/03/2009

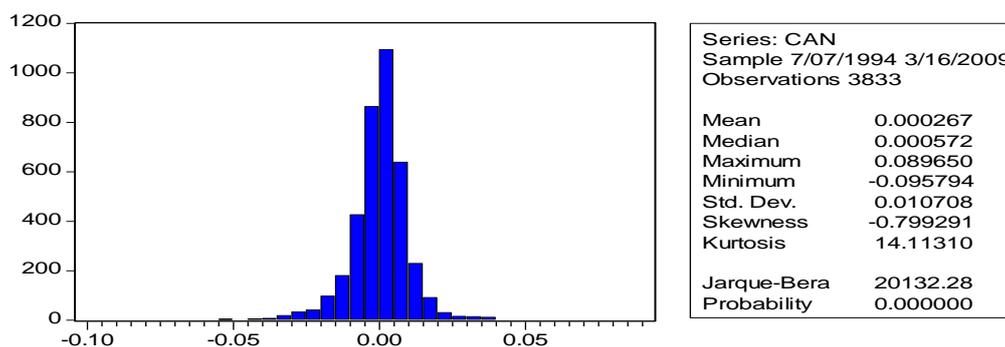


Figura 16. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa do Canadá em primeiras diferenças – 04/07/1994 a 16/03/2009

A série do índice da Bolsa do Chile gira em torno de seu valor inicial até 1998 e segue um elevado pico negativo no final de 1999. A partir de 2003 apresenta uma tendência crescente até o ano 2008. O histograma apresenta uma distribuição assimétrica positiva e platicúrtica com curva enviesada à esquerda devido ao coeficiente de assimetria de Pearson ser positivo ($Sk = 0,6758$) e a curtose ser menor que 3 (Curtose = 2,3480). O valor da média em 7,1942 está muito próximo da mediana 7,0266. A diferença entre o valor máximo e o mínimo é de apenas 24%.

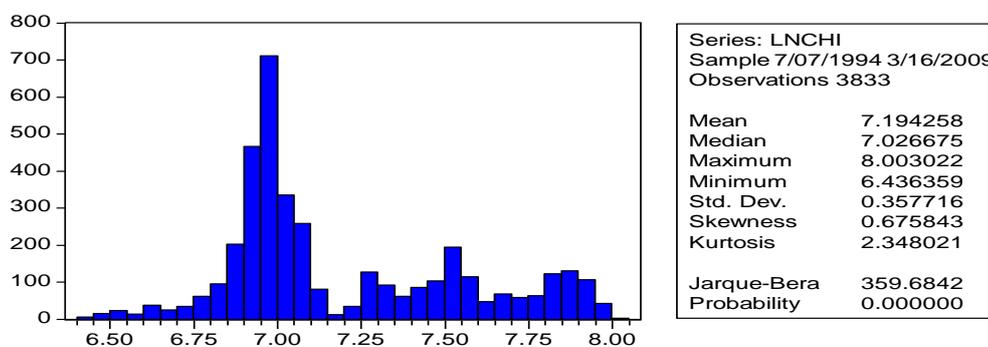


Figura 17. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa do Chile em níveis – 04/07/1994 a 16/03/2009

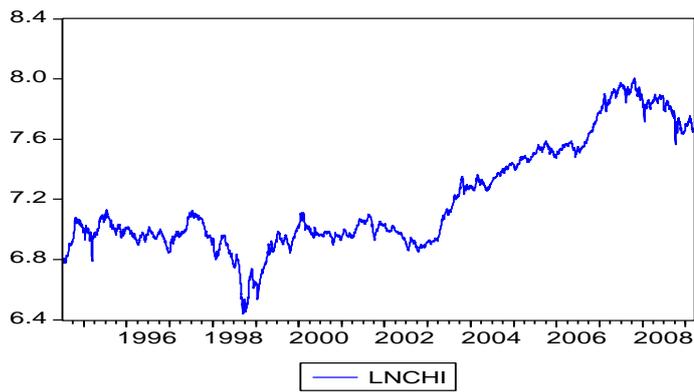


Figura 18. Evolução Temporal do índice da Bolsa do Chile em níveis – 04/07/1994 a 16/03/2009

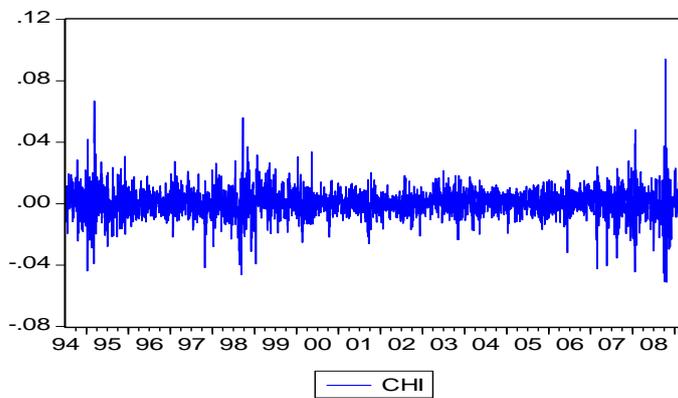


Figura 19. Evolução Temporal do índice da Bolsa do Chile em primeiras diferenças – 04/07/1994 a 16/03/2009

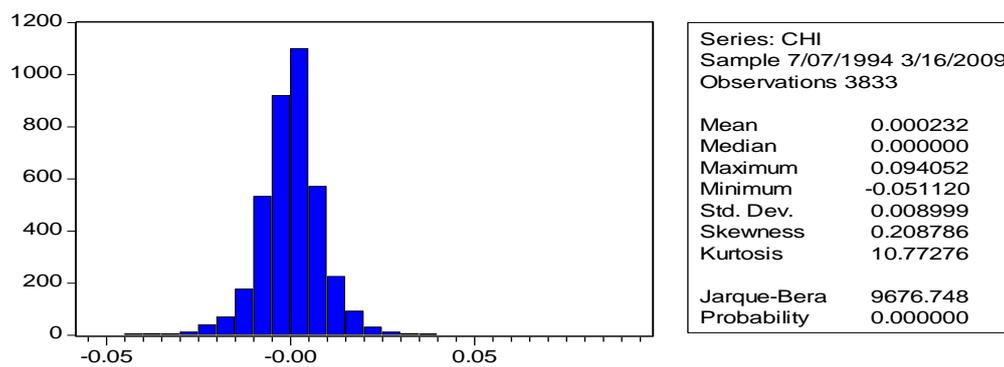


Figura 20. Histograma e Estatística Descritiva do índice da Bolsa do Chile em primeiras diferenças – 04/07/1994 a 16/03/2009

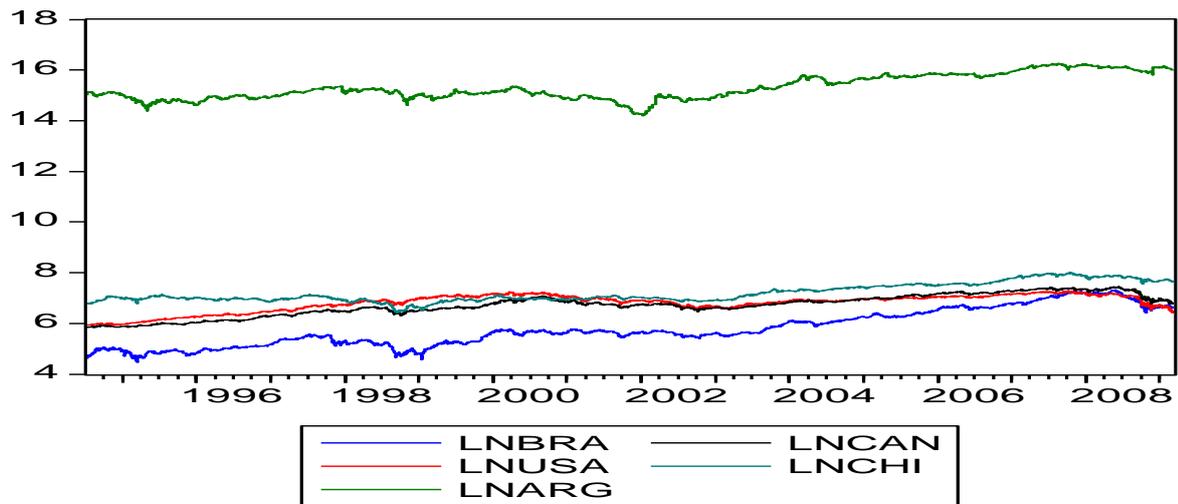


Figura 21. Em perspectiva da análise da cointegração das cinco série temporais, a figura representa o gráfico das cinco Bolsas em estudo. Observa-se que os índices possuem valores iniciais diferentes, mas que seguem um ritmo constante de altas e baixas durante o período de 04/07/1994 a 16/03/2009.

3. RESULTADOS

3.1 Testes de Raiz Unitária

O processo de modelação das séries de índices bolsistas usando uma metodologia multivariada implica que, em primeiro lugar, se proceda à análise das propriedades de estacionariedade das variáveis em estudo. Para o efeito, utilizar-se-ão os três testes de raiz unitária ou estacionariedade descritos no capítulo 2: ADF, ERS e KPSS. Note-se que estes testes permitem detectar a existência de estacionariedade fraca. Os resultados encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1. Testes de raiz unitária e de estacionariedade em níveis e em 1^{as} diferenças – 13/1/1992 a 20/7/2007 –

Variável	ADFa		ERSb		KPSSc
USAe	0.771569		6.475.617		1.078.378 **
BRASILd	1.602.840		8.615.798		0.844900 **
ARGENTINAd	0.974035		1.277.259		0.173388 *
CANADÁd	1.424.150		2.743.495		0.608498 **
CHILEd	1.218.871		1.603.171		1.498.094 **
Δ (USA)	4.728.705 **	0.042970	**	0.115765	
Δ (BRASIL)	5.681.792 **	0.049441	**	0.070260	
Δ (ARGENTINA)	1.354.004 **	0.000364	**	0.131682	
Δ (CANADÁ)	6.137.213 **	0.050177	**	0.100380	
Δ (CHILE)	4.918.339 **	0.054369	**	0.075525	

Notas: ^avalores críticos de MacKinnon (1996): -2.57(1%) e -1.94(5%).

^bElliott-Rothenberg-Stock (1996, tabela 1): 3.96 (1%) e 5.62 (5%) em níveis e em 1^{as} diferenças. ^cKwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992; tabela 1): 0.216 (1%) e 0.146 (5%) em níveis e 0.739 (1%) e 0.463 (5%) em 1^{as} diferenças. ^d 0 lag 1^{as} diferenças. ^e 1 lag em 1^{as} diferenças.

^f termos exógenos: constante e tendência determinística.

** significância a 1%. * significância a 5%.

Para a selecção do número de desfasamentos a incluir em cada equação foi utilizado um processo automático baseado no critério de informação SBC-Schwarz-Bayesian *Criterion*.

As equações do teste ADF não incluem termos exógenos, pelo que a hipótese nula é que a variável em estudo seja um passeio aleatório quando o número de lag é zero. Nos testes ERS e KPSS utilizou-se uma constante e uma tendência determinística. No primeiro caso, a hipótese nula postula um modelo com tendência determinística e estocástica. Esta última pode ser um passeio aleatório se $\rho = 1$, ver equação (24). No segundo caso, a hipótese nula postula que a variável em estudo é um processo estacionário em tendência, ver equações (18) e (22).

Analisando as colunas dos resultados na Tabela 1, torna-se claro que todas as variáveis em estudo são integradas de primeira ordem. No teste ADF a hipótese nula da não estacionariedade é aceita em níveis e rejeitada em primeiras diferenças. No teste ERS, a hipótese nula do modelo com tendência determinística e estocástica é rejeitada em níveis e aceita em primeiras diferenças ao nível de significância de 1%. No teste KPSS, a hipótese nula do processo estacionário em tendência é rejeitada em níveis a menos de 1% para todas as séries, exceto para a bolsa da Argentina que só é rejeitada ao nível de 5% de significância, mas não em primeiras diferenças.

Neste caso, a metodologia de investigação a adoptar na modelação da integração das variáveis representativas dos índices bolsistas é a cointegração, aplicada a sistemas multivariados - VAR.

3.2. Causalidade à Granger

Nesta secção iremos analisar as relações de causalidade à Granger que podem ser estabelecidas entre as variáveis em estudo, ou seja, o modelo que incorpora as cinco séries de índices bolsistas logaritimizadas. Este modelo incorpora 5 desfasamentos das variáveis endógenas, de modo a remover qualquer tipo de autocorrelação remanescente nos resíduos, conforme se verá na próxima secção. Este modelo servirá de base à análise empírica apresentada nas próximas secções.

Tabela 2. Testes de causalidade à Granger: 13/1/1992 a 20/7/2007

Variável	USA	BRA	ARG	CAN	CHI
USA		214.241 H ₀	518.982 **	201.170 **	537.059 **
BRA	130.466 H ₀		137.643 H ₀	238.091 *	111.651 H ₀
ARG	310.818 **	145.695 H ₀		358.416 **	0.20312 H ₀
CAN	729.303 **	316.879 **	417.934 **		1.640.157 H ₀
CHI	0.98020 H ₀	225.634 *	125.668 H ₀	474.603 **	

Notas: H₀: x_{it} não causa à Granger x_{jt} ($i \neq j$). 5 lags. ** significância a 1%. * significância a 5%.

Os resultados dos testes de causalidade à Granger encontram-se na Tabela 2. Note-se que estes testes são bivariados, combinando as variáveis que integram cada um dos modelos acima mencionados. A hipótese nula nos testes de causalidade à Granger postula que x_{it} não causa à Granger x_{jt} onde, na Tabela 2, x_{it} representa as variáveis em linha e x_{jt} as variáveis em coluna.

A Tabela 2 mostra que o índice bolsista americano não causa Granger ao brasileiro e causa a todos os outros índices com nível de significância de 1%. O índice brasileiro só causa Granger ao índice canadense com nível de significância de 5% e não causa a nenhum dos outros. O índice argentino causa Granger ao índice americano e canadense ao nível de 1% de significância e não causa Granger aos índices brasileiro e chileno. O índice canadense causa Granger a todos os índices ao nível de 1% de significância, exceto ao índice chileno que não causa Granger. O índice chileno não causa Granger ao índice americano e argentino, causando Granger ao brasileiro com nível de 5% e ao índice canadense com nível de 1% de significância.

A relação entre os índices americano e argentino, americano e canadense, argentino e canadense indica rejeição da hipótese nula no modelo, em ambos os sentidos, ou seja, a relação mútua entre estes cinco pares de índices indica que há causalidade à Granger com nível de 1% de significância. Já entre os pares dos índices americano e brasileiro, argentino e brasileiro, argentino e chileno não há rejeição da hipótese nula no segundo modelo, igualmente em ambos os sentidos, indicando que não há causalidade à Granger com nível de 1% de significância. A seguir, as relações entre, por um lado, o índice chileno e, por outro, o índice americano, brasileiro e canadense, indicam que não há rejeição da hipótese nula no modelo. Já nas relações entre os pares americano e chileno e entre o canadense e brasileiro a hipótese nula apenas é rejeitada neste único sentido a níveis *standard*. Por fim, nas relações entre os índice brasileiro e canadense, brasileiro e chileno e chileno e canadense, neste único sentido, a H₀ é rejeitada apenas com no nível de significância de 5%.

Em termos gerais, pode concluir-se que o índice canadense é o único que é causado por todos os outros índices, mas curiosamente não causa Granger apenas ao índice chileno que por sua vez é causado apenas pelo índice americano. O índice brasileiro causa Granger ao índice canadense apenas com nível de significância de 5% e tem equilíbrio nos resultados dos testes que indica ser causado Granger com 50% dos índices.

Para os restantes índices, a evidência fornecida pelos testes de causalidade à Granger é mista, revelando a complexidade de relações que se estabelecem entre as variáveis neste contexto.

A finalizar, importa referir que apesar da evidência de claro domínio dos indicadores americano e canadense sobre os restantes, os resultados da causalidade à Granger acabados de descrever devem ser interpretados com alguma precaução, uma vez que as relações de causalidade entre variáveis não estacionárias apenas podem ser estabelecida se as variáveis estiverem cointegradas, assunto que será tratado na próxima secção. No entanto, em caso de cointegração, estes testes fornecem uma indicação importante sobre o tipo de exogeneidade (forte ou fraca) que se estabelece entre as variáveis.

3.3. Cointegração e Modelo VEC

Uma vez estabelecida a caracterização das variáveis usadas na nossa análise, importa agora proceder ao estudo das relações entre elas em contexto multivariado. Os resultados dos testes de cointegração multivariada encontram-se na Tabela 3.

Os testes de cointegração apresentados são o teste do traço e do valor próprio máximo. Nestes testes, a Hipótese Nula é que não há cointegração entre as séries e será rejeitada se o valor da estatística do traço ou do valor próprio máximo for superior ao *Critical Value* das distribuições assintóticas reportados por Ender e Granger (1998) e Enders e Siklos (2001). Se a Hipótese Nula for rejeitada deve-se testar a existência de ajustamento assimétrico usando os valores críticos da distribuição F, dado que ρ_1 e ρ_2 convergem, neste caso, para uma distribuição normal multivariada (Enders e Granger, 1998).

Os resultados obtidos indicam a existência de um único vector cointegrante no modelo apenas ao nível de significância de 5% no teste do traço e no teste do valor próprio máximo. Para $r = 0$, a estatística do teste do traço tem um valor de 83.98910 ($p = 0.010326$) e com

Critical Value (5%) de 69,81889, rejeitando portanto a Hipótese Nula. Ao valor do teste do valor próprio máximo corresponde uma probabilidade próxima por excesso do nível de significância de 5%. Para $r = 0$, a estatística do valor próprio máximo tem um valor de 39.73393 ($p = 0,010326$), com *Critical Value* (5%) de 33.8768, rejeitando-se também a Hipótese Nula.

Tabela 3. Testes de cointegração de Johansen, 5 índices, período de 11/07/1994 a 16/03/2009

Característica	Valor Próprio	Traço	Critical Value(5%)	Valor Próprio Max.	Critical Value(5%)
$r = 0$	0.010326	83.98910	69.81889	39.73393*	33.87687
$r \leq 1$	0.005974	44.25517	47.85613	2.293.727	27.58434
$r \leq 2$	0.004163	21.31790	29.79707	1.596.925	21.13162
$r \leq 3$	0.001329	5.348657	15.49471	5.091.577	14.26460
$r \leq 4$	6.72E-05	0.257079	3.841466	0.257079	3.841466

Notas: ^a p-values de MacKinnon-Haug-Michelis (1999). 3831 observações após ajustamentos. * significância a 5%.

Procedeu-se a uma análise dos resíduos gerados pelo respectivo VAR, onde a hipótese nula de não estacionariedade foi rejeitada por testes ADF a menos de 1%. Aceita-se, deste modo, a hipótese de haver uma (única) relação de cointegração entre as variáveis em estudo com nível de significância de 5%.

Os resultados dos modelos VEC correspondentes encontram-se na Tabela 4.

Tabela 4. Modelo vectorial de correcção do erro – VECM: 11/07/1994 a 16/03/2009

	<i>Modelo β</i>	<i>Modelo α</i>
USA	1.000.000	-0.003108 (0.00160)
BRA	1.292.004 (0.20485)	-0.005994 (0.00225)
ARG	-0.012510 (0.01505)	-0.036235 (0.04344)
CAN	-2.054.447 (0.19056)	0.001552 (0.00139)
CHI	-0.927071 0.24567)	0.001291 (0.00114)
CONST	-	-
N	3831	
Log-L	47828.69	
AIC	-335.285	
SBC	-332.980	

Notas: Erros-padrão em (). ** significância a 1%. * significância a 5%.

Os coeficientes das relações endógenas de curto prazo não são apresentados mas, em todas as equações dos sistemas, existem coeficientes significativos até ao lag de ordem 5, como seria de esperar. No modelo estimaram-se 5 equações. Os resultados da coluna β referem-se ao primeiro desfasamento da respectiva variável. Por outro lado, os resultados da coluna α representam os coeficientes dos resíduos da equação de longo prazo expressos em relação à primeira diferença da variável correspondente.

No modelo todos os coeficientes β da relação de longo prazo são significativamente diferentes de zero a nível de significância de 5%. A equação está normalizada para o índice da Bolsa americana.

Analisando agora os resultados dos testes de causalidade à Granger para esta variável (ver Tabelas 2), verifica-se que ela não é causada pelos índices brasileiro e chileno e é causada pelos restantes dos índices ao nível de significância de 1%. Deste modo, estas relações de causalidade detectadas pelos testes de Granger ocorrem, certamente, no curto prazo.

3.4. Cointegração e Modelo VEC

Na Tabela 2 apenas se apresentam os resultados do teste da LOP, uma vez que o sistema não incorpora taxas de câmbio. A hipótese nula deste teste considera $\beta_{1j} = 1$ e

$\beta_{jk} = -1$ ($j \neq k$). Neste modelo a hipótese nula é rejeitada nas relações entre o índice americano e o argentino; entre o índice canadense e o chileno e entre, por um lado, o índice brasileiro e, por outro, o chileno e canadense; entre o índice argentino e o americano e canadense; entre o índice canadense e todos os outros, exceto o chileno e entre o índice chileno e o brasileiro e canadense. Nas combinações entre os índices americano e argentino; americano e canadense; argentino e canadense há evidência de validade da Lei de Um Preço e evidência de integração entre estes mercados indicando a existência de uma relação de causalidade bidireccional linear.

3.5. Assimetria

Concluindo a análise empírica apresentada neste trabalho, mostram-se nesta secção os resultados dos testes de assimetria realizados sobre os resíduos da equação de longo prazo, com o objectivo de confirmar o ajustamento simétrico dos modelos estimados anteriormente. Note-se que a assimetria nos mercados bolsistas pode surgir porque os investidores são adversos ao risco e às perdas. A aversão ao risco pode encorajar os agentes económicos a reagir rapidamente a notícias desfavoráveis e a reagir mais lentamente a notícias favoráveis (Menezes *et al.*, 2006). Por outro lado as assimetrias podem derivar das potenciais perdas resultantes de mercados sobreavaliados (Siklos, 2002).³¹

Os resultados apresentados baseiam-se apenas nas equações do modelo que não incorpora o efeito das taxas de câmbio no sistema. Para este fim, estimaram-se os resíduos resultantes de duas equações de longo prazo, sendo a primeira baseada na estimação de um modelo estático entre as 5 variáveis do sistema. Os resíduos obtidos por este modelo foram designados por v_{1t} .

³¹ Ver, também, Menezes *et al.* (2004, 2006).

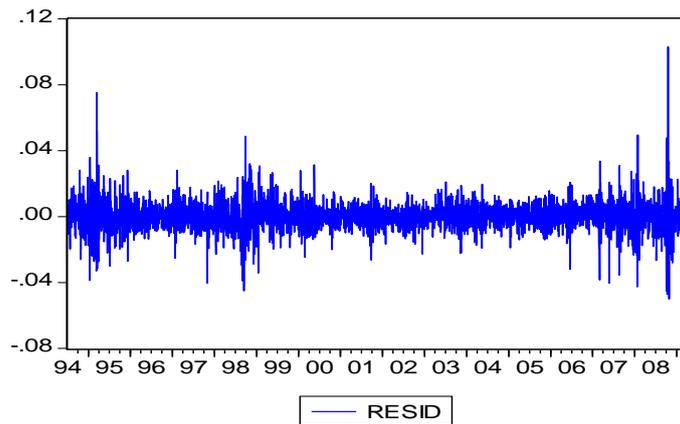


Figura 22. Teste dos Resíduos do modelo de Assimetria comprovando o ajustamento simétrico.

Neste teste a hipótese nula não é rejeitada concluindo-se, portanto, que o ajustamento estabelecido entre as variáveis em causa é simétrico.

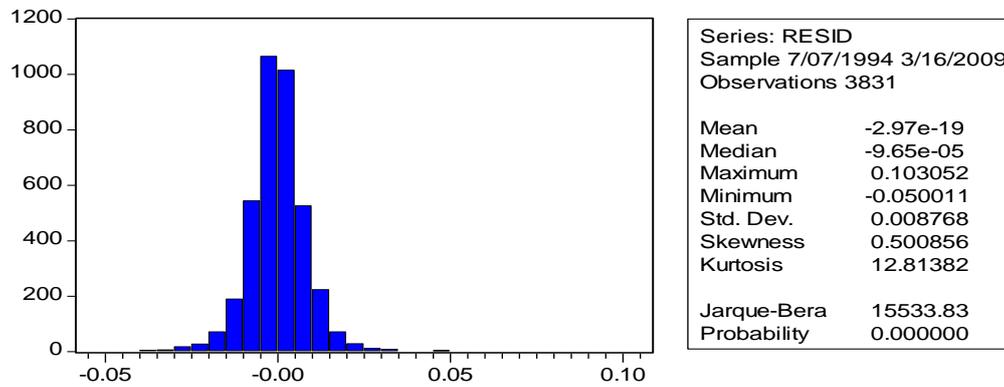


Figura 23. Distribuição dos resíduos dos modelos de assimetria.

Analisando o histograma das distribuições dos resíduos apresentados na Figura 13, verifica-se uma certa aproximação à normalidade.

4. DISCUSSÕES, RECOMENDAÇÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente capítulo cuida especialmente das discussões, conclusões e considerações finais sobre os resultados do estudo, envolvendo a verificação dos pressupostos e a consecução dos objetivos

4.1. Discussão

Neste trabalho apresentamos uma análise da questão da globalização dos mercados bolsistas de alguns países das américas do Sul e do Norte, utilizando uma abordagem econométrica baseada em modelos de cointegração. O enquadramento teórico do trabalho foi apresentado no capítulo 2. Neste capítulo foram introduzidos os conceitos de integração de mercados e Lei de Um Preço que constituem uma base teórica para o estudo da globalização. Estes conceitos conduzem à especificação de uma equação de longo prazo entre índices bolsistas logaritmizados. Uma generalização deste modelo pode ser obtida através da especificação de um modelo VAR. No resto do capítulo foram analisados com algum detalhe os aspectos mais relevantes que conduzem ao conceito de cointegração, dando especial importância às implicações e interpretação do modelo. Neste contexto foi dado especial destaque à especificação VEC do sistema, bem assim como aos vários testes que conduzem à verificação da hipótese de globalização. O capítulo 3 apresentou uma descrição dos dados utilizados neste estudo. Tratando-se de uma análise sobre globalização, importa-se utilizar dados que sejam representativos de vários mercados bolsistas dos principais países das américas do Sul e do Norte. Neste trabalho foram usadas as séries de índices da Bolsa de valores do Estados Unidos, do Brasil, da Argentina, do Canadá e do Chile. O capítulo 4 apresentou e discutiu os resultados obtidos com a estimação do modelo proposto. Tratando-se de variáveis todas integradas de primeira ordem, procedeu-se aos testes de cointegração adequados a este contexto.

4.2. Recomendações

Os resultados apontam para a existência de um único vector cointegrante. Mas, as relações que se estabelecem entre as variáveis revelam-se bastante complexas. Os resultados evidenciam que o índice americano é o motor do desenvolvimento destes mercados a nível internacional, exercendo sobre os restantes uma influência fundamental. No que respeita à verificação da Lei de Um Preço, os resultados obtidos indicam que a maior parte das relações entre as variáveis dos sistemas estimados não são proporcionais. Deste modo, é possível afirmar-se que não existe ainda, a nível das Américas do Sul e do Norte um mercado bolsista integrado e que respeite a LOP.

4.3. Considerações Finais

Em suma, os mercados bolsistas parecem estar ainda muito distantes da verificação do conceito de globalização, quando este é visto numa óptica de integração de mercados e da Lei de Um Preço descritas por Stigler (1969). No entanto, parte do relacionamento entre os mercados analisados poderá ser explicado por comportamentos não lineares, não incorporados nos modelos utilizados neste estudo. Aspecto que, porém, não integra os objectivos do presente trabalho.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Akaike, H. (1974), A new look at the statistical model identification, *IEEE Transactions on Automatic Control* AC-19(6), 716-723.

Akaike, H. (1978), Time series analysis and control through parametric models, em Findley, D.F. (ed.), *Applied Time Series Analysis*, New York: Academic Press.

Akaike, H. (1979), A Bayesian extension of the minimum AIC procedure of autoregressive model fitting, *Biometrika* 66, 237-242.

Alexander, C. (2001), *Market Models: A Guide to Financial Data Analysis*. Chichester: John Wiley & Sons.

Arshanapalli, B. e J. Doukas (1993), International stock market linkages: evidence from the pre and post October 1987 period, *Journal of Banking and Finance* 17(1), 193-208.

Asche, F., H. Bremnes e C.R. Wessells (1999), Product aggregation, market integration, and relationships between prices: an application to world salmon markets, *American Journal of Agricultural Economics* 81 (Agosto), 568-581.

Asche, F., R. Menezes e J.F. Dias (2007), Price transmission in cross boundary supply chains, *Empirica* (forthcoming).

Bachelier, L. (1900), Théorie de la speculation, *Annales Scientifiques de l'École Normal Supérieure* 3ème Série 17, 21-88.

Blough, S.R. (1992), The relationship between power and level for generic unit root tests in finite samples, *Journal of Applied Econometrics* 7, 295-308.

Box, G.E.P. e G.M. Jenkins (1976), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Second Edition, San Francisco: Holden-Day.

Braumann, C.A. (2005), Introdução às equações diferenciais estocásticas e aplicações. *XIII Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística*, Edições SPE.

Brockwell, P.J. e R.A. Davis (2002), *Introduction to Time Series and Forecasting*. Second Edition, New York: Springer-Verlag.

Cassel, G. (1918), Abnormal deviations in international exchanges, *Economic Journal* 28 (Dezembro), 413-415.

Chan, N.H. (2002), *Time Series: Applications to Finance*. John Wiley & Sons.

Chung, P.J. e D.J. Liu (1994), Common stochastic trends in Pacific Rim stock markets, *Quarterly Review of Economics and Finance* 34(3), 241-259.

Dickey, D.A. e W.A. Fuller (1979), Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, *Journal of the American Statistical Association* 74 (Junho), 427-431.

Dickey, D.A. e W.A. Fuller (1981), Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root, *Econometrica* 49, 1057-1072.

Dionísio, A., R. Menezes e D.A. Mendes (2003), Entropic measures of information and goodness-of-fit in financial data, *Review of Financial Markets* 5(2), 5-18.

- Dionísio, A., R. Menezes e D.A. Mendes (2004), Mutual information: a measure of dependency for nonlinear time series, *Physica A* 344, 326-329.
- Dionísio, A., R. Menezes e D.A. Mendes (2006a), An econophysics approach to analyse uncertainty in financial markets: an application to the Portuguese stock market, *The European Physical Journal B* 50, 161-164.
- Dionísio, A., R. Menezes e D.A. Mendes (2006b), Entropy-based independence test, *Nonlinear Dynamics* 44(1), 351-357.
- Dionísio, A., R. Menezes e D.A. Mendes (2007a), On the integrated behaviour of nonstationary volatility in stock markets, *Physica A* (forthcoming).
- Dionísio, A., R. Menezes, D.A. Mendes e J.V. Silva (2007b), Nonlinear dynamics within macroeconomic factors and stock market in Portugal 1993-2003, *Applied Econometrics and International Development* 7(3) (forthcoming).
- Drożdż, S., F. Grümmer, F. Ruf e J. Speth (2001), Towards identifying the world stock market cross-correlations: DAX versus Dow Jones, *Physica A* 294, 226-234.
- Dufrénot, G. e V. Mignon (2002), *Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance*. Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publishers.
- Elliott, G., T. Rothenberg e J.H. Stock (1996), Efficient tests for an autoregressive unit root, *Econometrica* 64(4), 813-836.
- Enders, W. (2004), *Applied Econometric Time Series*. Second Edition, John Wiley & Sons.
- Enders, W. e C.W.J. Granger (1998), Unit-root tests and asymmetric adjustment with an example using the term structure of interest rates, *Journal of Business & Economic Statistics* 16(3) (Julho), 304-311.
- Enders, W. e P. Siklos (2001), Cointegration and threshold adjustment, *Journal of Business & Economic Statistics* 19(2) (Abril), 166-176.
- Engel, R.F. e C.W.J. Granger (1987), Co-integration and error correction: representation, estimation and testing, *Econometrica* 55 (Março), 251-276.
- Eun, C.S. e S. Shim (1989), International transmission of stock market movements, *Journal of Financial and Qualitative Analysis* 24, 241-256.
- Fama, E. (1981), Stock returns, real activity, inflation and money, *American Economic Review* 71, 545-565.
- Fama, E. (1990), Stock returns, expected returns and real activity, *Journal of Finance* 45, 1089-1108.
- Fama, E. e K. French (1989), Business conditions and expected returns on stocks and bonds, *Journal of Financial Economics* 25, 23-49.
- Fama, E. e K. French (1992), The cross-section of expected stock returns, *Journal of Finance* 47, 427-465.
- Fama, E. e K. French (1993), Common risk factors in the returns on bonds and stocks, *Journal of Financial Economics* 33, 3-56.
- Ferreira, N.B., R. Menezes e D.A. Mendes (2007), Asymmetric conditional volatility in international stock markets, *Physica A* (forthcoming).

Foster, D.P. e R.A. Stine (1997), An information theoretic comparison of model selection criteria, *Working Paper 1180*, Northwestern University, Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science.

Fuller, W.A. (1976), *Introduction to Statistical Time Series*. New York: John Wiley.

Gjerde, O. e F. Sættem (1999), Causal relations among stock returns and macroeconomic variables in a small open economy, *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 9, 61-74.

Gonzalo, J. (1994), Five alternative methods of estimating long run equilibrium relationships, *Journal of Econometrics* 60(1-2), 203-233.

Goodwin, B.K., T.J. Grennes e M.K. Wohlgenant (1990), A revised test of the law of one price using rational price expectations. *American Journal of Agricultural Economics* 72 (Agosto), 682-693.

Gordon, D.V., R. Hannesson e S. Bibb (1993), Testing for output substitution possibilities in cod fish processing in Norway, *Marine Resource Economics* 8(1), 17-30.

Gouriéroux, C. (1997), *ARCH Models and Financial Applications*. Springer-Verlag.

Granger, C.W.J. (1969), Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods, *Econometrica* 37, 424-438.

Granger, C.W.J. e P. Newbold (1974), Spurious regressions in econometrics, *Journal of Econometrics* 2, 111-120.

Granger, C.W.J. e P. Newbold (1986), *Forecasting Economic Time Series*. Second Edition, San Diego, CA: Academic Press.

Granger, C.W.J. e T. Teräsvirta (1993), *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, New York: Oxford University Press.

Grasa, A.A. (1989), *Econometric Model Selection: A New Approach*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gujarati, Damodar N. (2006), *Econometria Básica*. Rio de Janeiro: ELSEVIER.

Hamao, Y.N.R., Masulis e V. Ng (1990), Correlations in price changes and volatility across international stock markets, *The Review of Financial Studies* 3(2), 281-307.

Hannan, E.J. e B.G. Quinn (1979), The determination of the order of an autoregression, *Journal of the Royal Statistical Society B* 41, 190-195.

Hendry, D.F. (1996), On the constancy of time-series econometric equations, *Economic and Social Review* 27(5), 401-422.

Hendry, D.F. e K. Juselius (2000), Explaining cointegration analysis: Part 1, *Energy Journal* 21(1), 1-42.

Hurvich, C.M. e C.L. Tsai (1989), Regression and time series model selection in small samples, *Biometrika* 76, 297-307.

Johansen, S. (1988), Statistical analysis of cointegration vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control* 12 (Junho/Setembro), 231-254.

Johansen, S. (1991), Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian autoregressive models, *Econometrica*, 59(6), 1551-1580.

Johansen, S. e K. Juselius (1990), Maximum likelihood estimation and inference on cointegration - with applications to the demand for money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 52 (Maio), 169-210.

Karamustafa, O. e Y. Kucukkale (2001), Long-run relationships between stock market returns and macroeconomic performance: evidence from Turkey, *Working Paper*, Ondokuz Mayıs University, Ordu.

Kasa, K. (1992), Common stochastic trends in international stock markets, *Journal of Monetary Economics* 29, 95-124.

Kwiatkowski, D., P.C.B. Phillips, P. Schmidt e Y. Shin (1992), Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root, *Journal of Econometrics* 54, 159-178.

MacKinnon, J.G. (1991), Critical values for co-integration tests, em Engle R.F. e C.W.J. Granger (eds.), *Long-Run Economic Relationships*, Oxford: Oxford University Press, 267-276.

MacKinnon, J.G. (1996), Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests, *Journal of Applied Econometrics* 11, 601-618.

MacKinnon, J.G., A.A. Haug e L. Michelis (1999), Numerical distribution functions of likelihood ratio tests for cointegration, *Journal of Applied Econometrics* 14, 563-577.

Marques, C.R. (1998), *Modelos Dinâmicos, Raízes Unitárias e Cointegração*. Lisboa: EDINOVA.

Masih, A.M.M. e R. Masih (1997), Dynamic linkages and the propagation mechanism driving major international stock markets: an analysis of the pre and post crash eras, *Quarterly Review of Economics and Finance* 37(4), 859-885.

Masih, A.M.M. e R. Masih (2002), Propagative causal price transmission among international stock markets: evidence from the pre- and post globalization period, *Global Finance Journal* 13, 63-91.

Menezes, R., A. Dionísio e D.A. Mendes (2004), Asymmetric price transmission within the Portuguese stock market, *Physica A* 344, 312-316.

Menezes, R., N.B. Ferreira e D.A. Mendes (2006), Co-movements and asymmetric volatility in the Portuguese and US stock markets, *Nonlinear Dynamics* 44(1), 359-366.

Menezes, R., N.B. Ferreira, e D.A. Mendes (2006), Asymmetric signals in econophysics modeling: dynamic volatility and threshold adjustment models, em Dionísio, A., A.H. Reis e R.N. Rosa (eds.), *Proceedings of the Perspectives on Econophysics Workshop*, Évora: Universidade de Évora, 87-98.

Ng, S. e P. Perron (2001), Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power, *Econometrica* 69(6), 1519-1554.

Pagan, A.R. e M.R. Wickens (1989), A survey of some recent econometric methods, *Economic Journal* 99, 962-1025.

Perales, N.H. e R. Robins (2001), The relationships between the Mexican stock market returns and real, monetary and economic variables, *Working Paper*.

Phillips, P.C.B. (1986), Understanding spurious regressions in econometrics, *Journal of Econometrics* 33, 311-340.

Phillips, P.C.B. e P. Perron (1988), Testing for a unit root in time series regression, *Biometrika* 75, 335-346.

- Poskitt, D.S. e A.R. Tremayne (1987), Determining a portfolio of linear time series models, *Biometrika* 74, 125-137.
- Rachev, S.T., S. Mittnik, F.J. Fabozzi, S.M. Focardi e T. Jasic (2007), *Financial Econometrics: From Basics to Advanced Modeling Techniques*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- Rapach, D.E. (2001), Macro shocks and real stock prices, *Journal of Economics and Business* 53, 5-26.
- Ravallion, M. (1986), Testing market integration, *American Journal of Agricultural Economics* 68 (Fevereiro), 102-109.
- Ross, S.A. (1976), The arbitrage theory of capital asset pricing, *Journal of Economic Theory* 13(3) (Dezembro), 341-360.
- Said, S.E. e D.A. Dickey (1984), Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order, *Biometrika* 71, 599-607.
- Sargan, J.D. (1964), Wages and prices in the United Kingdom: a study in econometric methodology (with discussion), em Hart, P.E., G. Mills e J.K. Whitaker (eds.), *Econometric Analysis for National Economic Planning*, V. 16 Colston Papers, 25-63.
- Schwarz, G. (1978), Estimating the dimension of a model, *Annals of Statistics* 6, 461-464.
- Siklos, P.L. (2002), Asymmetric adjustment from structural booms and slumps, *Economic Letters* 77, 329-333.
- Slade, M.E. (1986), Exogeneity test of market boundaries applied to petroleum products, *Journal of Industrial Economics* 34 (Março), 291-304.
- Stigler, G.J. (1969), *The Theory of Price*. London: Macmillan.
- Stock, J.H. (1987), Asymptotic properties of least squares estimation of cointegration vectors, *Econometrica* 55, 1035-1056.
- Sutton, J. (1991), *Sunk Costs and Market Structure*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Tong, H. (1983), *Threshold Models in Non-Linear Time Series Analysis*. New York: Springer-Verlag.
- Tong, H. (1990), *Non-Linear Time-Series: A Dynamical Systems Approach*, Oxford: Oxford University Press.
- Wei, J., Y.J. Liu, C. Yang e G. Chaung (1995), Volatility and price change spillover effects across the developed and emerging markets, *Pacific-Basin Finance Journal* 3, 113-136.
- Wei, W.W.S. (1990), *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Zhou, W.-X. e D. Sornette (2003), Evidence of a worldwide stock market log-periodic anti-bubble since mid-2000, *Physica A* 330, 543-583.